

Measurement uncertainty of quantity modelled with non-integer order differ-integral equations

Streszczenie

Systemy czasu rzeczywistego wymagają pracy regulowanej w celu zapewnienia zadanej jakości działania, co zazwyczaj jest realizowane za pomocą regulatorów ze sprzężeniem zwrotnym. Algorytmy projektowania układów regulacji opierają się na dokładnych metodach modelowania, które opisują dynamiczne zachowanie układów fizycznych. Opracowane modele pomiarowe odwzorowują dynamikę systemu na podstawie obserwowanych danych wejściowo-wyjściowych.

Dynamiczne systemy pomiarowe często wykazują dynamikę rozproszoną oraz zachowania nieliniowe. Pomiary realizowane przez czujniki rejestrują odpowiedzi przejściowe oraz stany ustalone takich systemów. Właściwości dynamiczne wynikają z różnych zjawisk fizycznych oraz odmiennych źródeł niepewności. Czynniki te wpływają zarówno na dokładność modelowania, jak i na jakość działania układów regulacji.

Klasyczne metody dotyczą oceny niepewności w pomiarach statycznych oraz w modelach dynamicznych całkowitego rzędu (Integer-Order, IO). Jednakże metody przeznaczone dla równań różniczkowo-całkowych niecałkowitego rzędu pozostają niewystarczająco rozwinięte. Luka ta ogranicza zastosowanie modelowania ułamkowego (Fractional-Order, FO) w metrologii, pomimo jego udowodnionej zdolności do dokładnego odwzorowania złożonych zjawisk fizycznych.

Niniejsza rozprawa doktorska dotyczy analizy niepewności wielkości opisywanych dynamicznymi równaniami ułamkowymi. Praca integruje metrologię, identyfikację modeli, rachunek ułamkowy oraz teorię sterowania. W jej ramach opracowano podejście do oceny niepewności w systemach wykazujących właściwości ułamkowego rzędu.

Główny wkład rozprawy koncentruje się na ocenie niepewności propagowanej przez parametry modeli ułamkowego rzędu wyznaczone w procesie identyfikacji. Opracowano bezpośrednie podejście do propagacji niepewności oparte na czasowo zależnych współczynnikach czułości, wyprowadzonych analitycznie z równań różniczkowo-całkowych ułamkowego rzędu. Zaproponowana metoda uwzględnia macierz kowariancji estymowanych parametrów oraz wykorzystuje prawo propagacji niepewności do kwantyfikacji niepewności związanej z tymi parametrami. Dane eksperymentalne, uzyskane na podstawie wielokrotnych realizacji pomiarów, wskazują, że estymowane parametry podlegają rozkładowi normalnym, co umożliwia ich probabilistyczny opis. Wyznaczone przedziały niepewności, obliczone na podstawie czasowo zależnych współczynników czułości oraz macierzy kowariancji parametrów o rozkładzie

normalnym, obejmują dane pomiarowe. Analiza eksperymentalna potwierdza tym samym poprawność zaproponowanej metody. Porównanie z metodami filtracji cyfrowej wskazuje, że zaproponowane podejście prowadzi do bardziej zachowawczych oszacowań niepewności oraz eliminuje utratę informacji związaną z transformacją sygnału.

Opracowana metodyka została następnie rozszerzona na układy zamknięte. Wyprowadzono współczynniki czułości dla modeli ułamkowego rzędu w strukturze pętli regulacji i wykorzystano je do oceny niepewności propagowanej w dynamice regulowanej. W końcowym etapie przeprowadzono analizę porównawczą propagacji niepewności w odpowiedzi układu zamkniętego przy zastosowaniu operatorów ułamkowych w ujęciu Grünwalda–Letnikowa, Riemanna–Liouville’a oraz Caputo.

Wyniki badań eksperymentalnych wskazują, że równania różniczkowo-całkowe ułamkowego rzędu mogą zostać włączone do rygorystycznego aparatu metrologicznego oceny niepewności w systemach dynamicznych.