



POLITECHNIKA ŚLĄSKA

WYDZIAŁ ELEKTRYCZNY

Katedra Mechatroniki

**mgr inż. Joanna Bijak**

**PRZEKSZTAŁCENIE JEDNORODNE  
W ANALIZIE I MODELOWANIU  
UKŁADÓW ODZYSKIWANIA ENERGII**

Rozprawa doktorska napisana pod kierunkiem:

dr hab. inż. Tomasza Trawińskiego, prof. PŚ

Promotor pomocniczy:

dr inż. Marcin Szczygieł

GLIWICE, 2023







## PODZIĘKOWANIA

Pragnę wyrazić podziękowania wszystkim, dzięki którym niniejsza praca doktorska została zrealizowana.

Przede wszystkim dziękuję mojemu promotorowi **dr hab. inż. Tomaszowi Trawińskiemu, Prof. PŚ** za okazane wsparcie podczas procesu tworzenia pracy, za merytoryczną pomoc i za ofiarowanie mi cennego czasu.

Dziękuję również mojemu promotorowi pomocniczemu **dr inż. Marcinowi Szczygłowi** za cenne rady i otrzymaną pomoc w laboratorium i podczas realizacji pracy.

**Dr hab. inż. Romanowi Czybie, Prof. PŚ** dziękuję za udostępnienie stanowiska laboratoryjnego z kołem samochodowym, co umożliwiło wykonanie pomiarów.

Chciałabym także podziękować pracownikom **Katedry Mechatroniki**, których pomoc w budowaniu stanowisk laboratoryjnych była nieoceniona, a udzielone porady pomogły w realizacji pracy.



## Spis treści

Wykaz oznaczeń .....	5
Wykaz definicji i skrótów .....	9
<b>1 Wstęp .....</b>	<b>13</b>
1.1 Wstęp teoretyczny .....	13
1.2 Teza pracy .....	15
1.3 Cele pracy i założenia. ....	15
<b>2 Energia możliwa do odzyskania, klasyfikacja układów odzyskiwania energii w ujęciu ich łańcuchów kinematycznych jako manipulatorów robotów.....</b>	<b>17</b>
2.1 Ogólny podział energii możliwej do odzyskania.....	17
2.2 Układy odzyskiwania energii jako manipulatory robotów.....	21
2.3 Falowy ruch wody a łańcuch kinematyczny układu odzyskiwania energii.....	23
2.4 Ruch i odkształcenie koła na drodze a łańcuch kinematyczny układu odzyskiwania energii. ....	29
2.5 Sprężyna magnetyczna a łańcuch kinematyczny układu odzyskiwania energii.....	35
<b>3 Metodologia formułowania równań ruchu w układach z odzyskiem energii .....</b>	<b>38</b>
3.1 Kinematyka prosta, kinematyka środków ciężkości i kinematyka prędkości środków ciężkości.....	38
3.2 Siły zewnętrzne działające na układ odzyskiwania energii .....	47
3.3 Formułowanie macierzy bezwładnościowych, macierzy Christofela i równania w postaci kanonicznej.....	49
<b>4 Analiza łańcuchów kinematycznych, sił zewnętrznych i dynamiki ruchu układów odzyskiwania energii .....</b>	<b>52</b>
4.1 Łańcuch kinematyczny, siły zewnętrzne i dynamika ruchu boi o 1-DoF – przykład pierwszy... ..	52
4.2 Łańcuch kinematyczny, siły zewnętrzne i dynamika ruchu boi o 2-DoF – przykład drugi.....	56
4.3 Łańcuch kinematyczny, siły zewnętrzne i dynamika ruchu boi o 3-DoF – przykład trzeci .....	61
4.4 Łańcuch kinematyczny, siły zewnętrzne i dynamika ruchu koła o 3-DoF z elementem odzyskującym energię – przykład czwarty .....	68
4.5 Łańcuch kinematyczny, siły zewnętrzne i dynamika ruchu sprężyny magnetycznej o 1 – DoF – przykład piąty.....	74
<b>5 Implementacja i opis symulacji modelu układu odzyskiwania energii .....</b>	<b>81</b>
5.1 Implementacja układu odzyskiwania energii o n-DoF .....	81
5.2 Implementacja modelu boi o 3-DoF .....	82
5.3 Implementacja modelu koła o 3-DoF .....	83
5.4 Implementacja modelu sprężyny magnetyczna o 1-DoF .....	84
<b>6 Badania symulacyjne ruchu układów odzyskiwania energii.....</b>	<b>86</b>
6.1 Badania symulacyjne modelu boi o 1, 2 i 3-DoF.....	86
6.2 Badania symulacyjne modelu koła o 3-DoF z harwesterem energii .....	102
6.3 Badania symulacyjne modelu sprężyny magnetycznej o 1-DoF .....	113
<b>7 Badania doświadczalne ruchu układów odzyskiwania energii .....</b>	<b>125</b>
7.1 Badania doświadczalne ruchu boi .....	125
7.2 Badania doświadczalne ruchu markera na kole.....	128
7.3 Badania doświadczalne ruchu sprężyny magnetycznej.....	131

<b>8</b>	<b>Weryfikacja i dyskusja wyników</b> .....	136
8.1	Porównanie badań symulacyjnych i doświadczalnych ruchu boi .....	136
8.2	Porównanie badań symulacyjnych i doświadczalnych ruchu koła .....	138
8.3	Porównanie badań symulacyjnych i doświadczalnych ruchu sprężyny magnetycznej .....	141
<b>9</b>	<b>Podsumowanie</b> .....	146
<b>10</b>	<b>Bibliografia</b> .....	149
Załącznik 1	.....	159
Załącznik 2	.....	160
Załącznik 3	.....	181
Załącznik 4	.....	182
Załącznik 5	.....	188
Załącznik 6	.....	189
Załącznik 7	.....	190
Załącznik 8	.....	191
Załącznik 9	.....	197
Załącznik 10	.....	198
Załącznik 11	.....	199



## Wykaz oznaczeń

$A_{ci}$	–	macierz przekształcenia jednorodnego dla środka ciężkości $i$ -tego przegubu,
$a_{ci}$	–	przesunięcie środka ciężkości przegubu wzdłuż osi $x_{i-1}$ ,
$A_i$	–	macierz przekształcenia jednorodnego dla $i$ -tego przegubu,
$a_i$	–	długość członu,
$B, B(d_4)$	–	indukcja magnetyczna,
$b$	–	współczynnik tłumienia,
$b_h$	–	współczynnik tłumienia hydrodynamicznego,
$b_{h1}, b_{h2}$	–	współczynnik tłumienia sprężyny magnetycznej,
$b_k$	–	współczynnik tłumienia opony,
$b_s$	–	współczynnik tłumienia w sprężynie akumulacyjnej w układzie boi,
$b_{v1}, b_{v2}, b_{v3}$	–	uśredniony współczynnik tłumienia sprężyny planarnej wstrząsarki,
$C$	–	macierz Christofela,
$c\alpha_i$	–	skrót funkcji $\cos\alpha_i$ ,
$c\theta_i$	–	skrót funkcji $\cos\theta_i$ ,
$C_{ph}$	–	współczynnik oporu hydrodynamicznego zależny od kształtu obiektu,
$d$	–	$3 \times 1$ wymiarowy wektor przesunięcia,
$D$	–	macierz bezwładności,
$d_0^1$	–	$3 \times 1$ wymiarowy wektor odsunięcia układu współrzędnych $\{1\}$ względem układu $\{0\}$ ,
$d_{ci}$	–	przesunięcie środka ciężkości przegubu wzdłuż osi $z_{i-1}$ ,
$d_i$	–	odsunięcie przegubu (zmienna przegubowa dla członu pryzmatycznego),
$d_{i0}$	–	początkowe ugięcie sprężyny,
$d_p$	–	początkowa głębokość zakotwiczenia,
$d_r$	–	nierówność drogi,
$d_{r0}$	–	amplituda drgań występujących na drodze,
$d_{x_0}^1, d_{y_0}^1$ i $d_{z_0}^1$	–	rzuty wektora odsunięcia na poszczególne osie układu $\{0\}$ ,
$E_p$	–	energia potencjalna,
$E_{pd}$	–	dyssypacja energii,
$E_{pg}$	–	energia grawitacyjna,
$E_{pk}$	–	energia sztywności,
$E_{poś}$	–	energia oporu środowiska w jakim znajduje się środek ciężkości,

$\mathbf{f}$	–	$1 \times 3$ wymiarowy wektor perspektywy,
$f$	–	częstotliwość,
$F_i$	–	siła zewnętrzna działająca na $i$ -ty przegub,
$F_k(i)$	–	siła odpychania obliczona w $i$ -tym kroku,
$F_{pi}$	–	siła wynikająca z energii potencjalnej i dyssypacji energii w przegubie $i$ ,
$F_T$	–	siła przetwornika,
$F_x, F_y, F_z$	–	siła zewnętrzna działająca odpowiednio wzdłuż osi $x, y, z$ bazowego układu współrzędnych,
$F_{zp}$	–	siła zewnętrzna działająca na generator (bezpośrednia lub bezwładności),
$g$	–	stała grawitacji (przyspieszenie ziemskie),
$\mathbf{H}$	–	ogólne przekształcenie jednorodne,
$H_f$	–	wysokość fali,
$h_1$	–	początkowe zanurzenie boi,
$h_2$	–	chwilowa wysokość fali,
$\mathbf{i}$	–	wektor jednostkowy o współrzędnych $[1;0;0]$ ,
$i$	–	numer przegubu lub zmienna iteracyjna,
$I_i$	–	moment bezwładności środka ciężkości $i$ -tego przegubu,
$i_t$	–	prąd płynący w cewce wstrząsarki,
$\mathbf{J}_{ci}$	–	Jakobian wyliczony dla $i$ -tego środka ciężkości łańcucha kinematycznego układu odzyskiwania energii, gdzie $i=1,2,\dots,n-1$ ,
$\mathbf{J}_{cn}$	–	Jakobian wyliczony dla całkowitego łańcucha kinematycznego układu odzyskiwania energii,
$\mathbf{J}_v$	–	Jakobian prędkości liniowej,
$\mathbf{J}_\omega$	–	Jakobian prędkości kątowej,
$\mathbf{k}$	–	wektor jednostkowy o współrzędnych $[0;0;1]$ ,
$k$	–	współczynnik sztywności sprężyny,
$k_{h1}, k_{h2}$	–	współczynnik sztywności sprężyny magnetycznej,
$k_{ind}$	–	współczynnik siły wynikający z indukcji magnetycznej i parametrów cewki,
$k_k$	–	współczynnik sztywności opony,
$k_s$	–	współczynnik sztywności sprężyny akumulującej energię w boi,
$k_{v1}, k_{v2}, k_{v3}$	–	uśredniony współczynnik sztywności sprężyny planarnej wstrząsarki,
$k_w$	–	współczynnik sztywności wynikający z wyporu wody,
$l_z$	–	długość obwodu jednego zwoju,

$m_h$	–	masa elementu odzyskującego energię w harwesterze,
$m_i$	–	masa skupiona w środku ciężkości $i$ -tego przegubu,
$M_n$	–	moment napędowy,
$m_t$	–	masa sejsmiczna/testowa,
$m_{v1}, m_{v2}, m_{v3}$	–	uśredniona masa sprężyny planarnej wstrząsarki,
$N$	–	liczba zwojów cewki,
$n$	–	liczba przegubów,
$n_0$	–	częstotliwość referencyjna,
$n_x, n_y, n_z$	–	moment zewnętrzny działający odpowiednio wokół osi $x, y, z$ bazowego układu współrzędnych,
$P_{xij}$	–	proste wyznaczone na osiach $x$ układu $\{i\}$ i przesunięte do układu $\{j\}$ ,
$P_{zij}$	–	proste wyznaczone na osiach $z$ układu $\{i\}$ i przesunięte do układu $\{j\}$ ,
$q$	–	współrzędna uogólniona,
$\dot{q}$	–	prędkość uogólniona,
$R$	–	$3 \times 3$ wymiarowa macierz rotacji/obrotu,
$r$	–	promień podstawy boi,
$R_C$	–	rezystancja cewki,
$r_c$	–	promień zwoju cewki,
$r_k$	–	promień koła,
$R_O$	–	rezystancja obciążenia cewki,
$R_{x_i \alpha_i}$	–	$3 \times 3$ wymiarowa macierz rotacji wokół osi $x_i$ o kąt $\alpha_i$ ,
$R_{z_i \theta_i}$	–	$3 \times 3$ wymiarowa macierz rotacji wokół osi $z_i$ o kąt $\theta_i$ ,
$r_1$	–	pierwsza kolumna macierzy rotacji $R$ ,
$s\alpha_i$	–	skrót funkcji $\sin\alpha_i$ ,
$s\theta_i$	–	skrót funkcji $\sin\theta_i$ ,
$T_{ci}$	–	macierz przekształcenia jednorodnego dla środka ciężkości $i$ -tego przegubu względem bazowego układu współrzędnych,
$T_i$	–	macierz przekształcenia jednorodnego dla $i$ -tego przegubu względem bazowego układu współrzędnych,
$T_f$	–	okres fali,
$T_{x_i a_i}$	–	$3 \times 3$ wymiarowa macierz translacji wzdłuż osi $x_i$ o odległość $a_i$ ,
$T_{z_i d_i}$	–	$3 \times 3$ wymiarowa macierz translacji wzdłuż osi $z_i$ o odległość $d_i$ ,
$u_c$	–	napięcie indukowane w cewce,
$V_b$	–	objętość zanurzonej boi,

$v_f$	–	chwilowa prędkość fali,
$v_p$	–	prędkość pojazdu,
$v_{xn}, v_{yn}, v_{zn}$	–	prędkość liniowa ruchu odpowiednio wzdłuż osi $x_n, y_n, z_n$ przegubu (n),
$W_e(i)$	–	energia w kroku $i$ ,
$W_e(i+1)$	–	energia w kroku $i+1$ ,
$w_p$	–	współczynniki wielomianu,
$x$	–	oznaczenie osi $x$ ,
$y$	–	oznaczenie osi $y$ ,
$z$	–	oznaczenie osi $z$ ,
$z_{mt}, z_{mt}(t)$	–	przemieszczenie masy sejsmicznej generatora,
$\dot{z}_{mt}$	–	prędkość masy sejsmicznej generatora,
$\ddot{z}_{mt}$	–	przyspieszenie masy sejsmicznej generatora,
$\alpha_i$	–	kąt skręcenia członu,
$\theta_i$	–	kąt przegubu (zmienna przegubowa dla członu obrotowego),
$\lambda_f$	–	długość fali,
$\rho$	–	gęstość wody,
$\sigma$	–	współczynnik nierówności drogi,
$\tau$	–	wektor sił i momentów zewnętrznych działających na układ,
$\tau_p$	–	wektor sił i momentów działających na układ (zewnętrzne i wynikające z energii potencjalnej),
$\varphi(d_4)$	–	strumień magnetyczny w cewce zależny od położenia magnesu względem cewki,
$\omega_n$	–	częstość drgań własnych układu,
$\omega_{xn}, \omega_{yn}, \omega_{zn}$	–	prędkość kątowna obrotu odpowiednio wokół osi $x_n, y_n, z_n$ przegubu (n),
$\omega_0$	–	częstość szumu Gaussowskiego.

## Wykaz definicji i skrótów

AGD	– artykuły gospodarstwa domowego.
ABS	– materiał: akrylonitryl-butadien-styren.
DoF	– stopnie swobody – ilość zmiennych położenia, jaką należy podać w celu określenia układu w przestrzeni.
Element odzyskujący energię	– element (masa sejsmiczna) w generatorze, którego ruch odzyskuje energię, np. magnes w sprężynie magnetycznej.
Energia/moc dostępna	– maksymalna energia/moc, którą można odzyskać przy 100% sprawności układu odzyskiwania energii [25].
Energia odnawialna	– zasoby wykorzystywane do produkcji energii cieplnej, elektrycznej lub mechanicznej, które odnawiają się w krótkim czasie [141].
Energia/moc odzyskana	– energia/moc, która została odzyskana przez układ odzyskiwania energii [25].
Generator bezwładnościowy	– generator, w którym na masę sejsmiczną działa siła bezwładności [49].
Generator z siłą bezpośrednią	– generator, w którym na masę sejsmiczną działa siła bezpośrednia [49].
Gęstość (odzyskiwanej) energii	– wielkość fizyczna charakteryzująca rozkład przestrzenny energii [142].
Harwester energii	– generator odzyskujący energię, w tym przypadku jest to sprężyna magnetyczna z nawiniętymi cewkami, która pełni rolę generatora elektromagnetycznego.
Jakobian	– $6 \times n$ wymiarowa macierz jacobianowa manipulatora, gdzie $n$ to liczba członów [19]
Łańcuch kinematyczny układu	– reprezentacja obiektu jako ciąg sztywnych członów połączonych przegubami (o jednym stopniu swobody jak obrotowe i przyzmatyczne oraz o kilku stopniach swobody jak kulowe i kielichowe) [19].
Masa sejsmiczna/testowa	– masa poruszająca się w generatorze i umożliwiająca generowanie energii.
MES	– metoda elementów skończonych.
Notacja D-H	– notacja Denavita-Hartenberga.

Odchylenie	– obrót wokół osi $z$ .
Odnawialne źródła energii	– źródła energii, których zasoby wykorzystywane do przetwarzania energii na postać używaną przez człowieka odnawiają się w krótkim czasie, np. promieniowanie słoneczne, wiatr, pływy i fale morskie oraz przepływ rzek [141].
Odzyskiwanie energii	– proces, w którym energia pochodząca ze źródeł zewnętrznych jest wychwytywana i przechowywana, a następnie przetwarzana w celu napędzania urządzeń lub w celu jej dalszego użytkowania [1].
Parametry kinematyczne	– parametry członu $i$ i przegubu $i$ : $a_i$ – długość członu, $\alpha_i$ – skręcenie członu, $d_i$ – odsunięcie przegubu (zmienna przegubowa dla przegubu pryzmatycznego), $\theta_i$ – kąt przegubu (zmienna przegubowa dla przegubu obrotowego) [19].
Pochylenie	– obrót wokół osi $y$ .
Przechylenie	– obrót wokół osi $x$ .
Równania kinematyka prędkości	– jacobian równań kinematyki prostej, równania określające prędkość liniową i obrotową końcówki roboczej w zależności od zmiennych przegubowych [19].
Równania kinematyki prostej	– równania określające funkcję między przestrzenią pozycji i orientacji kartezjańskich a przestrzenią pozycji przegubów (zmiennymi przegubowymi) [19].
Sprężyna magnetyczna	– układ magnesów odpychających się, powstała pomiędzy nimi siła odpychania jest nieliniową siłą zachowawczą, można ją wyliczyć z energii potencjalnej zatem może być traktowana jako nieliniowa siła sprężystości [81].
System autonomiczny	– system niezależny, mający zdolność sterowania, mogący się swobodnie poruszać.
Układ odzyskiwania energii	– obiekt, w którym znajduje się generator/harwester i który umożliwia odzyskiwanie energii, w tym przypadku jest to obiekt poruszający się i wprawiający w ruch element odzyskujący energię w harwesterze.

TPMS

– system monitorowania ciśnienia w oponach.

VCM

– silnik z ruchomym uzwojeniem (cewką).





# 1 Wstęp

## 1.1 Wstęp teoretyczny

Odzyskiwanie energii polega na konwersji energii pochodzącej ze źródeł zewnętrznych wykorzystujących siłę natury lub pochodzących ze środowiska czyli źródeł odnawialnych na energię elektryczną [1]. Zagadnienie to, należy do grupy najważniejszych problemów, którymi zajmują się współcześni naukowcy, przedsiębiorcy, a także coraz częściej zwykli użytkownicy energii elektrycznej. Badania prowadzone w obszarze odnawialnych źródeł energii są rozwijane celem zwiększenia dywersyfikacji źródeł energii elektrycznej jak również zmniejszenia wykorzystania paliw kopalnych. W konsekwencji celem jest zmniejszenie zanieczyszczenia środowiska przez ograniczenie emisji gazów cieplarnianych, tlenków azotu (smog), popiołów i innych odpadów [2]. Jednak nie tylko aspekt ekologiczny jest istotny przy poszukiwaniu alternatywy dla nieodnawialnych źródeł energii, ale również aspekt ekonomiczny. Odzyskiwanie energii zmniejsza koszty użytkowania różnych systemów, np. w samochodach (odzyskiwanie energii z amortyzatorów [3], w systemach TPMS – Tire Pressure Monitoring System [4]), w samolotach i helikopterach (odzyskiwanie energii z drgań skrzydeł i śmigieł [5]), w budynkach użyteczności publicznej (odzyskiwanie energii przez panele słoneczne lub różnice temperatur [6] oraz z ruchu drzwi [7, 8]). Przykładem tutaj są systemy samochodowe, w których zmniejszane jest zużycie paliwa poprzez odzyskiwanie energii z hamowania pojazdu, jak też zasilanie amortyzatorów i czujników ciśnienia w oponach z energii odzyskanej z ruchu samochodu [9]. Do rozwoju układów odzyskiwania energii ze względu na potrzebę bezprzewodowego zasilania w trudno dostępnych miejscach oraz w systemach ruchomych, jakimi są samochody czy drony, przyczyniły się jednak głównie systemy autonomiczne (wysyłane w kosmos, zasilane ogniwami fotowoltaicznymi) [1, 10]. Zastosowanie źródeł odnawialnych wydłuża działanie systemów autonomicznych poprzez wsparcie zasilających baterii [1, 11], a także umożliwia zmniejszenie rozmiarów i wagi tych systemów przez możliwość zmniejszenia baterii potrzebnej do ich zasilania.

Głównym problemem układów odzyskiwania energii jest ilość odzyskanej energii, najczęściej niewystarczająca do stałego zasilania systemów autonomicznych [1, 10]. Znaczenie dla sprawności układu odzyskiwania energii ma jego umiejscowienie, rozmiar, kształt, sposób poruszania się przy odzyskiwaniu energii z ruchu, sposób magazynowania i przekazywania energii oraz częstotliwość rezonansowa w przypadku układów rezonansowych [12, 13]. Do optymalizacji układów służących do odzyskiwania energii można wykorzystać symulacje komputerowe. Przykładem może być opracowanie modelu układu odzyskiwania energii

w określonych warunkach, jego implementacja i sprawdzenie wartości odzyskanej energii, przy równoczesnym dopasowaniu częstotliwości rezonansowej układu.

Ruch układu odzyskiwania energii opisywany jest matematycznie równaniami algebraicznymi lub różniczkowymi. W prostych układach sformułowanie modelu matematycznego nie powoduje większych trudności, natomiast dla układów o znacznie bardziej skomplikowanych łańcuchach kinematycznych może stanowić problem. W formułowaniu modeli matematycznych układów odzyskiwania energii pomocne może być podejście usystematyzowane, w którym można wykorzystać pewne podobieństwa pomiędzy ich łańcuchami kinematycznymi a łańcuchami robotów. W takim ujęciu łańcuch kinematyczny układu odzyskiwania energii może być przyrównany do łańcucha kinematycznego robota [14-17], gdzie możliwe jest opisanie równań kinematyki prostej, równań kinematyki prędkości, a w końcu sformułowanie równań dynamiki wyrażonych w postaci równań Eulera-Lagrange'a [14-17] lub Newtona-Eulera [18]. W równaniach tych, zmienne uogólnione opisują ruch przegubów łańcucha kinematycznego [19]. Metoda ta może być stosowana do opisu ruchu innych układów działających podobnie do układów robota jak np. do łańcuchów kinematycznych: drukarek 3D [20], systemów pozycjonowania głowic dysków twardych oraz modelowania silników VCM – Voice Coil Motor jako napędów aktuatora komputerowych pamięci masowych [21-23].

Układ odzyskiwania energii składa się z obiektu poruszającego się, generatora oraz elementu odzyskującego energię. Generator będzie w dalszej części pracy nazywany harwesterem. W tym przypadku jest to generator elektromagnetyczny zbudowany ze sprężyny magnetycznej, na której nawinięte są cewki. Sprężyna magnetyczna zbudowana jest z trzech magnesów ustawionych tak, że działa pomiędzy nimi siła odpychania zapewniająca lewitację środkowego magnesu.

W celu przedstawienia układu odzyskiwania energii jako łańcucha kinematycznego robota konieczne jest przeanalizowanie możliwych do wykonania ruchów w tym układzie. Ze względu na uproszczenie formułowania równań kinematyki prostej, kinematyki prędkości oraz równań dynamiki stosowane przeguby w łańcuchu kinematycznym są przegubami o jednym stopniu swobody, czyli przeguby obrotowe symbolizują ruch rotacyjny, a przeguby pryzmatyczne symbolizują ruch liniowy. Równania kinematyki prostej i kinematyki prędkości mogą być sformułowane po wykonaniu tabeli z parametrami kinematycznymi łańcucha i wykorzystaniu notacji Denavita-Hartenberga (notacji D-H) [19].

## 1.2 Teza pracy

Możliwe jest opisanie ruchu elementu układów odzyskiwania energii z wykorzystaniem modeli matematycznych, bazujących na przekształceniu jednorodnym, po przedstawieniu układu odzyskiwania energii jako łańcucha kinematycznego robota i odwzorowania jego możliwych ruchów. Zapewnia to ujednoczenie i zwięzły opis matematyczny układów odzyskiwania energii.

Poprzez opracowanie modeli matematycznych, wykonanie symulacji komputerowych i ich weryfikację z wybranymi, opracowanymi prototypami układów i wynikami badań laboratoryjnych, zostanie wykazane, że opis ruchu elementów układu odzyskiwania energii z wykorzystaniem przekształcenia jednorodnego jest możliwy i stanowi efektywne narzędzie analizy i projektowania układów odzyskiwania energii.

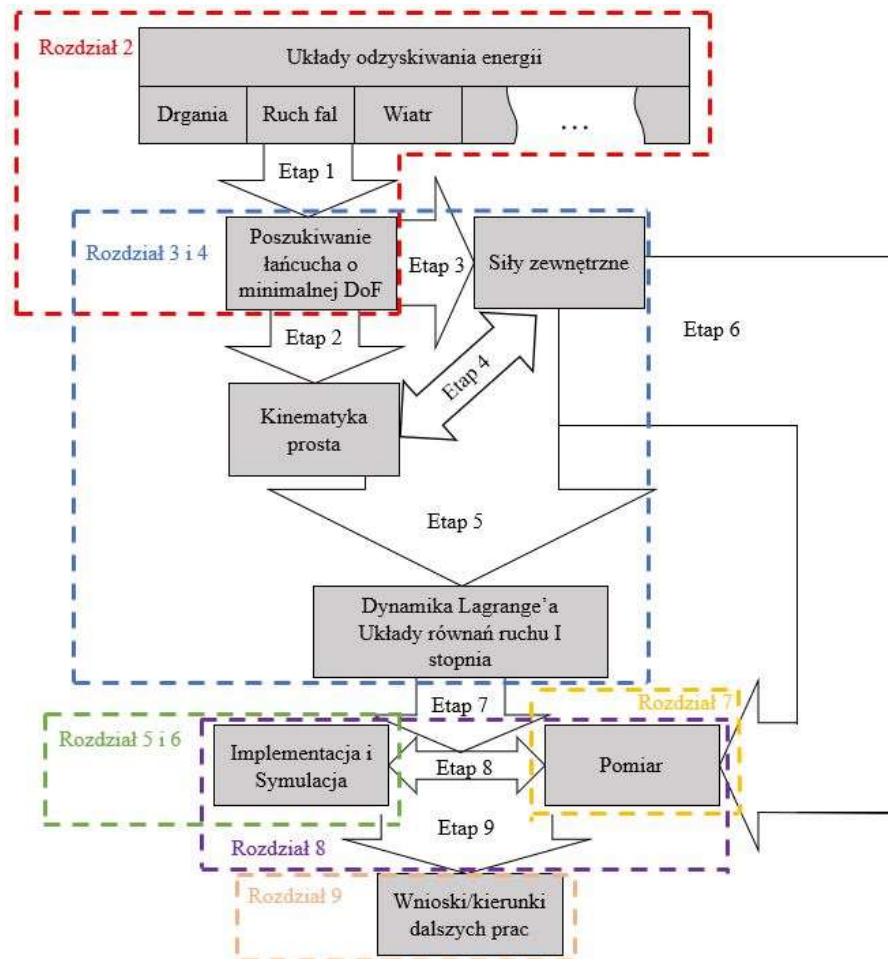
## 1.3 Cele pracy i założenia.

Cele:

- Identyfikacja i analiza łańcuchów kinematycznych wybranych układów odzyskiwania energii.
- Wybór łańcuchów układów odzyskiwania energii o minimalnej liczbie stopni swobody.
- Sformułowanie procedury opisu łańcuchów kinematycznych układów odzyskiwania energii.
- Analiza sił zewnętrznych działających na wybrane elementy łańcuchów kinematycznych układów odzyskiwania energii.
- Sformułowanie równań dynamiki dla układów odzyskiwania energii opisanych łańcuchami o minimalnej liczbie stopni swobody.
- Implementacja modeli matematycznych analizowanych układów odzyskiwania energii.
- Przeprowadzenie weryfikujących badań pomiarowych.

Założenia:

- Wybrane zostały 3 układy odzyskiwania energii: boja odzyskująca energię z ruchu fal, koło samochodowe z elementem odzyskującym energię z nierówności drogi oraz tzw. sprężyna magnetyczna jako generator elektromagnetyczny.
- Analizowany ruch układów odzyskiwania energii jest ruchem uproszczonym liniowym, obrotowym lub złożeniem tych ruchów.
- Siły zewnętrzne i siły potencjalne działające na układy odzyskiwania energii są siłami przybliżonymi wynikającymi z działania środowiska w jakim znajdują się te układy.



Rys.1.1 Rysunek poglądowy: schemat blokowy z elementami i etapami pracy.

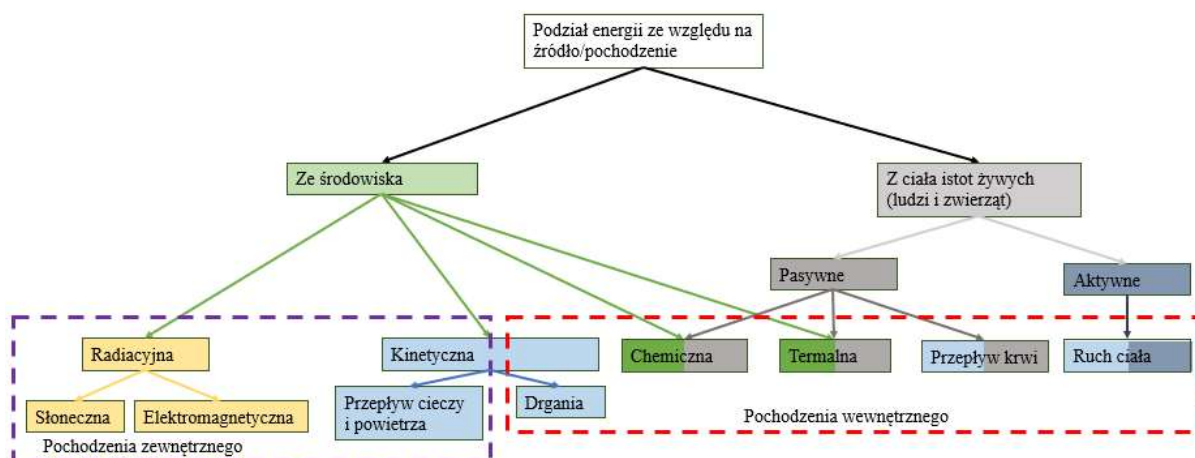
Na rysunku 1.1 przedstawiono etapy pracy (w formie strzałek) i elementy pracy (w formie bloków) oraz ich korelację z rozdziałami pracy (w formie przerywanej linii). Kolejne elementy wynikają z celów pracy i osiągane są poprzez wykonanie kolejnych jej etapów:

- 1) Analizy łańcucha kinematycznego,
- 2) Opisu łańcucha kinematycznego,
- 3) Analizy wpływu środowiska na obiekt,
- 4) Analizy sił zewnętrznych i ich wpływu na łańcuch kinematyczny,
- 5) Formułowania macierzy bezwładności i równań Lagrange'a,
- 6) Dostosowania układu pomiarowego,
- 7) Doprowadzenia równań do postaci kanonicznej i implementacji modeli matematycznych,
- 8) Weryfikacji wyników symulacyjnych z pomiarowymi,
- 9) Analizy i dyskusji wyników.

## 2 Energia możliwa do odzyskania, klasyfikacja układów odzyskiwania energii w ujęciu ich łańcuchów kinematycznych jako manipulatorów robotów

### 2.1 Ogólny podział energii możliwej do odzyskania

Jednym z możliwych sposobów podziału odzyskiwanej energii jest podział na energię pochodzącą z otoczenia, czyli energię kinetyczną, radiacyjną, termalną i chemiczną, oraz na energię pochodzącą z ciała istot żywych, najczęściej ludzi [24]. Energia pochodząca z ciała ludzkiego może być pasywna i niekontrolowalna, tak jak przykładowo, temperatura, ciśnienie krwi, lub aktywna i kontrolowalna jak ruch ciała. Energię kinetyczną można podzielić na energię pochodzącą z wibracji, z przepływu powietrza i wody oraz z ruchu ciała. Energię radiacyjną można podzielić na energię z fali elektromagnetycznej w zakresie widzialnym – światło słoneczne oraz z fal radiowych [24]. Kolejnym możliwym sposobem podziału energii odzyskanej jest jej podział ze względu na pochodzenie zewnętrzne (spoza systemu mechanicznego) oraz wewnętrzne [25]. Zewnętrzne źródła są zależne od wpływu środowiska, należą do nich energia słoneczna, energia elektromagnetyczna oraz energia z przepływu powietrza i cieczy. Wewnętrzne źródła zależą od pracy systemu i są stabilniejsze. Należą do nich energia termalna oraz energia z drgań, tarcia, przepływu cieczy i powietrza wewnątrz urządzenia [25]. Powyższy podział energii odzyskanej został przedstawiony na rysunku 2.1. Kolorem ciemnoszarym oznaczone są energie pasywne pochodzące z ciała istot żywych, szaroniebieskim aktywne. Kolorem ciemnozielonym zaznaczono energie pochodzące ze środowiska, a jasnoniebieskim energie kinetyczną. Energie pochodzące z dwóch źródeł są dwukolorowe albo przecięte przerywaną linią z podziału energii na wewnętrzne i zewnętrzne źródła.



Rys.2.1 Podział energii odzyskanej.

Odzyskiwanie energii słonecznej za pomocą ogniw fotowoltaicznych jest najbardziej dojrzałą i najpopularniejszą technologią. Ogniwa fotowoltaiczne są intensywnie rozwijane i badane

od momentu odkrycia efektu fotoelektrycznego w 1839 r. ze względu na sposób i koszt wytwarzania, a także na minimalną powierzchnię jaką zajmują oraz możliwość wpływania na właściwości poprzez zmianę pierwiastków, z których są utworzone [26, 27]. Energia słoneczna jest zależna od intensywności światła, nie da się jej kontrolować, jest zmienna w czasie, zależna od pór roku ale jest przewidywalna i ma największą wartość gęstości energii spośród wszystkich źródeł odnawialnych. Sprawność ogniw słonecznych wynosi nawet 60% dla ogniw 6-złączowych. Odzyskana energia zależy od intensywności światła i może wynosić nawet  $15 \text{ mW/cm}^2$ , energia odzyskana ze sztucznego światła może wynosić około  $20 \mu\text{W/cm}^2$  [24, 25, 27-29].

Odzyskiwanie energii z przepływu powietrza i wody jest drugim pod względem popularności sposobem odzyskiwania energii. Odzyskana energia może mieć do  $3,5 \text{ mW/cm}^2$ . Najczęściej odzyskiwanie energii polega na konwersji ruchu przepływu na ruch rotacyjny napędzający generator elektromagnetyczny [24, 28].

Odzyskiwanie energii z fal radiowych polega na wykorzystaniu anteny konwertującej fale radiowe na elektryczność. Wartość gęstości odzyskanej energii jest zależna od odległości anteny od źródła i od harmonicznego sygnału i mieści się w zakresie od  $200 \text{ pW/cm}^2$  do  $1 \text{ mW/cm}^2$ . Sprawność konwersji energii jest równa 50% [24, 25, 29].

Energię termalną można podzielić na energię pochodzącą z różnicy temperatur – energię termoelektryczną, energię pochodzącą ze zmiany temperatury w czasie – energię pyroelektryczną. Sprawność konwersji energii elektrycznej wynosi 3%, a dostępna gęstość energii może być równa nawet  $30 \text{ mW/cm}^2$ . Wadą układów odzyskiwania energii termalnej jest zależność wartości energii od różnicy temperatur oraz niska sprawność konwersji [25, 28, 29].

Jednym z typów odzyskiwania energii chemicznej jest odzyskiwanie energii biochemicznej, które polega na jej odzyskiwaniu z odpadów biologicznych z wykorzystaniem mikrobów [24].

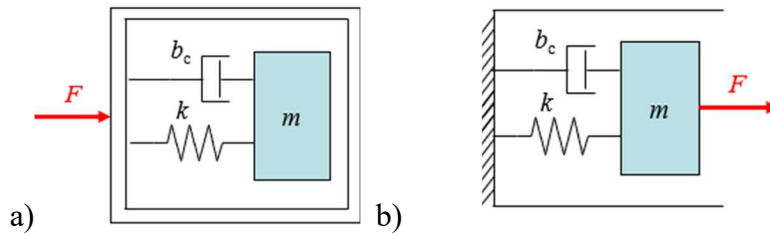
Możliwe jest również odzyskiwanie takiej energii z ciała ludzkiego lub zwierzęcego, pochodzi ona w takim przypadku z glukozy i kwasu mlekowego, wytwarzanego podczas pocenia się [30].

Energia z ciała ludzkiego najczęściej odzyskiwana jest z ruchu za pomocą generatorów elektromagnetycznych obrotowych i liniowych, piezoelektrycznych i elektrostatycznych, ale możliwe jest także odzyskiwanie energii termalnej oraz biochemicznej [30-44]. Wartość odzyskanej mocy typowo dla ciała ludzkiego jest równa od  $100 \text{ nW}$  do  $10 \text{ mW}$  [31]. Ruch ciała ludzkiego to nieregularne wibracje o częstotliwości poniżej  $10 \text{ Hz}$  i amplitudzie powyżej  $1 \text{ cm}$ , powoduje to dodatkowe trudności przy odzyskiwaniu energii, w związku z tym, że większość generatorów odzyskuje energię z regularnych drgań o wysokiej częstotliwości i niskich amplitudach [32-37]. Do odzyskiwania energii z ruchu ciała ludzkiego najlepiej nadaje się

generator nierezonansowy [34-36]. Dodatkowo ruch ciała jest wielokierunkowy, dlatego odzyskiwanie energii tylko w jednym kierunku jest mniej wydajne, niż odzyskiwanie przez generatory działające w wielu kierunkach [34, 35, 38]. W literaturze można znaleźć rozwiązania polegające na odzyskiwaniu energii z butów z wykorzystaniem generatorów piezoelektrycznych oraz elektromagnetycznych [39, 40]. Możliwe jest także odzyskiwanie energii z ruchu nóg [32, 34, 35, 41, 42], ramion [30, 32-35, 37-39, 41], głowy lub klatki piersiowej [32, 39, 41, 43] a także umieszczenie generatora w plecaku, co umożliwia zwiększenie parametrów geometrycznych generatora [36]. Zbyt małe częstotliwości ruchu w przypadku generatorów elektromagnetycznych nie generują mocy, ponieważ siła działająca na magnes trwały nie jest większa niż siła tarcia [34].

Energia kinetyczna (mechaniczna) może być przetwarzana przez przetworniki elektromagnetyczne (np. wzbudzane magnesami trwałymi [36, 45-48]), elektrostatyczne (np. bez elektretów i z elektretami [49, 50]) lub piezoelektryczne (np. bimerficzne wykorzystywane w systemach TPMS monitorujących ciśnienie w oponach [4, 51], skosy odzyskujące energię z dźwięku [52]). Energia odzyskana przez przetworniki piezoelektryczne ma największą gęstość ale jest zależna od częstotliwości drgań, ze względu na częstotliwość rezonansową, która różni się w zależności od materiału, z którego wykonany jest piezoelektryk. Zazwyczaj częstotliwość rezonansowa piezoelektryków mieści się w zakresie od 100 Hz do 1 kHz. Proces produkcji piezoelektryków jest skomplikowany i kosztowny, dlatego często bardziej opłacalne jest wykorzystanie przetworników elektromagnetycznych lub elektrostatycznych [27-29, 45]. Przetworniki elektrostatyczne wymagają dodatkowego zasilania, a wartość odzyskanej energii jest podobna do wartości energii odzyskanej za pomocą przetworników elektromagnetycznych [24, 45]. Przetworniki elektromagnetyczne mają wysoką wydajność przy niskich częstotliwościach do 100 Hz i są najtańsze [29]. Większość domowego sprzętu AGD drga z częstotliwością do 100 Hz, podobną częstotliwość mają także drgania w pojeździe [53]. Tym samym gęstość energii odzyskanej z wibracji może wynosić nawet około  $300 \mu\text{W}/\text{cm}^2$  [27]. Urządzenia odzyskujące energię z ruchu zazwyczaj wykorzystują masę sejsmiczną, która porusza się względem ramy urządzenia [49]. Masa połączona jest z ramą poprzez sprężynę i tłumik. Energia kinetyczna może być przetworzona na energię elektryczną przez przyłożenie siły bezpośrednio do masy lub do ramy. W pierwszym przypadku siła oddziałująca na masę wytwarza pracę przetwarzaną na energię elektryczną. W drugim przypadku siła oddziałuje na ramę, więc na masę oddziałuje siła bezwładności, której praca przetwarzana jest na energię elektryczną [49]. W związku z tym przetworniki energii

kinetycznej można podzielić na generatory bezwładnościowe i generatory z siłą bezpośrednią (rys.2.2) [42, 49].



Rys.2.2 Model generatora a) bezwładnościowego, b) z siłą bezpośrednią.

Generatory bezwładnościowe wymagają jedynie kontaktu fizycznego z pojedynczym obiektem oraz ruchu przyspieszonego, natomiast generatory z siłą bezpośrednią wymagają kontaktu fizycznego z dwoma obiektami [49]. Pomimo trudności w zapewnieniu kontaktu z dwoma obiektami, istnieją rozwiązania, w których stosowane są generatory z siłą bezpośrednią [49]. Takim generatorem jest przetwornik piezoelektryczny zastosowany jako rozciągalna opaska wokół mięśni lub przetwornik umieszczony pomiędzy dwoma elementami poruszającymi się względem siebie [42]. Współczynnik tłumienia w generatorach charakteryzuje tłumienie mechaniczne (pasożytnicze) i tłumienie indukowane elektrycznie [49, 54]. Siła wynikająca z dyssypacji energii w układzie generatora na jego rezystancji wewnętrznej nazywana jest siłą przetwarzania lub siłą tłumienia indukowanego elektrycznie. Tłumienie indukowane elektrycznie jest zależne od rodzaju zastosowanego przetwornika. Ogólne równanie ruchu elementu odzyskującego energię można zapisać jako sumę siły zewnętrznej  $F_{zp}$  (bezpośredniej lub bezwładności), siły przetwarzania  $F_T$ , siły mechanizmu mocującego oraz siły tłumienia mechanicznego [49, 54].

Najczęściej siłą mechanizmu mocującego jest siłą sprężystości sprężyny o współczynniku sztywności  $k$ , a siła tłumienia mechanicznego jest siłą tarcia o współczynniku tłumienia  $b$ . Wtedy równanie ruchu  $z_{mt}$  masy sejsmicznej  $m_t$  można zapisać następująco (2.1) [49, 54, 55]:

$$F_{zp} + F_T - kz_{mt} - b\dot{z}_{mt} = m_t\ddot{z}_{mt} \quad (2.1)$$

Częstość drgań własnych  $\omega_n$  można obliczyć z równania (2.2) [27].

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m_t}} \quad (2.2)$$

Na podstawie przedstawionych wcześniej danych w tabeli 2.1 przedstawiono gęstość odzyskanej energii w zależności od jej pochodzenia. Jest to wartość energii jaką można uzyskać



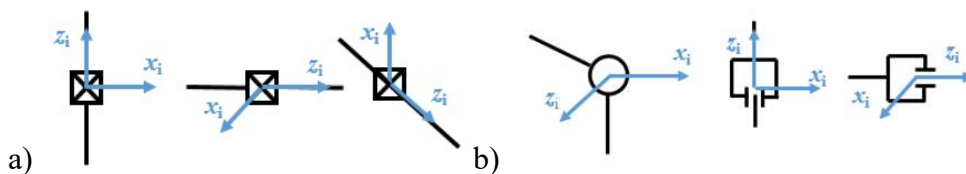
po jej przetworzeniu na energię elektryczną z uwzględnieniem sprawności układu odzyskiwania energii.

Tabela 2.1 Gęstość odzyskanej energii w zależności od jej pochodzenia.

Rodzaj odzyskanej energii	Gęstość energii odzyskanej, $\mu\text{W}/\text{cm}^2$
Energia słoneczna na zewnątrz	15 000
Energia słoneczna wewnątrz	20
Energia z przepływu powietrza i wody	3 500
Energia elektromagnetyczna (RF)	0,0002÷1 000
Energia termalna	900
Energia z drgań	300

## 2.2 Układy odzyskiwania energii jako manipulatory robotów

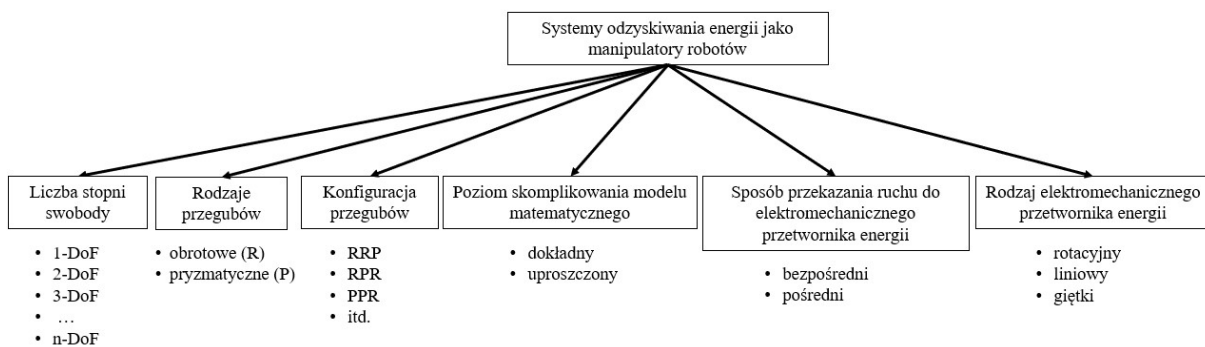
Układ odzyskiwania energii kinetycznej można przedstawić jako łańcuch kinematyczny, przyjmując, że ruch liniowy w pionie i w poziomie można przedstawić jako przeguby pryzmatyczne, a ruch obrotowy, czyli obrót, przechylenie się i kołysanie można przedstawić jako przeguby obrotowe (rys. 2.3).



Rys. 2.3 a) Przeguby pryzmatyczne, b) przeguby obrotowe

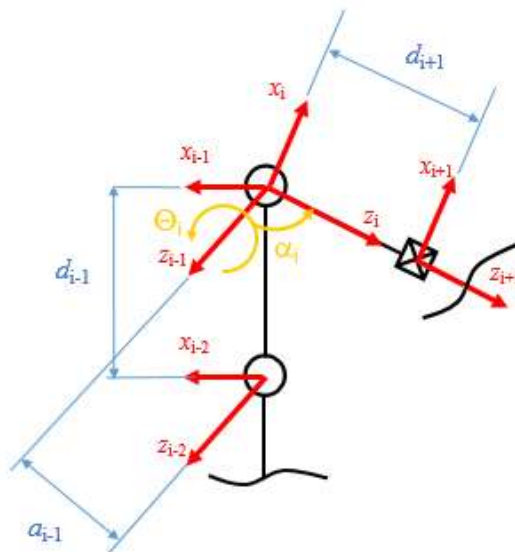
Układy odzyskiwania energii z ruchu można podzielić również ze względu na złożoność opisujących je łańcuchów kinematycznych, czyli ze względu na: liczbę stopni swobody, rodzaje przegubów, konfigurację przegubów, sposób przetworzenia i przeniesienia ruchu do elektromechanicznego przetwornika energii oraz rodzaj elektromechanicznego przetwornika energii (rotacyjny, liniowy, „giętki” - reprezentowany przez ruch rotacyjny i liniowy, występujący przy belkach piezoelektrycznych [56] oraz przy turbinach wiatrowych Vortex-Bladeless [57]). Podział taki jest determinowany rodzajem wykonywanego ruchu w odniesieniu zarówno do łańcucha kinematycznego części mechanicznej, jak i rozwiązania układu elektromechanicznego przetwornika energii – generatora. Mogą to być układy odzyskiwania energii bezpośrednio odzyskujące energię z ruchu elementu pod wpływem ruchu nośnika energii, ale również takie, które są wprawiane w ruch przez inny poruszający się element układu. Podziału można również dokonać ze względu na poziom skomplikowania

modelu matematycznego takiego układu, czyli ze względu na uwzględnienie dodatkowego ruchu zwiększającego dokładność symulacji lub jego brak w celu uproszczenia łańcucha kinematycznego i tym samym wynikającego z niego modelu matematycznego. Przykładowy podział układów odzyskiwania energii przedstawiono na rysunku 2.4. Do łańcucha kinematycznego oprócz elementów charakteryzujących ruch mogą być dodane także elementy tłumiące lub akumulujące energię takie jak tłumiki lub sprężyny. Ruch układu jest zależny od ruchu ośrodka, w którym się znajduje: ciecz (woda), gaz (powietrze). Układ, który nie ma dodatkowych ograniczeń ruchu, np. przewodnic, powinien zostać zbadany przy każdym możliwym ruchu spowodowanym ruchem ośrodka.



Rys. 2.4 Podział układów odzyskiwania energii w ujęciu łańcuchów kinematycznych.

Mając dane kąty dla przegubów obrotowych oraz wysunięcia dla przegubów pryzmatycznych można określić pozycję i orientację końcówki roboczej manipulatora [19]. Dlatego traktując jako końcówkę roboczą element układu odzyskiwania energii (generator) można określić równanie jego ruchu zależne od kątów i wysunięć.



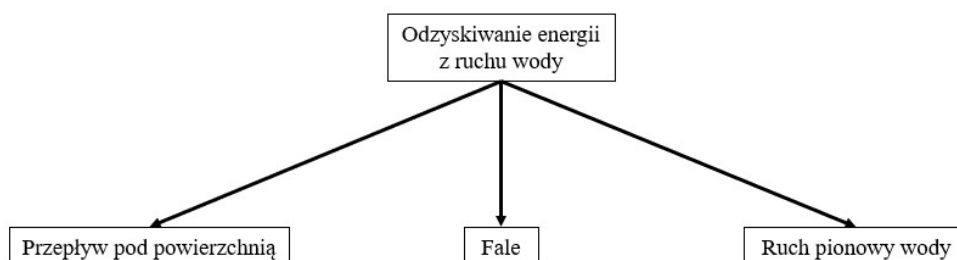
Rys.2.5 Przykładowy fragment łańcucha kinematycznego manipulatora.

Po przedstawieniu układu odzyskiwania energii jako manipulatora można określić położenie jego poszczególnych elementów za pomocą macierzy przekształcenia jednorodnego. Macierz przekształcenia jednorodnego można sformułować korzystając z notacji Denavita-Hartenberga (notacji D-H). Przykładowy fragment łańcucha kinematycznego manipulatora został przedstawiony na rysunku 2.5.

### 2.3 Falowy ruch wody a łańcuch kinematyczny układu odzyskiwania energii

Energia fal morskich i pływów jest najbardziej skoncentrowaną formą energii ze źródeł odnawialnych, gęstość dostępnej mocy, która jest równa mocy odzyskanej przy 100% sprawności układu odzyskiwania energii, jest 1000 razy większa od gęstości dostępnej mocy z wiatru i 2-3 razy większa od gęstości dostępnej mocy słonecznej [58]. Energia z pływów jest wiarygodna i przewidywalna, ponieważ czas w jakim występują przyboje jest rezultatem przyciągania grawitacyjnego księżyca i Słońca [2, 59, 60]. Głównym problemem odzyskiwania energii z wody jest korozja materiału pod wpływem działania wody, zwłaszcza słonej [59]. Drugim problemem jest transmisja energii, dlatego większość układów odzyskiwania energii z wody budowana jest przy brzegu.

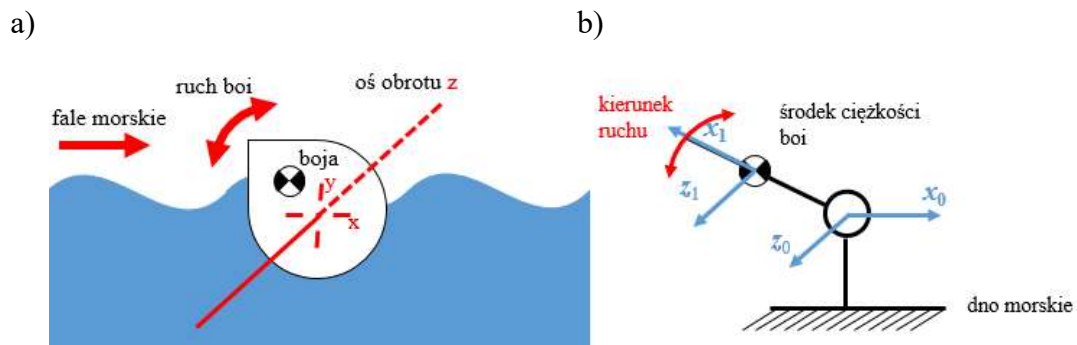
Sposób odzyskiwania energii z ruchu wody można podzielić na odzyskiwanie z poziomego ruchu wody, czyli z powierzchni wody - fal oraz z przepływu wody pod powierzchnią, a także na odzyskiwanie energii z ruchu pionowego wody (rys.2.6).



Rys. 2.6 Podział odzyskiwania energii z ruchu wody.

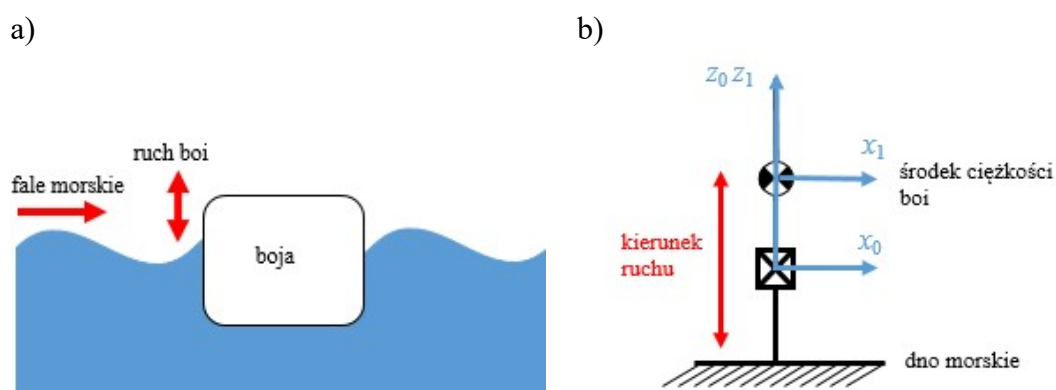
Energia z ruchu kołyszącego może być odzyskiwana ze względnego ruchu unoszących się elementów, który powoduje pompowanie oleju o wysokim ciśnieniu przez silnik hydrauliczny napędzający generator [61] albo z ruchu statku unoszącego się na wodzie, który powoduje ruch liniowego generatora znajdującego się na równoważni wewnątrz statku i w rezultacie indukowanie napięcia [60]. Można również zastosować boję kołyszącą się - „Salterduck” (rys. 2.7 a). Uwzględniając tylko ruch obrotowy boi można ją przedstawić w postaci łańcucha kinematycznego z przegubem obrotowym (rys. 2.7 b) z ograniczonym kątem obrotu. Ciśnienie dynamiczne fal powoduje ruch rotacyjny boi, natomiast ciśnienie hydrostatyczne powoduje,

że dziób boi nie zanurza się lecz unosi się i opada. Ruch ten powoduje konwersję energii potencjalnej i kinetycznej fali na energię mechaniczną rotacyjną, która następnie jest konwertowana na energię elektryczną [62].



Rys.2.7 a) Boja „Salterduck”, b) łańcuch kinematyczny boi „Salterduck”.

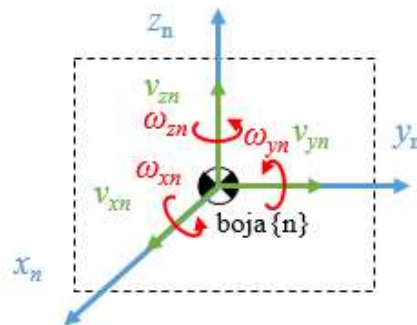
Układem odzyskiwania energii, który generuje najwięcej mocy na małym obszarze jest boja (rys.2.8 a) [62]. Jest to rodzaj punktowego odzyskiwania energii [58]. Boja porusza się w górę i w dół pod wpływem ruchu fal, a jej ruch oddziałuje bezpośrednio lub pośrednio na generator. Uwzględniając tylko ruch liniowy (w przypadku ograniczenia ruchu na boki np. przez tłok) boi, można ją przedstawić w postaci łańcucha kinematycznego z przegubem pryzmatycznym (rys. 2.8 b). W celu dokładniejszego odwzorowania można również uwzględnić możliwy obrót boi. Ruch boi może być konwertowany na ruch rotacyjny, wtedy generator elektryczny jest generatorem rotacyjnym jak w [2, 58, 61, 63] możliwe jest jednak zastosowanie generatora liniowego [64]. Pośrednio boja może poruszać generatorem poprzez poruszanie tłokiem jak w artykule [61].



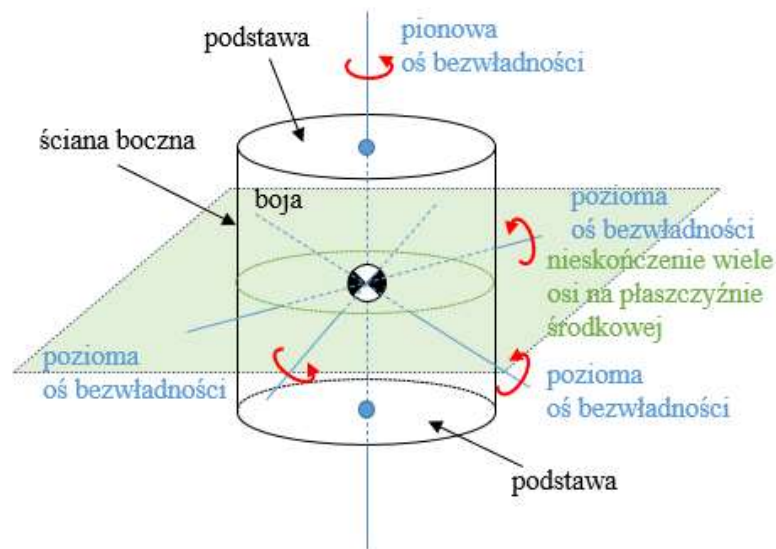
Rys.2.8 a) Boja odzyskująca energię, b) łańcuch kinematyczny boi.

W celu dokładnego opisu ruchu boi należy najpierw scharakteryzować ruch ośrodka, w tym przypadku jest to ruch fali morskiej. Boja swobodnie unosząca się na powierzchni wody względem swojego środka ciężkości masy może mieć 6 stopni swobody ruchu. Na rysunku 2.9 zaznaczono układ współrzędnych {n} związany ze środkiem ciężkości boi. Wzdłuż i wokół osi

układu współrzędnych możliwe są do wykonania trzy przemieszczenia liniowe (translacje) oraz trzy przemieszczenia obrotowe (rotacje). Na rysunku 2.9 zaznaczono ruch pionowy (w górę i w dół wzdłuż osi  $z_n$  odbywający się z prędkością  $v_{zn}$ ), ruch poziomy (w lewo i prawo wzdłuż osi  $y_n$  odbywający się z prędkością  $v_{yn}$  oraz do przodu i do tyłu wzdłuż osi  $x_n$  z prędkością  $v_{xn}$ ) oraz trzy obroty względem głównych osi bezwładności: obrót wokół osi  $z_n$  z prędkością kątową  $\omega_{zn}$ , obrót wokół osi  $y_n$  z prędkością kątową  $\omega_{yn}$ , obrót wokół osi  $x_n$  z prędkością kątową  $\omega_{xn}$ . Przyjmuje się, że przemieszczenie kątowe wynikające z ruchu obrotowego wokół osi  $x$  zwane jest przechyleniem (ang. „roll”), wokół osi  $y$  zwane jest pochyleniem (ang. „pitch”), a wokół osi  $z$  odchyleniem (ang. „yaw”) [65].



Rys. 2.9 Układ współrzędnych  $\{n\}$  związany ze środkiem ciężkości boi z zaznaczonymi prędkościami.



Rys. 2.10 Główne osi bezwładności boi cylindrycznej.

Rzeczywista boja nie jest punktowa lecz w kształcie zbliżonym do stożka lub cylindra (walca). Boja cylindryczna ma pionową oś bezwładności przechodzącą przez środki podstaw, oraz nieskończenie wiele poziomych osi bezwładności przechodzących przez środek ciężkości oraz przeciwległe środki ściany pionowej. Wokół tych osi może następować przypadkowy

ruch kołyszący, w zależności od kierunku chwilowego ruchu fali (rys.2.10). Jeśli uwzględnić ruch fali na płaszczyźnie lub uwzględnić jednolitą falę jak przy pływach, będzie występować:

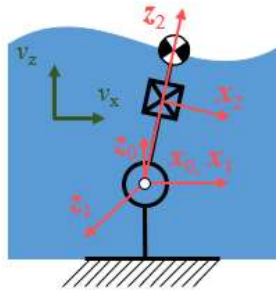
- I. ruch unoszący – ruch boi w górę lub w dół, spowodowany zmianą poziomu wody w miejscu, w którym znajduje się boja, skutkuje to zmianą energii wody i siły działającej na boję i w rezultacie zmianę położenia boi w pionie,
- II. ruch znoszący na boki – ruch, który może być zinterpretowany jako ruch rotacyjny boi w lewo i w prawo, spowodowany przemieszczaniem się masy wody w postaci fali.

Przy pływach, jeśli na drodze wody nie występują przeszkody, ruch fali odbywa się jednym kierunkiem, który można nazwać kierunkiem głównym. Siła, wynikająca z ruchu masy wody – fali, działająca na boję powoduje jej obrót wokół osi obrotu przechodzącej przez środek ciężkości boi i przeciwległe środki ścian bocznej. Przez działanie siły wyporu prawdopodobne jest, że siła, działająca na bok boi, będzie działała na środek ciężkości, powodując tylko jej lekki ruch na boki. Ruch ten, ze względu na występujący w układzie boi odzyskującej energię, element mocujący boję do dna zbiornika wodnego, może być sprowadzony tylko do znoszenia na boki spowodowanego obrotem. Obrót ten będzie spowodowany głównie różnicą poziomu wody działającej na podstawę boi. (rys.2.11).



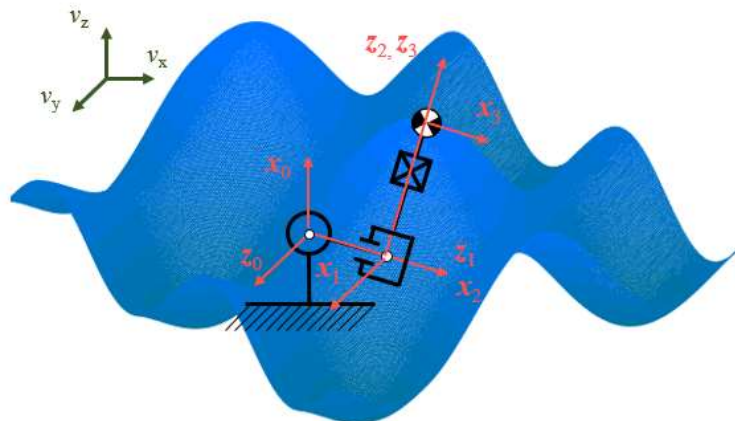
Rys.2.11 Ruch boi o 2 stopniach swobody.

Przy ograniczeniu ruchu na boki, tak jak w zbiornikach przelewowych przy odzyskiwaniu energii ze zmiany poziomu wody, można założyć, że łańcuch kinematyczny charakteryzujący ruch boi ma tylko 1 stopień swobody - translację w górę i w dół. Jeśli boja nie ma ograniczonego ruchu na boki, wtedy ruch znoszący może być uwzględniony przez przegub obrotowy. Łańcuch kinematyczny charakteryzujący ruch boi ma w takim przypadku 2 stopnie swobody (rys.2.12). Przegub obrotowy charakteryzuje dryfowanie boi na fali.



Rys.2.12 Łącuch kinematyczny boi o 2 stopniach swobody.

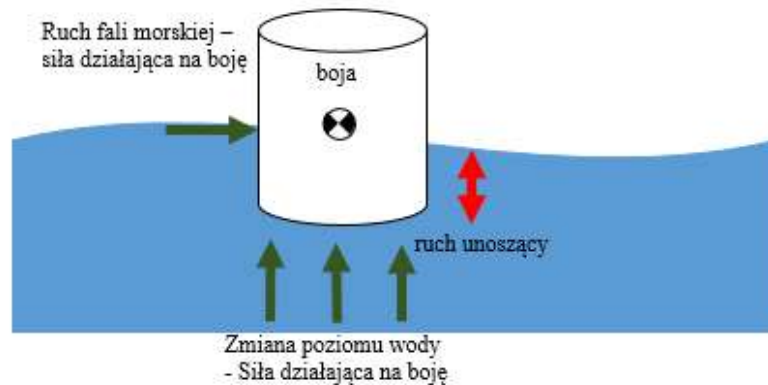
Kiedy fala trafia na przeszkodę odbija się, wtedy jej ruch nie jest jednolity, następuje interferencja fali - część fali jest wzmacniana a część wytłumiana. Fali nie można w takim przypadku taktować jako sinusoidy, ponieważ jej amplituda będzie zmienna. Może się także zmienić kierunek fali, co sprawia, że ruch masy wody może oddziaływać z różnych stron na boję. Powoduje to dodatkowy ruch boi, boja nie tylko przechyla się w kierunku ruchu fali ale również w kierunku spadku fali. Na przechylanie się boi wpływać będzie różnica poziomu wody. Siła działająca na dolną płaszczyznę boi będzie różna nie tylko w jednym kierunku ale w co najmniej dwóch kierunkach, co będzie skutkowało nierównomiernym ciśnieniem działającym na podstawę boi. W rezultacie będzie to skutkowało nie tylko unoszeniem się boi ale również obrotem boi wokół poziomej osi bezwładności zgodnym z kierunkiem ruchu fal. W takim przypadku łańcuch kinematyczny boi posiada 3 stopnie swobody (rys.2.13).



Rys.2.13 Łącuch kinematyczny boi o 3 stopniach swobody.

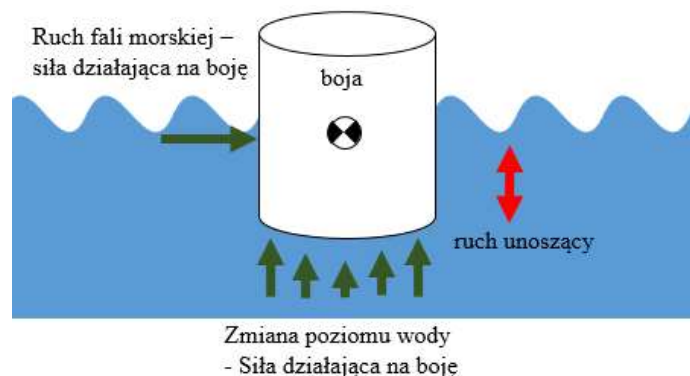
Fale mogą mieć różne częstotliwości. Porównując długość fali do wymiarów boi można zauważyć, że jeśli długość fali jest znacznie większa niż wymiary boi, wtedy ruch boi będzie odbywał się głównie w pionie, uwzględnienie ruchu kołyszącego nie jest konieczne, ponieważ nie wpływa on na ruch elementu odzyskującego energię (rys.2.14). Siła działająca na podstawę boi będzie prawie równomiernie rozłożona, występować będą jedynie niewielkie różnice, ponieważ wysokość poziomu wody będzie prawie jednakowa na całej szerokości boi. Jedyny

ruch kołyszący, jaki może występować wynika z siły działającej pod wpływem poruszającej się masy wody, jednak jest on nieznaczny ze względu na wypór boi pod wpływem fali i działanie siły na środek ciężkości lub w niewielkiej odległości od niego. Powoduje to jedynie nieznaczne przesunięcie boi (która jest zakotwiczona w podłożu). Jeśli długość fali jest mniejsza niż wymiary boi, w ruchu boi należy uwzględnić kołysanie. Siła działająca na podstawę boi będzie nierównomiernie rozłożona, ponieważ poziom wody będzie różny na całej szerokości boi, jak na rysunku 2.11.



Rys.2.14 Ruch boi na fali o długości znacznie dłuższej od średnicy boi.

Przy dużej częstotliwości ruchu fali, znacznie mniejszej długości fali w stosunku do wymiarów boi, ruch boi jest niewielki. Wysokość fali jest zależna od jej częstotliwości, większa częstotliwość skutkuje mniejszą wysokością fali, co również przyczynia się do mniejszego ruchu boi. Kołysanie jest niwelowane przez to, że następują częste zmiany wysokości poziomu wody, więc siły działające na podstawę boi działają z różnych stron środka ciężkości znosząc się wzajemnie (rys. 2.15).

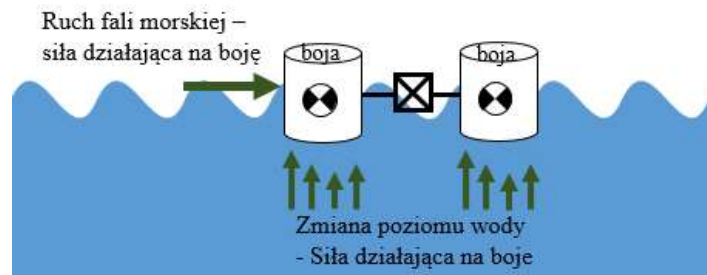


Rys. 2.15 Ruch boi na fali o długości znacznie krótszej od średnicy boi.

W celu zwiększenia możliwości odzyskiwania energii można zastosować układ złożony z kilku boi połączonych ze sobą elementem ruchomym umożliwiającym zmianę odległości między



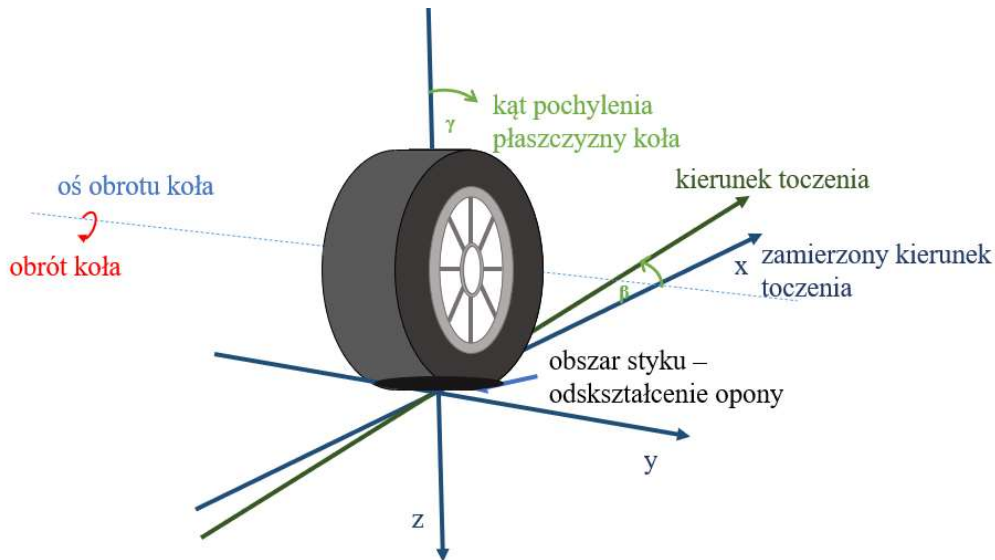
bojami (rys.2.16). Na rysunku 2.16 element umożliwiający zmianę odległości przedstawiony jest jako przegub pryzmatyczny. Wielkość zestawu boi może być wtedy zmniejszona w celu dopasowania do krótszych fal. Wtedy wysokość fal będzie znacząca w stosunku do wielkości boi. Umożliwia to odzyskiwanie energii z różnych częstotliwości fali poprzez dostosowanie odległości między bojami do długości fali. Zmniejsza to także efekty niepożądane wynikające z kołysania boi, ponieważ odległość między bojami może być dostosowana w taki sposób, żeby zmniejszyć ich ruch obrotowy.



Rys. 2.16 Układ z bojami o regulowanej odległości od siebie.

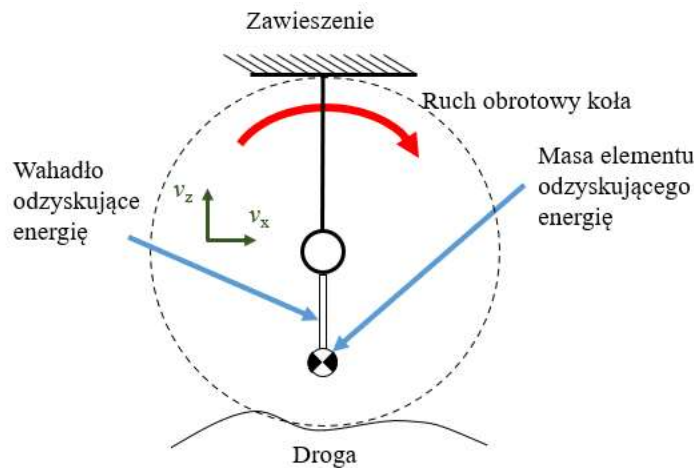
#### 2.4 Ruch i odkształcenie koła na drodze a łańcuch kinematyczny układu odzyskiwania energii.

Ruch koła samochodowego w pojeździe to ruch obrotowy w kierunku toczenia, oś obrotu jest pozioma i prostopadła do kierunku toczenia. Dodatkowy możliwy ruch związany jest z odkształceniem opony. Zakłada się, że odkształcenie opony jest obszarem styku z podłożem i charakteryzuje się ruchem w kierunku pionowym oraz jest zależne od nierówności drogi. Ze względu na to odkształcenie koło nie porusza się idealnie w kierunku zamierzonym, następuje odchylenie od kierunku zamierzonego. Należy także uwzględnić to, że koło nie porusza się cały czas w jednym kierunku – prosto, tylko przy zmianie kierunku jazdy następuje zmiana kierunku ruchu koła – skręcanie koła. Podczas skręcania pojazdu należy uwzględnić także przechylenie opony, które zależy również od odkształcenia opony. Układy współrzędnych związane z kołem samochodowym znajdującym się w ruchu przedstawiono na rysunku 2.17. Dodatkowo podczas ruchu koła wokół osi  $x$  występuje moment przechylający, wokół osi  $z$  występuje moment stabilizujący, wokół osi  $y$  występuje opór toczenia [66]. Z rysunku 2.17 wynika, że w ruchu koła mogą wystąpić obroty w 3 różnych płaszczyznach, a także ruch w górę i w dół wynikający z odkształcenia opony.



Rys. 2.17 Koło samochodowe – układy współrzędnych [66].

Ruch koła jest ruchem rotacyjnym reprezentowanym przez przegub obrotowy o osi poziomej prostopadłej do kierunku toczenia się. W przypadku układów odzyskiwania energii bezpośrednio z obrotu koła, takich jak w [9, 67], gdzie energia odzyskiwana jest z obrotu ramienia pod wpływem sił odśrodkowych, możliwe jest ich przedstawienie w postaci łańcucha kinematycznego o jednym stopniu swobody z przegubem obrotowym. Odzyskiwanie energii następuje bezpośrednio z obrotu koła lub z obrotu wokół osi przesuniętej względem osi obrotu koła (rys. 2.18).

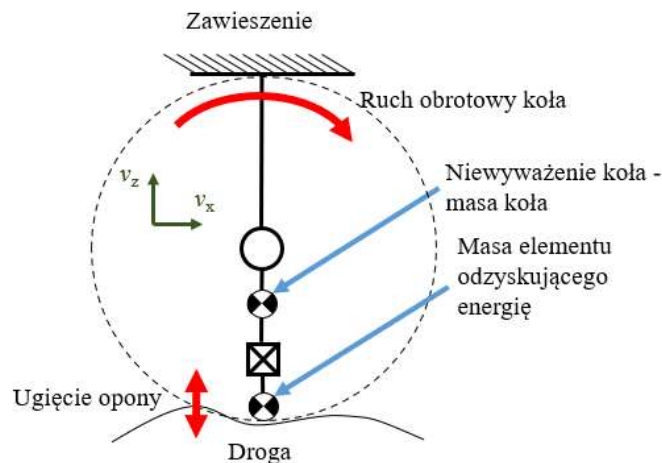


Rys. 2.18 Odzyskiwanie energii bezpośrednio z obrotu koła.

W kole samochodowym energia odzyskiwana jest najczęściej z ugięcia opony. Ugięcie opony następuje pod wpływem nierówności drogi ale również pod wpływem masy pojazdu oraz zwiększonych i zmniejszonych obciążeń podczas pokonywania zakrętów. W związku z tym, że występuje to na powierzchni zetknięcia opony z drogą można przyjąć, że ruch ten

odbywa się tylko w górę i dół. Miejsce, w którym następuje ugięcie opony oraz miejsce, w którym następuje jej powrót do pierwotnego kształtu są oddalone od siebie o fragment obwodu koła. Jeśli koło ma duży promień lub prędkość koła jest niska to odległość ta jest pomijalna. Wtedy łańcuch kinematyczny układu odzyskiwania energii ma dwa stopnie swobody i składa się z przegubu obrotowego oraz z przegubu pryzmatycznego reprezentującego ugięcie opony (rys.2.19). Środek ciężkości, występujący na członie pomiędzy przegubem obrotowym a pryzmatycznym, reprezentuje masę koła i masę niewyważenia, a z osią obrotu przegubu obrotowego związany jest masowy moment bezwładności koła.

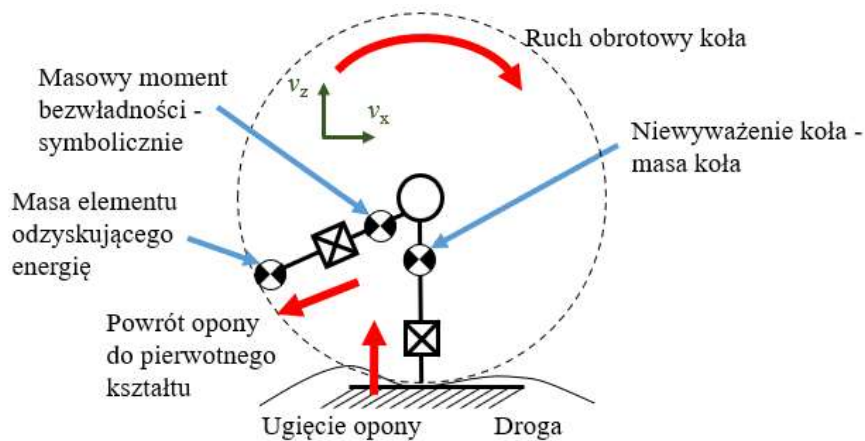
Blisko przegubu pryzmatycznego umieszczony jest harwester odzyskujący energię z ugięcia opony, którego ruch jest badany, dlatego powinien być ostatnim elementem łańcucha kinematycznego. W związku z tym układ bazowy związany jest z zawieszeniem, a nie z nierównością drogi.



Rys. 2.19 Łańcuch kinematyczny koła samochodowego z uwzględnieniem ugięcia opony.

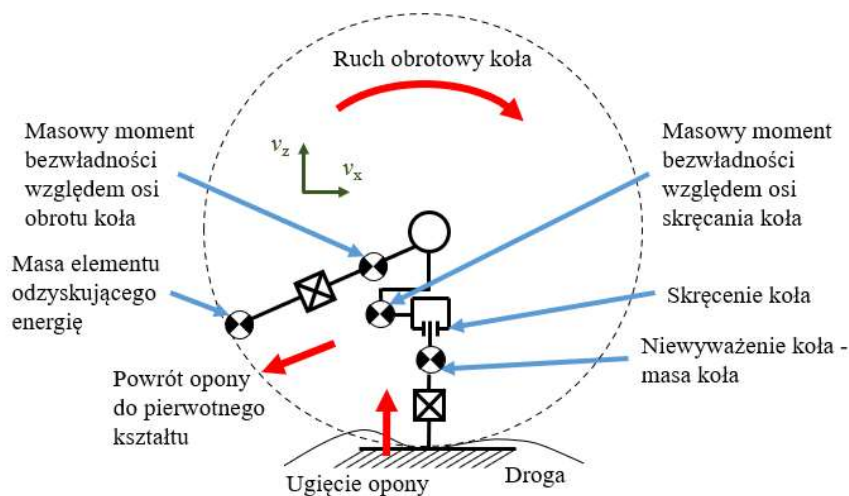
Powoduje to niezależność osi obrotu koła od nierówności drogi co nie jest zgodne z rzeczywistością, dlatego bardziej precyzyjnym modelem jest układ o 3 stopniach swobody omówiony poniżej.

W celu uwzględnienia zmiany położenia ugięcia opony i jej powrotu do kształtu pierwotnego oraz zmianę położenia osi obrotu koła względem bazowego układu współrzędnych, należy dodać jeszcze jeden przegub pryzmatyczny. Łańcuch kinematyczny koła z oponą ma wtedy trzy stopnie swobody i składa się z przegubu pryzmatycznego reprezentującego ugięcie opony, przegubu obrotowego oraz drugiego przegubu pryzmatycznego reprezentującego powrót opony do pierwotnego kształtu (rys.2.20). Bazowy układ współrzędnych związany jest z powierzchnią drogi – ugięcie spowodowane nierównością drogi spowoduje zmianę położenia osi obrotu koła.



Rys. 2.20 Łańcuch kinematyczny koła samochodowego z uwzględnieniem zmiany miejsca ugięcia i powrotu opony do pierwotnego kształtu względem bazowego układu współrzędnych oraz zmiany położenia osi obrotu.

W celu dokładniejszego odwzorowania ruchu koła należy również uwzględnić to, że pojazd zmienia kierunek jazdy, czyli w łańcuchu kinematycznym koła wystąpi także obrót wokół osi pionowej prostopadłej do kierunku jazdy – pierwszy przegub obrotowy od układu bazowego. Łańcuch kinematyczny o 4 stopniach swobody uwzględniający zmianę kierunku ruchu został przedstawiony na rysunku 2.21.

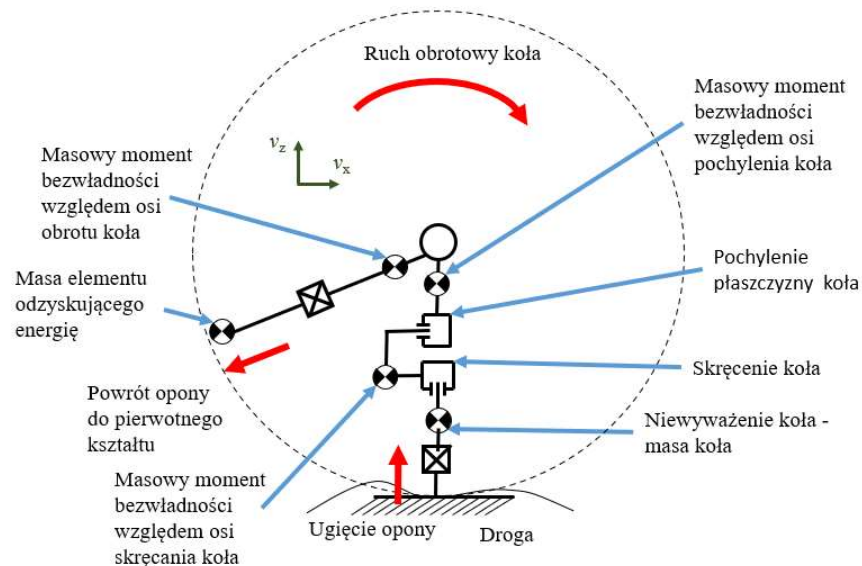


Rys. 2.21 Łańcuch kinematyczny koła samochodowego z uwzględnieniem skręcenia koła od pierwotnego kierunku jazdy.

Środek ciężkości odpowiadający pierwszemu przegubowi obrotowemu można uznać za środek ciężkości reprezentujący masowy moment bezwładności koła, liczony względem osi tego obrotu. Obrót występuje względem miejsca styku koła z drogą – jeśli nie uwzględnia się zmiany pochylenia koła jego oś obrotu nie zmienia położenia, jednak w rzeczywistości oś obrotu jest przesunięta w zależności od odkształcenia spowodowanego nierównością drogi, dlatego konieczne jest uwzględnienie kolejnego obrotu, co zostało przedstawione za pomocą łańcucha

o 5 stopniach swobody. W kole samochodowym występuje również minimalne odchylenie koła od pierwotnego kierunku jazdy spowodowane nierównością drogi. To odchylenie również może być zaprezentowane w postaci przegubu obrotowego odpowiadającemu skręceniu koła.

Uwzględnienie pochylenia płaszczyzny koła pod wpływem odkształcenia opony spowodowanego nierównością drogi wymaga wprowadzenia dodatkowego przegubu obrotowego. Oś obrotu pochylenia płaszczyzny jest równoległa do kierunku jazdy i przechodzi przez miejsce styku opony z drogą. Środek ciężkości pomiędzy przegubem odpowiadającym pochyleniu koła oraz przegubem skręcenia koła symbolizuje moment bezwładności (liczony względem osi pochylenia koła). Kolejność przegubów w tym przypadku jest znacząca. Położenie osi obrotu koła prostopadłej do kierunku toczenia się jest zależne od odkształcenia pionowego (deformacji opony) reprezentowanego przez przegub pryzmatyczny, od skręcenia koła reprezentowanego przez pierwszy przegub obrotowy oraz od pochylenia płaszczyzny koła reprezentowanego przez drugi przegub obrotowy. Oś pochylenia płaszczyzny koła i oś skręcenia koła zależą od siebie nawzajem, jednak w związku z tym, że ze względów bezpieczeństwa pochylenie płaszczyzny koła powinno mieć niewielki wpływ na skręcenie koła założono, że kolejność przegubów powinna wyglądać jak na rysunku 2.22 przedstawiający łańcuch kinematyczny koła o 5 stopniach swobody.

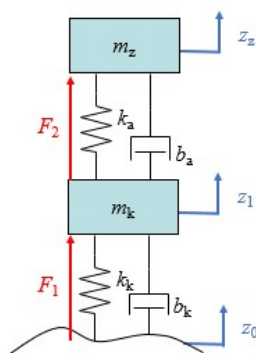


Rys. 2.22 Łańcuch kinematyczny koła samochodowego z uwzględnieniem skręcenia koła od pierwotnego kierunku jazdy oraz pochylenia płaszczyzny koła pod wpływem ugięcia opony.

Do modelowania zachowania koła samochodowego, a częściej opony, której odkształcenie jest potrzebne w przypadku odzyskiwania energii, można skorzystać z jednego ze znanych modeli dynamicznych: modelu ze sztywnym pierścieniem (ang. rigid ring model), modelu

wielocłonowego (ang. multibody model), modelu wykorzystującego metodę elementów skończonych, modelu modalnego, magicznej formuły Pacejki (ang. Magic Formula by Pacejka) [68]. W modelu ze sztywnym pierścieniem opona przedstawiana jest jako sztywny pierścień połączony z osią koła sprężynami i tłumikami [68]. Kontakt z nierównością drogi jest punktowy, zamodelowany za pomocą sprężyny, co powoduje wygładzenie nieregularności [68]. W modelu wielocłonowym opona przedstawiana jest jako elastyczny pas, który modelowany jest masami punktowymi połączonymi z osią poprzez sprężyny i tłumiki. Ten model jest dokładny ale wymaga dobrego sprzętu obliczeniowego i znajomości wszystkich parametrów (wszystkich współczynników sztywności i tłumienia) [68- 70]. Model wykorzystujący metodę elementów skończonych wymaga dokładnej geometrii opony oraz znajomości materiału. Model ten jest najdokładniejszy ze wszystkich modeli ale symulacja wymaga większej mocy obliczeniowej [68, 71, 72]. W modelu modalnym wykorzystywana jest tzw. „czarna skrzynka”, gdzie relacje między wejściami a wyjściami określane są poprzez analizę elementów skończonych oraz doświadczenia [68, 70, 73]. Ze względu na liniowość modelu nie są uwzględniane w nim zmiany siły (np. poślizg, zmiana prędkości obrotowej), a także nie do końca znane są relacje między siłami a parametrami [70]. Model z wykorzystaniem Magicznej Formuły Pacejki jest modelem empirycznym, najczęściej wykorzystywanym w przemyśle oprócz metody elementów skończonych [68, 74].

W kole samochodowym należy uwzględnić siłę reakcji podłoża  $F_1$  jako siłę, która oddziałuje na łańcuch kinematyczny układu odzyskiwania energii. Siła ta wynika ze współczynnika sztywności  $k_k$  oraz tłumienia  $b_k$  opony, a także z masy koła  $m_k$  oraz przyspieszenia ziemskiego  $g$  i z nierówności drogi  $z_0$ . Zależna jest również od układu zawieszenia samochodu – siły  $F_2$  amortyzacji, współczynnika sztywności  $k_a$  oraz tłumienia  $b_a$  amortyzatora, a także masy zawieszenia  $m_z$  [75]. Zostało to przedstawione na rysunku 2.23. Nierówność drogi można obliczyć korzystając z normy ISO 8608:2016. Określa ona profile drogi w zależności od kondycji nawierzchni oraz dozwoloną maksymalną prędkość na tej drodze.



Rys.2.23 Siły działające na zawieszenie samochodowe.

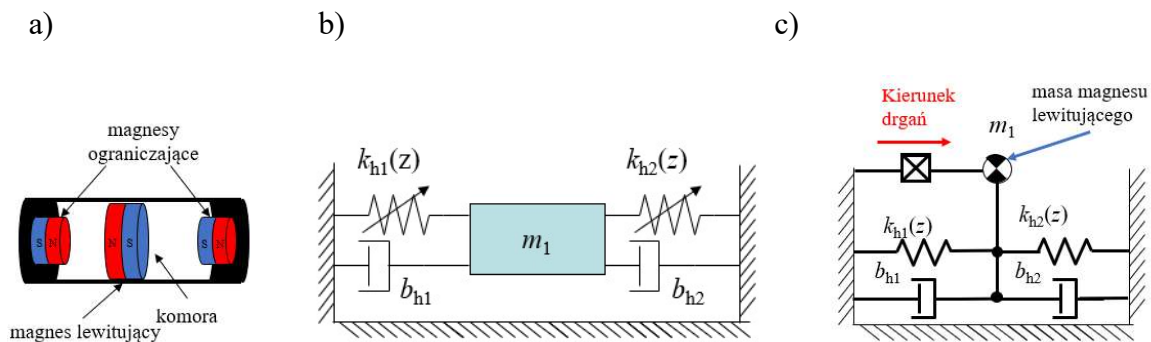
## 2.5 Sprężyna magnetyczna a łańcuch kinematyczny układu odzyskiwania energii

Jednym z możliwych do zastosowania harwesterów w zakresie częstotliwości do 100 Hz [45], czyli dla częstotliwości drgań występujących np. w kole samochodowym lub boi, jest sprężyna magnetyczna działająca jako bezwładnościowy przetwornik elektromagnetyczny. W takim układzie lewitujący magnes trwały w sprężynie magnetycznej porusza się wewnątrz cewki indukując napięcie zgodnie z prawem Faradaya. Napięcie to zależne jest od prędkości magnesu trwałego względem cewki, parametrów magnesów trwałych i parametrów cewki. W celu zwiększenia odzyskiwanej energii należy dopasować te parametry oraz dopasować rezonansową częstotliwość sprężyny magnetycznej do częstotliwości drgań, z których energia jest odzyskiwana. W związku z tym, że drgania te najczęściej nie mają jednej częstotliwości najlepszym rozwiązaniem byłby układ odzyskiwania energii o zmiennej częstotliwości rezonansowej [12, 76].

Sprężyna magnetyczna złożona jest z magnesów utwierdzonych i z magnesów ruchomych, lewitujących. Taka sprężyna występuje w różnych konfiguracjach. Przegląd takich konfiguracji (dla różnej liczby magnesów oraz różnych ich ustawień, a także dla różnej liczby cewek) został opisany w [77]. Najczęściej jest to jeden magnes utwierdzony i jeden lewitujący, lub dwa utwierdzone, a pomiędzy nimi magnes lewitujący [45, 46]. W badanym przypadku są to dwa magnesy utwierdzone, a pomiędzy nimi znajduje się lewitujący magnes, który z magnesami utwierdzonymi tworzy sprężyny magnetyczne powstałe z sił odpychania działających pomiędzy dwoma magnesami. Jeśli magnesy zewnętrzne są takie same można uznać, że magnes wewnętrzny umieszczony jest na dwóch sprężynach o takim samym współczynniku sztywności. Sprężyny te nie mają stałych współczynników sprężystości, zmieniają się one wraz z położeniem magnesu. W modelu należy również uwzględnić tłumienie spowodowane oporem aerodynamicznym oraz tarcie. Częstotliwość rezonansowa drgań elementu zawieszzonego na sprężynie zależna jest od współczynnika sztywności sprężyny oraz masy elementu. Sprężyna magnetyczna jest trwalsza od sprężyny mechanicznej, a jej współczynnik sztywności może być zmieniany poprzez zmianę siły odpychania magnesów, czyli zmianę właściwości magnetycznych np. poprzez dodatkowy magnes lewitujący [46], brak jednego magnesu zewnętrznego [36] lub jeden magnes zewnętrzny nieutwierdzony [47] albo zmianę kształtu magnesów [48], możliwe jest również umieszczenie materiału o innej przenikalności magnetycznej pomiędzy magnesami [36, 46] albo przez zmianę masy magnesu wewnętrznego. Odzyskana energia jest też zależna od cewki, która

nawinięta wokół sprężyny magnetycznej powoduje, że układ taki można nazwać przetwornikiem elektromagnetycznym [77].

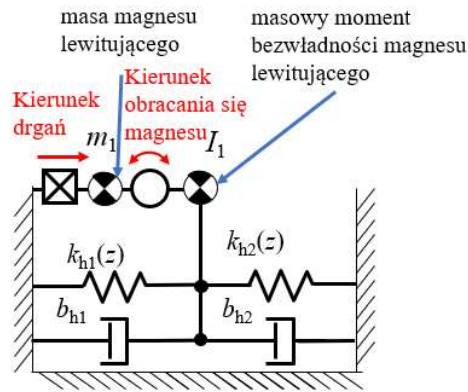
W celu zwiększenia odzyskiwanej energii i dopasowania odpowiednich parametrów magnesów oraz cewki należy wiedzieć jaki będzie kierunek i amplituda ruchu magnesu lewitującego pod wpływem drgań, jak również źródło – rodzaj drgań, które wprawiają harwester w ruch, jak np. drgania opony koła samochodowego pod wpływem nierówności drogi. Do wyznaczenia tych drgań symulacyjnie można zastosować równanie Lagrange'a II rodzaju (wyprowadzenie z drugiej zasady dynamiki) [78-85]. Jest to rozwiązanie powszechne i w przypadku, gdy ruch elementu odbywa się w jednym kierunku, prostsze od zastosowania przekształcenia jednorodnego. Sprężyna magnetyczna oraz jej model mechaniczny oraz model jako układ o 1-DoF przedstawiona została na rysunku 2.24.



Rys. 2.24 Sprężyna magnetyczna a) rysunek poglądowy, b) model mechaniczny, c) układ o 1-DoF.

Jednak założenie, że magnes lewitujący porusza się w jednym kierunku jest uproszczeniem, jeśli nie ma szyny, po której mógłby się poruszać. Podczas ruchu pomiędzy magnesami ograniczającymi, magnes lewitujący przechyla się, co spowodowane jest oddziaływaniem na niego sił przyciągania. W takim przypadku sprężyna magnetyczna może być przedstawiona jako układ o 2-DoF z uwzględnieniem obrotu magnesu lewitującego (rys. 2.25). Ruch ten wpływa na całkowity ruch magnesu lewitującego, wpływając również na siłę sprężystości - siłę odpychania magnesów. Powoduje to zmianę prędkości magnesu lewitującego względem cewki. Obrót ten może również czasem prowadzić do zbytniego przechylenia się magnesu lewitującego (jeśli nie jest zachowana odpowiednia odległość pomiędzy magnesami ograniczającymi) i zablokowania wewnątrz komory. Magnes lewitujący może obracać się wokół własnej osi, jednak w związku z tym, że ruch ten nie wpływa na prędkość magnesu względem cewki, nie musi być uwzględniany w łańcuchu kinematycznym przy założeniu jednolitego pola magnetycznego magnesu.





Rys. 2.25 Sprężyna magnetyczna - układ o 2-DoF.

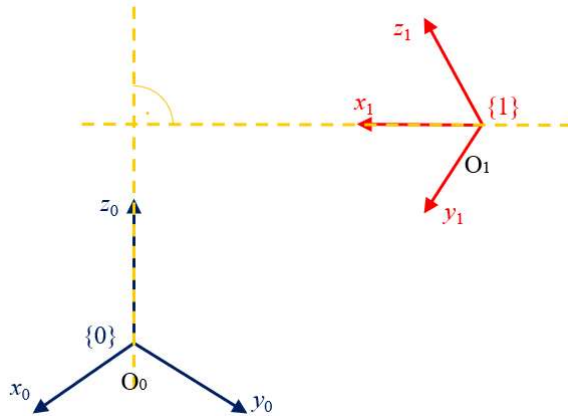
Sztywności sprężyn potrzebne do zamodelowania sprężyny magnetycznej jako modelu mechanicznego oraz jako układ o 1-DoF można obliczyć różniczkując nieliniową siłę odpychania magnesów po przesunięciu magnesu lewitującego [17]. W [78-82] autorzy wykorzystali równanie Coulomba aby uzyskać równanie na siłę magnetyczną. Często jednak do wyznaczenia siły wykorzystuje się dopasowanie wielomianu po uprzednim obliczeniu siły w programie polowym MES (Metoda Elementów Skończonych) [83- 85]. W tym przypadku siła została obliczona z modelu wykonanego z zastosowaniem metody elementów skończonych. W rzeczywistości magnesy nie muszą być dokładnie współosiowe oraz jednolicie namagnesowane, a także ich własności magnetyczne mogą różnić się od tych podanych w karcie producenta. Ich niewspółosiowość, niejednolite namagnesowanie oraz różnice we własnościach magnetycznych wpływają na wartość siły odpychania co powoduje zmiany współczynnika sztywności [17].

### 3 Metodologia formułowania równań ruchu w układach z odzyskiem energii

#### 3.1 Kinematyka prosta, kinematyka środków ciężkości i kinematyka prędkości środków ciężkości

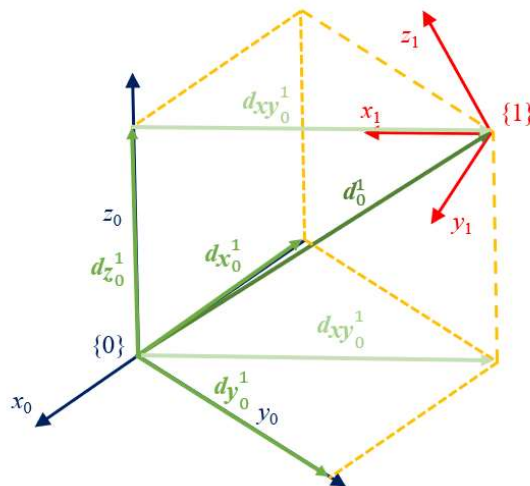
Celem kinematyki prostej jest określenie funkcji (w postaci równań algebraicznych) opisujących pozycje i orientacje elementu bezpośrednio odzyskującego i przetwarzającego energię – tzw. harwestera energii (w robotyce zwykle jest to końcówka robocza robota) w układzie odzyskiwania energii lub innego istotnego elementu na łańcuchu kinematycznym układu, w zależności od jego zmiennych przegubowych [19]. Uzyskane funkcje przedstawione będą w postaci macierzy, a pozycja i orientacja elementu odzyskującego energię będzie opisana względem bazowego układu współrzędnych. Macierze te noszą nazwę macierzy przekształceń jednorodnych.

Po przeanalizowaniu możliwego ruchu układu odzyskiwania energii z harvesterem energii w środowisku, z którego będzie odzyskiwana energia, można system mechaniczny tego układu opisać w postaci łańcucha kinematycznego, zbliżonego do łańcucha kinematycznego robota. Łańcuch taki złożony jest ze sztywnych członów oraz przegubów prostych – posiadających jeden stopień swobody. Aby było możliwe sformułowanie macierzy przekształceń jednorodnych niezbędne jest tzw. opisanie łańcucha kinematycznego układu mechanicznego odzyskiwania energii z harvesterem energii [19]. Opisanie łańcucha kinematycznego polega na wprowadzeniu układów współrzędnych na łańcuch i określeniu parametrów kinetycznych łańcucha pozwalających na określenie wzajemnej pozycji i orientacji „sąsiednich” układów współrzędnych. Dzięki takiemu postępowaniu określone zostaną pozycje i orientacje poszczególnych układów współrzędnych względem siebie oraz względem układu odniesienia, w funkcji zmiennych przegubowych – obrotów lub wysunięć przegubów. Ideę opisu łańcucha kinematycznego, wprowadzenie układów współrzędnych oraz określenie parametrów kinematycznych łańcucha takich, jak: długości członów, odsunięcia przegubów, kąty skręcenia członów i kąty przegubów, najwygodniej przedstawić na przykładzie dwóch układów współrzędnych rozmieszczonych przestrzennie (rys. 3.1) [19]. Układy współrzędnych  $\{0\}$  i  $\{1\}$  są od siebie odsunięte i w różny sposób zorientowane. Układy te spełniają następujące warunki: oś  $x_1$  jest prostopadła do osi  $z_0$  i ją przecina [19].



Rys.3.1. Układy współrzędnych rozmieszczone przestrzennie.

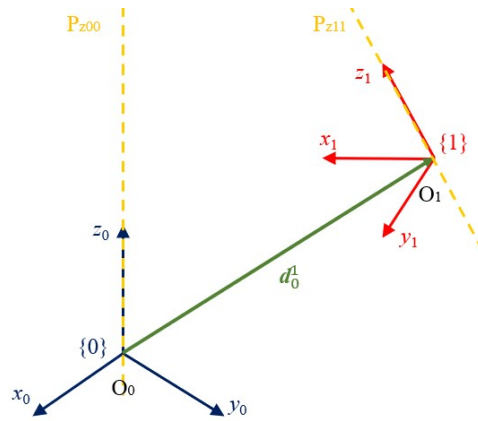
Na rysunku 3.2 przedstawiono wektor odsunięcia  $\mathbf{d}_0^1$  układu współrzędnych  $\{1\}$  względem układu  $\{0\}$ , współrzędne tego wektora reprezentowane są w układzie  $\{0\}$ . Na rysunku przedstawiono również rzuty wektora odsunięcia na osie układu  $\{0\}$ .



Rys.3.2. Wektor odsunięcia  $\mathbf{d}_0^1$  układu współrzędnych  $\{1\}$  względem układu  $\{0\}$ .

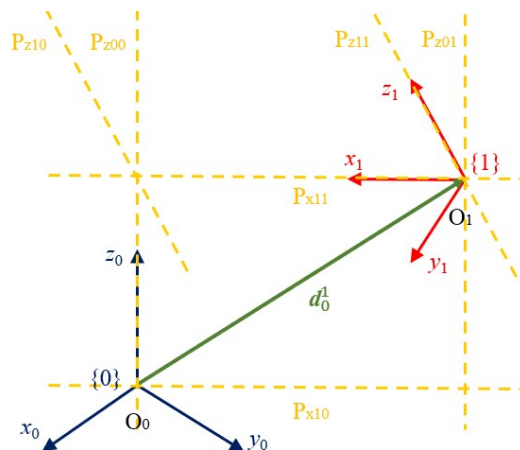
Wektor odsunięcia  $\mathbf{d}_0^1$  układu współrzędnych  $\{1\}$  względem układu  $\{0\}$  jest sumą tych rzutów – wektorów  $\mathbf{d}_{x_0}^1$ ,  $\mathbf{d}_{y_0}^1$  i  $\mathbf{d}_{z_0}^1$ , długości tych wektorów są współrzędnymi wektora odsunięcia wyrażonymi w układzie  $\{0\}$ .

Przez osie  $z_i$  układu współrzędnych  $\{0\}$  i  $\{1\}$  poprowadzono proste  $P_{z00}$  i  $P_{z11}$ , mające taki sam kierunek, co wektor osi  $\mathbf{e}_{z0}$  (wektor osi  $z_0$  układu współrzędnych  $\{0\}$ ) i wektor  $\mathbf{e}_{z1}$  (wektor osi  $z_1$  układu współrzędnych  $\{1\}$ ). Wprowadzone osie przedstawiono na rysunku 3.3.



Rys.3.3 Proste przechodzące przez osie  $z_i$ .

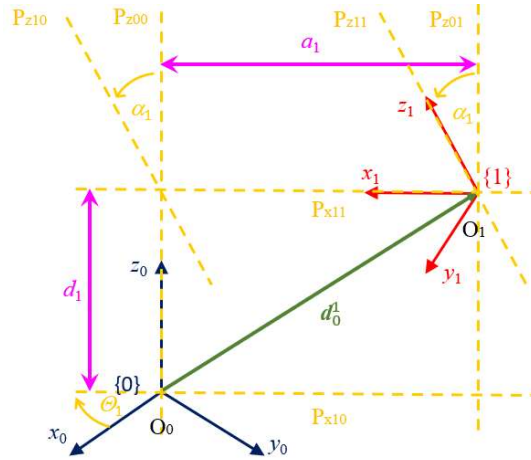
W kolejnym kroku przesunięto równolegle, prostą  $P_{z00}$  pokrywającą się z osią  $z_0$  układu współrzędnych  $\{0\}$  w kierunku układu  $\{1\}$  (wzdłuż osi  $x_1$  - oś  $x_1$  jest prostopadła do osi  $z_0$  i przecina ją) i umieszczono ją tak, aby przechodziła przez środek  $O_1$  układu  $\{1\}$  – powstała prosta  $P_{z01}$ . Następnie przesunięto równolegle prostą  $P_{z11}$  przechodzącą przez oś  $z_1$  układu  $\{1\}$  w kierunku układu  $\{0\}$  tak, aby przecięła oś przechodzącą przez oś  $z_0$  układu  $\{0\}$  – powstała prosta  $P_{z10}$ . W efekcie powstają dwie pary prostych przecinających się. Proste  $P_{z01}$  i  $P_{z11}$  przecinają się i zawierają środek  $O_1$  układu  $\{1\}$ , a proste  $P_{z00}$  i  $P_{z10}$  przecinają się „nad” środkiem  $O_0$  układu  $\{0\}$ . W sposób symboliczny przedstawiono wynik powyższych operacji na rysunku 3.4. Dodatkowo poprowadzono prostą  $P_{x11}$  przechodzącą przez punkty przecięć prostych  $P_{z01}$  i  $P_{z11}$  oraz  $P_{z00}$  i  $P_{z10}$  i przesunięto ją równolegle tak, aby przechodziła przez środek  $O_0$  układu  $\{0\}$  – powstała prosta  $P_{x10}$ .



Rys.3.4 Proste przecinające się, wprowadzone na układy współrzędnych  $\{0\}$  i  $\{1\}$ .

Na rysunku 3.5 przedstawiono parametry kinematyczne. Odległość od środka  $O_0$  układu  $\{0\}$  wzdłuż osi  $z_0$  do punktu przecięcia się osi  $P_{z10}$  i  $P_{z00}$  jest nazywana odsunięciem przegubu  $d_1$ . Odległość od punktu przecięcia się osi  $P_{z10}$  i  $P_{z00}$  wzdłuż osi  $P_{x11}$  do środka  $O_1$  układu  $\{1\}$

jest nazywana długością członu  $a_1$ . Kąt między osią  $P_{z10}$  a osią  $P_{z00}$  jest nazywany skręceniem członu  $\alpha_1$ . Kąt między osią  $P_{x10}$  a osią  $x_0$  jest nazywany kątem przegubu  $\theta_1$ .



Rys.3.5 Parametry kinematyczne.

Wektor odsunięcia jest również sumą wektora jednostkowego  $\mathbf{k}$  o współrzędnych  $[0;0;1]$  pomnożonego przez odsunięcie przegubu  $d_1$  oraz pierwszej kolumny  $\mathbf{r}_1$  macierzy obrotu  $\mathbf{R}$  pomnożonej przez długość członu  $a_1$ , co wynika z założenia, że oś  $x_1$  przecina oś  $z_0$ . Wektor  $\mathbf{r}_1$  jest równy macierzy obrotu pomnożonej przez wektor jednostkowy współrzędnych  $\mathbf{i}$  [19]. Jego współrzędne oraz pełne równanie można przedstawić następująco (3.1) [19]:

$$\mathbf{d}_0^1 = d_1 \mathbf{k} + \mathbf{R}_0^1 a_1 \mathbf{i} = \begin{bmatrix} d_{x_0}^1 \\ d_{y_0}^1 \\ d_{z_0}^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 \cos \theta_1 \\ a_1 \sin \theta_1 \\ d_1 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

Z równania 3.1 wynika, że odsunięcie przegubu  $d_1$  jest długością wektora  $\mathbf{d}_{z_0}^1$ ,  $a_1 \cos \theta_1$  jest długością wektora  $\mathbf{d}_{x_0}^1$ , a  $a_1 \sin \theta_1$  jest długością wektora  $\mathbf{d}_{y_0}^1$ . Długość członu  $a_1$  jest długością wektora  $\mathbf{d}_{xy_0}^1$ , który jest sumą wektorów  $\mathbf{d}_{x_0}^1$  i  $\mathbf{d}_{y_0}^1$ .

Opisany powyżej sposób postępowania oraz zdefiniowane parametry kinematyczne zgodne są ze znaną z robotyki notacją Denavita-Hartenberga. Układ współrzędnych  $\{0\}$  nazywany jest układem bazowym, zgodnie z nomenklaturą tej notacji. Każdemu parametrowi kinematycznemu odpowiada jedna z transformacji – translacji lub obrotu, przy czym, co warto podkreślić, tylko jeden parametr jest zmienny (w funkcji czasu, w zastosowaniach do robotyki [20], systemach pozycjonowania głowic HDD [21, 22] i innych [86-89]). W związku z czym, macierz przekształcenia jednorodnego jest złożeniem czterech prostych macierzy reprezentujących: obrót wokół osi  $z_i$ , przesunięcie wzdłuż osi  $z_i$ , przesunięcie wzdłuż osi  $x_i$  i obrót wokół osi  $x_i$ . Przekształcenia reprezentowane przez te proste macierze

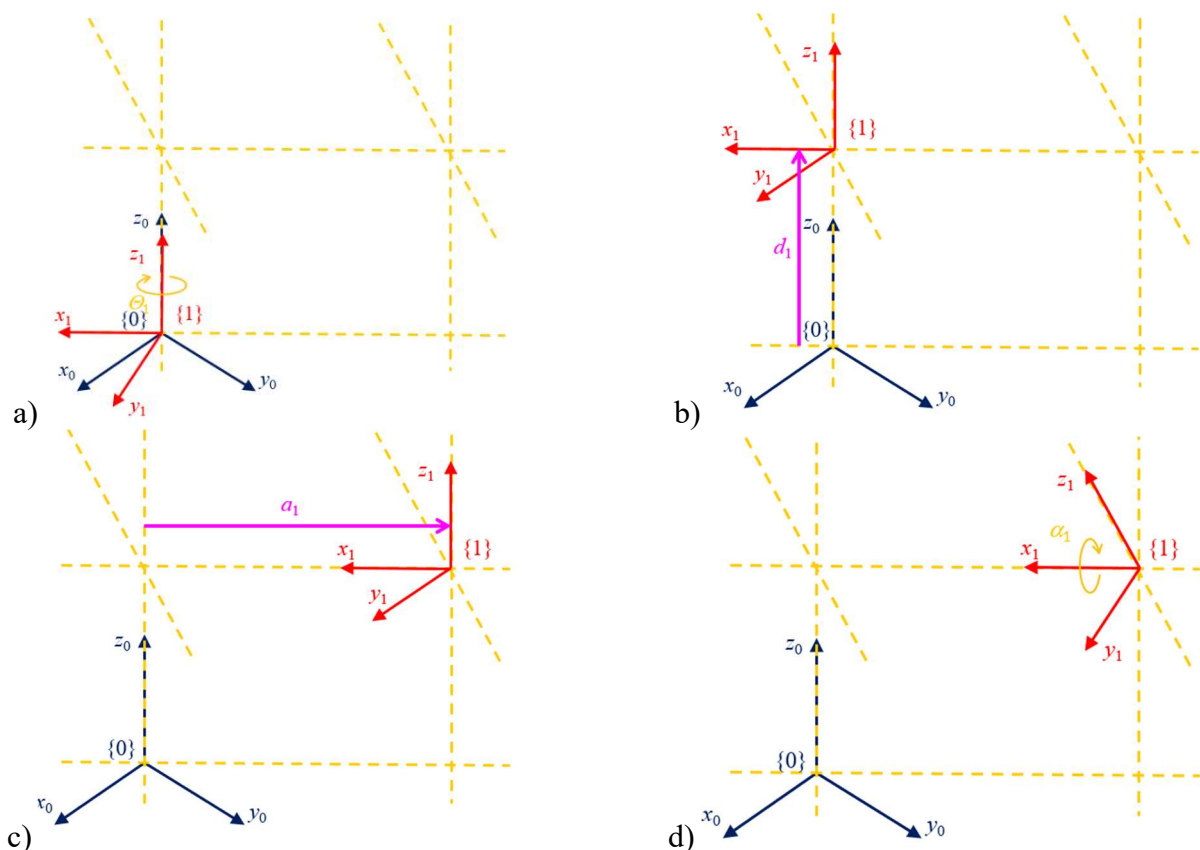
dla układu współrzędnych  $\{1\}$  względem układu współrzędnych  $\{0\}$  zostały przedstawione na rysunku 3.6. Ogólne przekształcenie jednorodne  $H$  można zapisać równaniem (3.2), gdzie  $R$  to macierz obrotu  $3 \times 3$ ,  $d$  to wektor przesunięcia  $3 \times 1$ ,  $f$  to wektor perspektywy  $1 \times 3$ , przyjmowany najczęściej jako zerowy,  $s$  to współczynnik skalowania, który najczęściej jest równy 1 [19].

$$H = \begin{bmatrix} R & d \\ f & s \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Zestawienie wszystkich operacji translacji i obrotów finalnie przyjmuje postać (3.3):

$$A_i = R_{z_i \theta_i} T_{z_i d_i} T_{x_i a_i} R_{x_i \alpha_i} = \begin{bmatrix} c\theta_i & -s\theta_i c\alpha_i & s\theta_i s\alpha_i & a_i c\theta_i \\ s\theta_i & c\theta_i c\alpha_i & -c\theta_i s\alpha_i & a_i s\theta_i \\ 0 & s\alpha_i & c\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

gdzie:  $c\theta_i$  – skrót funkcji  $\cos\theta_i$ ,  $s\theta_i$  – skrót funkcji  $\sin\theta_i$ ,  $R_{x_i \alpha_i}$  – macierz rotacji wokół osi  $x_i$  o kąt  $\alpha_i$ ,  $R_{z_i \theta_i}$  – macierz rotacji wokół osi  $z_i$  o kąt  $\theta_i$ ,  $T_{x_i a_i}$  – macierz translacji wzdłuż osi  $x_i$  o odległość  $a_i$ ,  $T_{z_i d_i}$  – macierz translacji wzdłuż osi  $z_i$  o odległość  $d_i$ ,



Rys.3.6 Przekształcenia: a) obrót wokół osi  $z_0$ , b) przesunięcie wzdłuż osi  $z_0$ , c) przesunięcie wzdłuż osi  $x_1$ , d) obrót wokół osi  $x_1$ .

Sposób postępowania przy opisie złożonych łańcuchów kinematycznych, w których należy wprowadzić kilka lub nawet kilkanaście układów współrzędnych jest ściśle sformalizowany i można go przedstawić w postaci następującej procedury postępowania:

- I. Umieszczenie osi  $z_i$  przegubów, gdzie  $i = 0, 1, \dots, n-1$ , a  $n$  jest liczbą przegubów. Jeśli przegub  $i+1$  jest obrotowy to oś  $z_i$  jest osią obrotu, a jeśli pryzmatyczny to jest jego osią przesunięcia.
- II. Ustalenie stałego układu współrzędnych będącego bazowym układem współrzędnych – na pierwszym przegubie. Ten układ współrzędnych jest oznaczony indeksem  $\{0\}$ . Względem niego będzie opisana pozycja i orientacja elementu układu odzyskiwania energii. Człony należy ponumerować od 0 do  $n$  zaczynając od podstawy  $\{0\}$ , natomiast przeguby od 1 do  $n$ .
- III. Wyznaczenie środków układów współrzędnych tak, żeby w przypadku przecinania się osi  $z_i$  wyznaczały punkt przecięcia, a w przypadku równoległych osi  $z_i$  w przegubie.
- IV. Wyznaczenie osi  $x_{i+1}$  układu  $\{i+1\}$  jako normalnej do płaszczyzny utworzonej przez osie  $z$  układu  $\{i\}$  i  $\{i+1\}$ . Oś  $x_i$  w przypadku nieprzecinania się osi  $z$  układu  $\{i\}$  i  $\{i+1\}$  jest osią prostopadłą do dwóch osi  $z$ , w szczególnym przypadku gdy osie  $z$  układu  $\{i\}$  i  $\{i+1\}$  są równoległe oś  $x_i$  powinna przechodzić przez środek układu współrzędnych.
- V. Wyznaczenie osi  $y_i$  tak, aby układ współrzędnych był prawoskrętny. W celu ułatwienia obliczeń osie i środki układów współrzędnych należy wybierać tak, aby jak najwięcej parametrów zerowało się.
- VI. Wyznaczenie ostatniego układu współrzędnych. Powinien nim być element wykonawczy, element odzyskujący energię (harwester) lub inny obiekt, którego ruch jest badany.
- VII. Utworzenie tabeli parametrów kinematycznych opisanych w rozdziale 4. Tabela powinna zawierać 5 kolumn i  $n-1$  wierszy, nie licząc wiersza opisowego, gdzie  $n$  to liczba układów współrzędnych. Pierwsza kolumna odnosi się do liczby porządkowej członu  $i$ . Następne kolumny to parametry kinematyczne. Jeśli przegub jest pryzmatyczny to kąt obrotu  $\theta$  między osiami  $z$  jest stały, a zmienną jest przesunięcie  $d$  wzdłuż osi  $z$ , dla przegubu obrotowego jest odwrotnie. Przykładowa tabela dla łańcucha kinematycznego o jednym stopniu swobody przy założeniu pierwszego przegubu jako

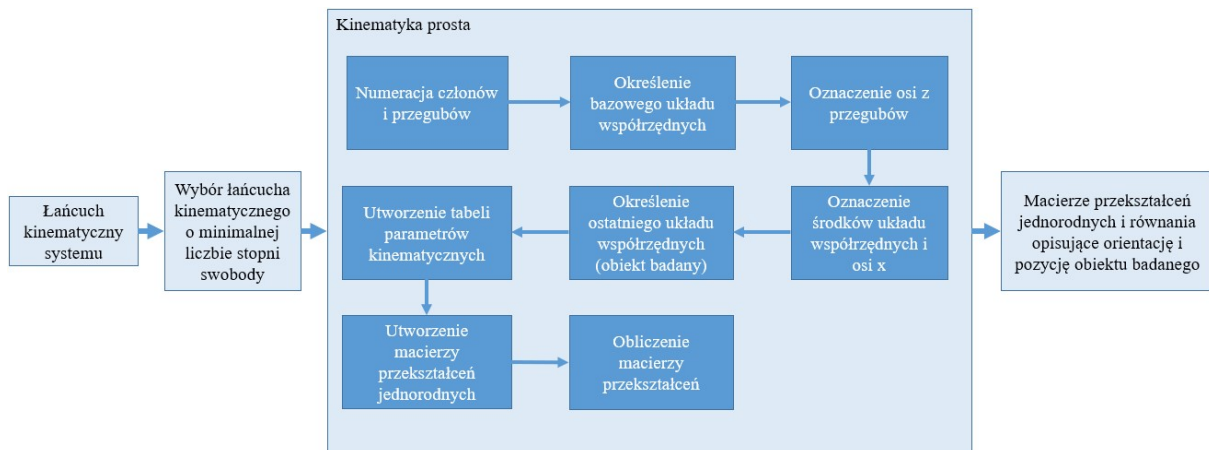
obrotowego została przedstawiona poniżej (tabela 3.1). Symbol \* nad parametrem kinematycznym oznacza, że jest to zmienna przegubowa.

Tabela 3.1 Przykładowa tabela parametrów kinematycznych dla przegubu obrotowego.

$i$	$a_i$	$\alpha_i$	$d_i$	$\theta_i$
1	$a_1$	$\alpha_1$	$d_1$	$\theta_1^*$

VIII. Zapisanie macierzy przekształceń jednorodnych  $A_i$  dla każdego członu od 1 do  $n$  zgodnie z równaniem (3.3). Następnie pomnożenie tych macierzy w celu uzyskania macierzy przekształceń jednorodnych będącej opisem pozycji i orientacji elementu odzyskującego energię względem układu bazowego.

Algorytm rozwiązywania oraz wynik uzyskany z zadania kinematyki prostej przedstawiono na rysunku 3.7.

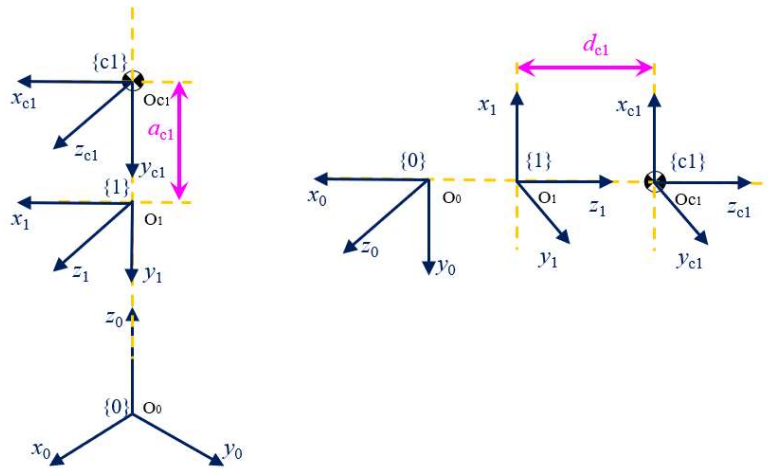


Rys.3.7 Algorytm rozwiązywania zadania kinematyki prostej.

Do dalszych obliczeń przy uwzględnieniu mas oraz masowych momentów bezwładności rzeczywistych członów należy uwzględnić również to, że ich środki ciężkości nie muszą pokrywać się z układem współrzędnych przegubu. Układ współrzędnych środka ciężkości dobierany jest tak, aby odzwierciedlić jedynie przesunięcie względem układu współrzędnych przegubu - wszystkie osie układu współrzędnych środka ciężkości członu powinny być równoległe do osi układu współrzędnych przegubu [90] (rys. 3.8). W tabeli parametrów kinematycznych należy uwzględnić to przesunięcie:  $d_{ci}$  jeśli przesunięcie nastąpiło wzdłuż osi  $z_{i-1}$ ,  $a_{ci}$  jeśli przesunięcie nastąpiło wzdłuż osi  $x_{i-1}$ . Wartości przesunięcia  $d_{ci}$  i  $a_{ci}$  są często pomijalnie małe w porównaniu do długości członów, jednak w kinematyce środków ciężkości należy je uwzględnić w obliczeniach. W tabeli parametrów kinematycznych dla środków uwzględnia się także zmienne przegubowe. Ze względu na brak obrotu pomiędzy układem



współrzędnych przegubu a układem współrzędnych środka ciężkości, w tabeli stałe kąty obrotu są zerowe.



Rys.3.8. Układ współrzędnych środka ciężkości przesunięty względem układu współrzędnych przegubu.

Przekształcenie jednorodne dla środka ciężkości  $T_{ci}$  względem bazowego układu współrzędnych można przedstawić następująco (3.4).

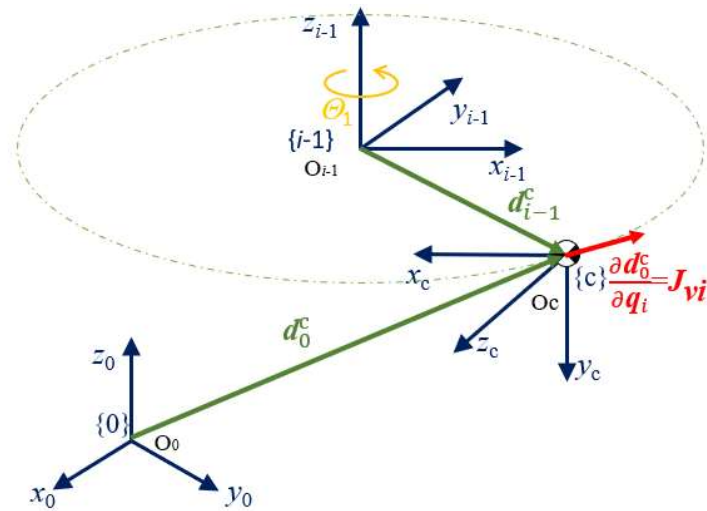
$$T_{ci} = A_1 A_2 \dots A_{i-1} A_{ci} \quad (3.4)$$

W przypadku boi można uznać, że będzie to przesunięcie środka ciężkości masy, jednak ze względu na to, że łańcuch kinematyczny boi reprezentuje tylko masę boi, należy uwzględnić tylko jedno przesunięcie układu współrzędnych, ponieważ reszta przegubów znajduje się w tym samym miejscu. W kole samochodowym, na przykład, środek ciężkości symbolizuje niecentryczność koła.

Prędkość liniowa i kątowa końcówki roboczej lub elementu odzyskującego energię jest zależna od prędkości liniowych i kątowych poszczególnych przegubów. Jeśli zmienną przegubową oznaczyć jako współzrzedną uogólnioną  $q$  to wtedy jej prędkość oznaczona byłaby jako prędkość uogólniona  $\dot{q}$ . Prędkość liniowa  $v$  elementu można wyrazić jako iloczyn Jakobianu prędkości liniowej  $J_v$  i prędkości uogólnionej, natomiast prędkość kątową  $\omega$  elementu można wyrazić jako iloczyn Jakobianu prędkości kątowej  $J_\omega$  i prędkości uogólnionej [19]. Jakobian manipulatora jest macierzą, której składowymi są macierze jacobianowe prędkości kątowej i liniowej.

Prędkość liniowa jest różniczką odsunięcia przegubu, czyli sumą iloczynów pochodnej odsunięcia przegubu po zmiennej uogólnionej i różniczki zmiennej uogólnionej. Jakobian prędkości liniowej jest zatem pochodną odsunięcia przegubu po zmiennej uogólnionej. Dla przegubu pryzmatycznego są to współzrzedne osi  $z_i$ . Dla przegubu obrotowego należy

jeszcze uwzględnić obrót, dlatego Jakobian jest równy iloczynowi wektorowemu osi  $z_{i-1}$  oraz różnicy środka  $O_c$  układu współrzędnych środka ciężkości elementu  $n_c$  (gdy ostatnim układem jest układ  $n$  środek układu jest oznaczany  $O_n$ ), którego prędkość jest badana i środka  $O_{i-1}$  układu współrzędnych przegubu obrotowego, wynika to z wyznaczenia wektora łączącego te punkty  $d_{i-1}^c$  [19]. Wynikiem iloczynu wektorowego jest wektor prostopadły zarówno do wektora  $z_{i-1}$  jak i do wektora  $d_{i-1}^c$ . Wykonywany ruch jest ruchem po okręgu. Jeśli wektor  $z_{i-1}$  traktować jako oś obrotu, a wektor  $d_{i-1}^c$  jako promień obrotu, wtedy powstały wektor jest wektorem stycznym do okręgu (rys.3.9).



Rys. 3.9 Wyznaczanie Jakobianu prędkości liniowej przegubu obrotowego.

Współrzędne środków układów to wektor przesunięcia w przekształceniu jednorodnym (3.3). Są to 3 pierwsze wiersze 4-tej kolumny macierzy przekształcenia jednorodnego.

Prędkość kątowna określana jest w odniesieniu do obrotu wokół osi  $z_{i-1}$ . W przegubie pryzmatycznym obrót ten jest równy 0, dlatego jakobian prędkości kątowej jest wektorem zerowym. Dla przegubu obrotowego, obrót zachodzi wokół osi  $z_{i-1}$ , dlatego jakobian prędkości kątowej odpowiada współrzędnym osi  $z_{i-1}$ , a w przypadku kinematyki prędkości środków ciężkości, osi  $z$  układu współrzędnych środka ciężkości. Współrzędne osi  $z$  mogą być odczytane z macierzy rotacji  $R$  będącej częścią macierzy przekształcenia jednorodnego (3.2), są to 3 pierwsze wiersze 3-ciej kolumny macierzy przekształcenia jednorodnego (3.3).

W celu wyznaczenia prędkości końcówki roboczej lub elementu odzyskującego energię należy obliczyć Jakobian dla każdego środka ciężkości lub członu łańcucha kinematycznego. Macierze jakobianowe zostały przedstawione we wzorach (3.5) i (3.6).

$$J_i = \begin{bmatrix} J_{vi} \\ J_{\omega i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{i-1} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

$$\mathbf{J}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{vi} \\ \mathbf{J}_{\omega i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{z}_{i-1} \times (\mathbf{o}_n - \mathbf{o}_{i-1}) \\ \mathbf{z}_{i-1} \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Jakobian  $\mathbf{J}_{ci}$  środka ciężkości  $i$  to macierz jacobianów prędkości liniowej  $\mathbf{J}_{vi-k}$  i kątowej  $\mathbf{J}_{\omega i-k}$  poprzednich przegubów oraz Jakobianu prędkości  $\mathbf{J}_{vi}$  i kątowej  $\mathbf{J}_{\omega i}$  środka ciężkości, gdzie  $k=1,2,3,\dots,i-1$  (3.7).  $\mathbf{J}_{vci}$  i  $\mathbf{J}_{\omega ci}$  to macierze, które są złożone z macierzy  $\mathbf{J}_{v1}\dots\mathbf{J}_{vi}$  i  $\mathbf{J}_{\omega 1}\dots\mathbf{J}_{\omega i}$ .

$$\mathbf{J}_{ci} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{vci} \\ \mathbf{J}_{\omega ci} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{v1} & \dots & \mathbf{J}_{vi-1} & \mathbf{J}_{vi} \\ \mathbf{J}_{\omega 1} & \dots & \mathbf{J}_{\omega i-1} & \mathbf{J}_{\omega i} \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Prędkość liniową  $\mathbf{v}_{ci}$  można zatem przedstawić jako iloczyn macierzy  $\mathbf{J}_{vci}$  i pochodnej wektora współrzędnych uogólnionych  $\dot{\mathbf{q}}$ , a prędkość kątową  $\boldsymbol{\omega}_{ci}$  jako iloczyn transpozycji macierzy obrotu  $\mathbf{R}_i^T$ , macierzy  $\mathbf{J}_{\omega ci}$  i pochodnej wektora współrzędnych uogólnionych  $\dot{\mathbf{q}}$ .

### 3.2 Siły zewnętrzne działające na układ odzyskiwania energii

Siły zewnętrzne działające na układ odzyskiwania energii wynikają z oddziaływania środowiska. Ich wpływ został częściowo opisany w rozdziale 2 podczas klasyfikacji układów odzyskiwania energii przy opisie środowiska w jakim znajduje się układ. Bardziej szczegółowy opis sił, działających na przykładowe układy odzyskiwania energii omawiane w tej pracy, został przedstawiony w następnych rozdziałach (4.1-4.5). W siłach zewnętrznych należy także uwzględnić siły działające bezpośrednio i pośrednio na układ, ale nie należy uwzględniać sił odśrodkowych i sił Coriolisa, ponieważ zostają one uwzględnione przez macierz Christoffela (co zostało opisane w rozdziale 3.3).

Energia potencjalna działająca na łańcuch kinematyczny robota złożonego z sztywnych członów wynika z siły oddziaływania przyciągania ziemskiego na środki ciężkości masy poszczególnych członów [19]. Jednak w przypadku łańcuchów kinematycznych układów odzyskiwania energii energia potencjalna zależy także od środowiska oraz obecności elementów sprężystych. W przypadku środowiska wodnego należy uwzględnić wypór wody [15, 91-94], w przypadku powietrza – opór powietrza jeśli nie jest on pomijalny [95]. W przypadku występowania tarcia należy również uwzględnić wynikający z niego opór [66]. W przypadku występowania elementów sprężystych takich jak sprężyny mechaniczne lub magnetyczne należy uwzględnić energię sztywności. W sprężynach magnetycznych należy także uwzględnić tłumienie, tj. dyssypację energii [17, 78-85].

Energia potencjalna  $E_p$  jest sumą energii działających na środki ciężkości: energii wynikających z działania siły grawitacji  $E_{pg}$ , energii oporu środowiska  $E_{pos}$  w jakim znajduje się środek ciężkości, energii sztywności  $E_{pk}$  oraz dyssypacji energii  $E_{pd}$  (3.8).

$$E_p = E_{pg} + E_{pos} + E_{pk} + E_{pd} \quad (3.8)$$

W celu wyznaczenia siły lub momentu zewnętrznego działającego na dany przegub należy wektor sił i momentów zewnętrznych działających na układ pomnożyć przez transpozycję Jakobianu obliczonego dla środka ciężkości danego przegubu, odjąć siły wynikające z energii potencjalnej oraz dyssypacji energii, takie jak siła sprężystości i siła tłumienia, oraz inne siły działające tylko w danym przegubie, jeśli nie wpływają one na następne przeguby. Wyliczenie Jakobianu dla środka ciężkości przegubu zostało przedstawione w rozdziale 3.1 równaniem (3.7), a przykładowe Jakobiany zostały przedstawione w rozdziałach 4.1-4.5. Pomnożenie sił i momentów przez Jakobian umożliwia ich wyznaczenie względem układów współrzędnych poszczególnych przegubów. W związku z tym, że w łańcuchu kinematycznym układu odzyskiwania energii najistotniejszy jest ostatni środek ciężkości, będący elementem odzyskującym energię siła na niego działająca będzie obliczona przez pomnożenie siły zewnętrznej przez Jakobian całkowitego łańcucha kinematycznego oraz dodanie sił wyliczonych dla wcześniejszych przegubów. Wektor sił i momentów  $\tau_p$  dla poszczególnych przegubów uwzględnia również wektor sił wynikających z energii potencjalnych:

$$\tau_p = J_{cn}^T \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ n_x \\ n_y \\ n_z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} F_{p1} \\ F_{p2} \\ \vdots \\ F_{pn} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

gdzie:  $J_{cn}$  – Jakobian wyliczony dla całkowitego łańcucha kinematycznego układu odzyskiwania energii,  $F_x$  – siła zewnętrzna działająca wzdłuż osi  $x$  bazowego układu współrzędnych,  $F_y$  – siła zewnętrzna działająca wzdłuż osi  $y$  bazowego układu współrzędnych,  $F_z$  – siła zewnętrzna działająca wzdłuż osi  $z$  bazowego układu współrzędnych,  $n_x$  – moment zewnętrzny działający wokół osi  $x$  bazowego układu współrzędnych,  $n_y$  – moment zewnętrzny działający wokół osi  $y$  bazowego układu współrzędnych,  $n_z$  – moment zewnętrzny działający wokół osi  $z$  bazowego układu współrzędnych,  $F_{p1}$  – siła wynikająca z energii potencjalnej i dyssypacji energii w przegubie 1,  $F_{p2}$  – siła wynikająca z energii potencjalnej i dyssypacji energii w przegubie 2,  $F_{pn}$  – siła wynikająca z energii potencjalnej i dyssypacji energii w przegubie  $n$  (ostatnim).

W rozdziałach 4.1-4.5, na wybranych przykładach, przedstawiono jak kształtuje się postać wektora sił i momentów w zależności od skomplikowania modeli i przypadku układu odzyskiwania energii oraz środowiska w jakim układ ten się znajduje.

### 3.3 Formułowanie macierzy bezwładnościowych, macierzy Christofela i równania w postaci kanonicznej

Energia kinetyczna łańcucha kinematycznego manipulatora (lub układu odzyskiwania energii) to suma energii kinetycznych ruchu liniowego i obrotowego każdego środka ciężkości członu rozpatrywanego jako obiekt sztywny. W energii kinetycznej prędkości są podniesione do kwadratu, w przypadku macierzy jest to mnożenie macierzy przez jej transpozycję. Energia kinetyczna zależy od mas członów  $m_i$ , ich Jakobianów prędkości liniowych  $\mathbf{J}_{v_i}$ , momentów bezwładności członów  $I_i$  i ich Jakobianów prędkości obrotowych  $\mathbf{J}_{\omega_i}$  oraz macierzy obrotu  $\mathbf{R}_i$ , która wymusza formułowanie współrzędnych prędkości obrotowej w zależności od współrzędnych przegubu (3.10) [19].

$$E_k = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \sum_{i=1}^n \left[ m_i \mathbf{J}_{v_{ci}}(q)^T \mathbf{J}_{v_{ci}}(q) + \mathbf{J}_{\omega_{ci}}(q)^T \mathbf{R}_i(q) \mathbf{I}_i \mathbf{R}_i(q)^T \mathbf{J}_{\omega_{ci}}(q) \right] \dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{D}(q) \dot{\mathbf{q}} \quad (3.10)$$

Macierz  $\mathbf{D}$  jest macierzą bezwładności energii kinetycznej i jest częścią równania (3.10):

$$\mathbf{D} = \sum_{i=1}^n \left[ m_i \mathbf{J}_{v_{ci}}(q)^T \mathbf{J}_{v_{ci}}(q) + \mathbf{J}_{\omega_{ci}}(q)^T \mathbf{R}_i(q) \mathbf{I}_i \mathbf{R}_i(q)^T \mathbf{J}_{\omega_{ci}}(q) \right] \quad (3.11)$$

Elementy macierzy bezwładności dla każdego członu  $i$  są liczone względem środka ciężkości członu.

Macierz bezwładności jest macierzą  $n \times n$ , gdzie  $n$  to liczba członów. Macierz ta jest dodatnio określona i symetryczna dla każdej rzeczywistej współrzędnej uogólnionej [19]. Elementy składowe  $d_{kj}$  są zależne od współrzędnych uogólnionych. W związku z tym, że macierz jest symetryczna oznacza to, że  $\mathbf{D}^T$  (transpozycja macierzy  $\mathbf{D}$ ) jest równa  $\mathbf{D}$ , a elementy leżące symetrycznie względem przekątnej głównej są sobie równe. Jeżeli  $i=1,2,3,\dots,n$ ;  $j=1,2,3,\dots,n$ , wtedy każdy element  $d_{ij}=d_{ji}$ , na przykład  $d_{12}=d_{21}$ ,  $d_{32}=d_{23}$ , itd. [22, 23, 96]. Macierz  $\mathbf{D}$  jest dodatnio określona co oznacza, że jej minory główne, tj. wyznaczniki macierzy kwadratowych powstałych z macierzy  $\mathbf{D}$  po skreśleniu niektórych wierszy i kolumn tak, aby zostały wiersze i kolumny o odpowiadających sobie indeksach, są dodatnie. Powstałe po wykreśleniu kolumn i wierszy macierze są w tym przypadku symetryczne. W związku z tym, że macierz  $\mathbf{D}$  jest kwadratowa wykreślane są wiersze i kolumny o równych indeksach. Dlatego minory główne w tym przypadku przynależą do elementów  $d_{11}$ ,  $d_{22}$ ,  $d_{33}$ , itd. [22, 96].

Elementy składowe macierzy bezwładności można zapisać jako  $d_{kj}$ , gdzie  $k$  to wiersz, a  $j$  to kolumna, w której dany element się znajduje (3.12). W przypadku macierzy  $\mathbf{D}$  liczba wierszy  $k$  jest równa liczbie kolumn  $j$ .

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} d_{11} & \dots & d_{1j} & \dots & d_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ d_{j1} & \dots & d_{jj} & \dots & d_{jn} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ d_{n1} & \dots & d_{nj} & \dots & d_{nn} \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

Na człony łańcucha kinematycznego działają siły odśrodkowe i siły Coriolisa. Siły te można obliczyć przez pomnożenie macierzy Christoffela  $\mathbf{C}$  przez prędkość uogólnioną. Elementy macierzy Christoffela  $c_{kj}$  wyliczane są z różniczki elementów macierzy bezwładności po współrzędnych uogólnionych (3.13) [19].

$$c_{kj} = \sum_{i=1}^n c_{ijk}(q) \dot{q}_i = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} \left( \frac{\partial d_{kj}}{\partial q_i} + \frac{\partial d_{ki}}{\partial q_j} - \frac{\partial d_{ij}}{\partial q_k} \right) \dot{q}_i \quad (3.13)$$

Elementy  $c_{ijk}$  nazywane są symbolami Christoffela, przy czym z równania (3.13) wynika, że elementy  $c_{ijk}$  i  $c_{jik}$  są sobie równe przy ustalonym  $k$  [19].

Macierz Christoffela jest, tak jak macierz bezwładności, macierzą  $n \times n$ . Elementy składowe macierzy Christoffela można zapisać jako  $c_{kj}$  (3.14). Elementy te są zależne zarówno od współrzędnych uogólnionych jak i od prędkości uogólnionych.

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_{11} & \dots & c_{1j} & \dots & c_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{k1} & \dots & c_{kj} & \dots & c_{kn} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{n1} & \dots & c_{nj} & \dots & c_{nn} \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

Równania ruchu elementów łańcucha kinematycznego układu odzyskiwania energii, a w konsekwencji elementu odzyskującego energię, można obliczyć korzystając z równań Eulera-Lagrange'a. Funkcja zwana langrangianem  $L$  jest różnicą energii kinetycznej  $E_k$  i energii potencjalnej  $E_p$ . W równaniu tym uwzględnia się także siłę uogólnioną zewnętrzną  $\tau$ . W ogólnym przypadku równanie to ma postać [19]:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = \frac{d}{dt} \frac{\partial (E_k - E_p)}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial (E_k - E_p)}{\partial q_i} = \tau \quad (3.15)$$

Dla łańcucha kinematycznego energia kinetyczna jest funkcją kwadratową prędkości uogólnionej, a energia potencjalna zależna jest tylko od współrzędnej uogólnionej, a nie od jej prędkości [19]. Równanie (3.15) można przedstawić w postaci:

$$\mathbf{D} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{F}_{ep} = \boldsymbol{\tau} \quad (3.16)$$

Siły uogólnione zewnętrzne działające na łańcuch kinematyczny oznaczono jako  $\boldsymbol{\tau}$ . Siły: odgrawitacyjne, wyporu, oporu, sztywności oraz tłumienia oznaczono jako  $\mathbf{F}_{ep}$ .

Jeśli prędkość uogólniona występująca w równaniu (3.13) jest tą samą prędkością uogólnioną występującą w równaniu (3.16) przez którą mnożony jest element macierzy Christoffela, wtedy działająca siła jest siłą odśrodkową, natomiast kiedy jest różna, wtedy siła ta jest siłą Coriolisa. W celu doprowadzenia równania (3.16) do postaci kanonicznej, która ułatwia obliczanie i symulację przemieszczenia elementu odzyskującego energię, należy przeprowadzić odwracanie macierzy  $\mathbf{D}$ . Odwrotność macierzy  $\mathbf{D}$  oznaczana  $\mathbf{D}^{-1}$  jest obliczana przez podzielenie macierzy dołączonej  $\mathbf{D}^D$ , będącej macierzą transponowaną macierzy  $[D_{kj}]$  utworzoną z dopełnień algebraicznych elementów macierzy  $\mathbf{D}$ , przez wyznacznik macierzy bezwładności  $|\mathbf{D}|$ . Dopełnienia algebraiczne  $D_{kj}$  elementów macierzy  $\mathbf{D}$  są iloczynem minora wyznacznika przynależnego do elementu  $d_{kj}$  oraz czynnika  $(-1)^{k+j}$ . Każdy element macierzy  $[D_{kj}]$  to dopełnienie algebraiczne  $D_{kj}$ , które można obliczyć przy odpowiednich założeniach z równania (3.17) lub (3.18). Równanie (3.17) jest prawdziwe dla stałego wybranego  $m$  z przedziału 1 do  $n$ , różnego od  $j$ . Suma obliczana jest dla każdego  $l$  z przedziału od 1 do  $n$ , różnego od  $k$ . Równanie (3.18) jest prawdziwe dla stałego wybranego  $l$  z przedziału 1 do  $n$ , różnego od  $k$ . Suma obliczana jest dla każdego  $m$  z przedziału od 1 do  $n$  różnego od  $j$  [23, 96].

$$D_{kj} = (-1)^{k+j} \sum_{l=1}^n d_{lm} D_{lm} \quad (3.17)$$

$$D_{kj} = (-1)^{k+j} \sum_{m=1}^n d_{lm} D_{lm} \quad (3.18)$$

W związku z tym, że macierz  $\mathbf{D}$  jest symetryczna dopełnienie algebraiczne  $D_{kj}$  jest równe  $D_{jk}$ . Transpozycja macierzy  $[D_{kj}]$  jest równa macierzy  $[D_{kj}]$ , stąd wynika, że macierz dołączona  $\mathbf{D}^D$  jest równa macierzy  $[D_{kj}]$ .

Macierz odwrotną  $\mathbf{D}^{-1}$  do macierzy  $\mathbf{D}$  można obliczyć z równania (3.19).

$$\mathbf{D}^{-1} = \frac{\mathbf{D}^D}{|\mathbf{D}|} \quad (3.19)$$

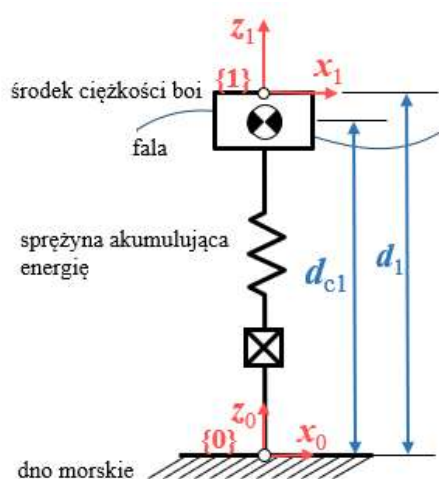
Przekształcenie równań różniczkowych do postaci kanonicznych umożliwia obliczenie współrzędnej uogólnionej, czyli przemieszczenia obiektu w czasie. Po uwzględnieniu, że prędkość uogólniona jest różniczką współrzędnej uogólnionej po czasie możliwe jest zasymulowanie przemieszczenia elementu odzyskującego energię w programie Matlab/Simulink lub w podobnych programach. Postać kanoniczna równania (3.16) jest dana wzorem:

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{D}^{-1} (\boldsymbol{\tau} - \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}} - \mathbf{F}_{ep}) \quad (3.20)$$

## 4 Analiza łańcuchów kinematycznych, sił zewnętrznych i dynamiki ruchu układów odzyskiwania energii

### 4.1 Łańcuch kinematyczny, siły zewnętrzne i dynamika ruchu boi o 1-DoF – przykład pierwszy

Najprostszy łańcuch kinematyczny za pomocą którego można opisać ruch boi to łańcuch o jednym stopniu swobody (1-DoF). Możliwe są do wyboru: przegub pryzmatyczny lub przegub obrotowy. Użycie tylko przegubu obrotowego spowoduje uwzględnienie tylko ruchu znoszącego w jednej płaszczyźnie. Odzwierciedlenie ruchu boi spowodowanego zmienną amplitudą fali – wysokość fali, możliwe jest przez zastosowanie przegubu pryzmatycznego. W pracach [61, 62] przedstawiono, że z ruchem związanym z wysokością fali przenoszona jest największa energia. Dlatego do przedstawienia ruchu boi wybrano przegub pryzmatyczny.



Rys. 4.1 Boja o 1-DoF

Boja poruszająca się w takim przypadku w górę i w dół pod wpływem zmiany wysokości fali może być reprezentowana w postaci łańcucha kinematycznego złożonego z przegubu pryzmatycznego, członu zawierającego element akumulujący energię oraz masy bezwładnościowej symbolizującej boję. Jak zaznaczono na rysunku 4.1 występujący parametr  $d_1$  (odległość boi od dna zbiornika wodnego liczona do jej górnej krawędzi) jest wielkością zmienną zależącą tylko od amplitudy fali. Parametr  $d_{c1}$  opisuje położenie środka ciężkości boi względem dna zbiornika wodnego, z którym związany jest układ bazowy (układ odniesienia)  $\{0\}$ . Omawiany środek ciężkości zależy od wymiarów geometrycznych, kształtów i masy boi. Sprężyna akumulująca energię znajduje się pomiędzy przegubem pryzmatycznym a masą bezwładnościową symbolizującą boję.



Po opisanii łańcucha kinematycznego, czyli:

- wprowadzeniu bazowego układu współrzędnych  $\{0\}$ ,
- wprowadzeniu układu współrzędnych związanego z górną krawędzią boi  $\{1\}$ ,
- określeniu długości członu  $d_1$  (reprezentującego chwilową głębokość zakotwiczenia boi),
- określeniu położenia środka ciężkości boi  $d_{c1}$  względem układu odniesienia  $\{0\}$  (miejsca zakotwiczenia układu boi)

możliwe jest sformułowanie tabeli parametrów kinematycznych dla dwóch przypadków:

- kiedy końcem łańcucha jest górna krawędź boi (tabela 4.1),
- kiedy końcem łańcucha jest środek ciężkości boi (tabela 4.2).

Tabela 4.1 Tabela parametrów kinematycznych dla boi o 1-DoF bez uwzględnienia środka ciężkości.

$i$	$a_i$	$\alpha_i$	$d_i$	$\Theta_i$
1	0	0	$d_1^*$	0

Tabela 4.2 Tabela parametrów kinematycznych dla boi o 1-DoF z uwzględnieniem środka ciężkości.

$i$	$a_i$	$\alpha_i$	$d_i$	$\Theta_i$
1	0	0	$d_{c1}$	0

Macierz przekształcenia jednorodnego  $A_1$  utworzona na podstawie tabeli 4.1 została przedstawiona w równaniu (4.1), macierz przekształcenia jednorodnego  $A_{c1}$  na podstawie tabeli 4.2 ma elementy podobne do macierzy  $A_1$ , należy jednak uwzględnić przesunięcie środka ciężkości poprzez zmianę parametru  $d_1^*$  na  $d_{c1}^*$ . Różnica między  $d_1^*$  a  $d_{c1}^*$  zwykle jest bardzo mała w porównaniu do całkowitej długości członu, w którym znajduje się element akumulujący energię – sprężyna akumulująca. Przykładowo długość tego członu dla boi morskich wynosi 9,3 m, zaś dla boi oceanicznych 31,9 m [97]. W tym przypadku macierz przekształcenia względem układu bazowego  $T_0^1$  jest równa macierzy  $A_1$ , a dla środka ciężkości macierz  $T_{c0}^1$  jest równa macierzy  $A_{c1}$ .

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_1^* \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

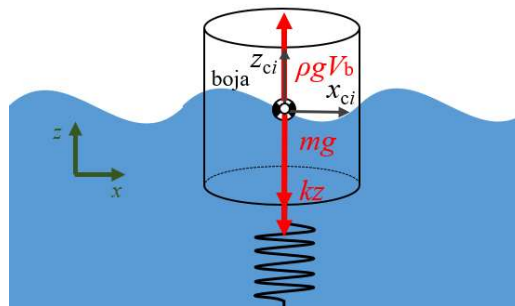
gdzie:  $d_1$  – chwilowa głębokość zakotwiczenia boi.

W związku z tym, że w łańcuchu kinematycznym przedstawionym na rysunku 4.1 występuje wyłącznie jeden przegub i jest to przegub przyrzutowy, Jakobian reprezentujący związek prędkościowy pomiędzy wektorem prędkości przegubowych (przegubów w łańcuchu kinematycznym boi) a prędkością środka ciężkości wyrażonej w bazowym układzie

współrzędnych (wyliczony jest zgodnie z opisem postępowania w rozdziale 3.1) dany jest wyrażeniem:

$$\mathbf{J}_{c1} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{v_{c1}} \\ \mathbf{J}_{\omega_{c1}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_0 \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

Na rysunku 4.2 przedstawiono siły wynikające z energii potencjalnych działające na boję: siłę wyporu wody, siłę grawitacji oraz siłę sztywności, gdzie  $\rho$  to gęstość wody,  $g$  to przyspieszenie ziemskie,  $V_b$  to objętość boi zanurzonej w wodzie;  $m$  to masa boi,  $k$  to siła sprężystości sprężyny.



Rys.4.2 Siły energii potencjalnej działające na boję.

Siły wynikające z energii potencjalnej działają na środek ciężkości łańcucha kinematycznego, dlatego momenty tych sił są zerowe (działają na promieniu równym 0). W stanie równowagi, gdy sprężyna nie jest rozciągnięta ani ściśnięta, siła ciężkości i siła wyporu równoważą się. Statyczna siła wyporu ma charakter sprężysty - działa jak sprężyna o współczynniku równym iloczynowi wartości grawitacji, pola powierzchni boi prostopadłej do ruchu oraz gęstości wody. Pod wpływem działania siły wynikającej z ciśnienia wody działającego na boję objętość zanurzenia się zmienia – zależnie od wysokości fali w danej chwili oraz początkowego zanurzenia boi [91]. Dlatego w późniejszych działaniach można uwzględnić, że siła zewnętrzna jest siłą wyporu, więc działająca na układ siła wynika z energii potencjalnej. Energia potencjalna ma zatem postać:

$$E_p = -m_1 g (d_{c1} - (d_p - h_1)) + \rho g V_b (d_{c1} - (d_p - h_1)) - \frac{1}{2} k (d_{c1} - (d_p - h_1))^2 \quad (4.3)$$

gdzie:  $m_1$  – masa boi,  $g$  – przyspieszenie ziemskie,  $\rho$  – gęstość wody,  $V_b$  – część objętości boi zanurzona w wodzie,  $k$  – współczynnik sztywności sprężyny,  $d_{c1}$  – chwilowa głębokość zakotwiczenia,  $d_p$  - początkowa głębokość zakotwiczenia,  $h_1$  – początkowe zanurzenie boi.

Objętość zanurzonej części boi jest zmienna pod wpływem ruchu boi na fali i ma postać:

$$V_b = \rho g \pi r^2 (h_2 - d_{c1}) \quad (4.4)$$

gdzie:  $r$  – promień podstawy boi w kształcie walca,  $h_2$  – chwilowa wysokość fali.

Wektor sił i momentów  $\tau_p$  przedstawiony w układzie współrzędnych związanych ze środkiem ciężkości boi został pomnożony przez transpozycje Jakobianu całkowitego układu boi. Do działających na boję sił należą też siły tłumienia hydrodynamicznego  $F_{bh}$  oraz tłumienia w sprężynie  $F_b$ , wynikająca z materiału z jakiego została wykonana sprężyna oraz prędkości obiektu. Wektor sił i momentów ma postać:

$$\begin{aligned} \tau_p = J_{c1}^T \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ n_x \\ n_y \\ n_z \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -m_1 g + \rho g V_b - k(d_{c1} - (d_p - h_1)) - F_{bh} + F_b \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \\ &= -m_1 g + \rho g V_b - k(d_{c1} - (d_p - h_1)) - F_{bh} + F_b \end{aligned} \quad (4.5)$$

gdzie:  $F_{bh}$  - siła tłumienia hydrodynamicznego,  $F_b$  - siła tłumienia w sprężynie.

Siła oporu hydrodynamicznego liczona jest podobnie do siły oporu aerodynamicznego i została przedstawiona równaniem (4.6).

$$F_{bh} = \frac{1}{2} C_{ph} \rho \pi r^2 v^2 \quad (4.6)$$

Jest ona zależna od gęstości środowiska w jakim znajduje się obiekt  $\rho$ , prędkości poruszania się obiektu  $v$  w osi działania siły, powierzchni na którą działa opór (w tym przypadku powierzchni koła o promieniu  $r$ ) oraz współczynnika oporu hydrodynamicznego  $C_{ph}$ , który jest zależny od tego jaki kształt ma obiekt [92, 98]. Współczynnik  $C_{ph}$  nie posiada jednostki – jest współczynnikiem bezwymiarowym, który zależy od liczby Reynoldsa. Można założyć, że boja jest walcem o gładkiej powierzchni, dla takiego walca współczynnik ten jest równy około 1 do 1.5, przyjęto współczynnik 1.15 [93].

Macierz bezwładności  $D$  jest macierzą  $1 \times 1$  i jej jedyny element jest równy masie boi  $m_1$ :

$$D = m_1 J_{vc1}^T J_{vc1} + J_{\omega c1}^T R_1 I_1 R_1^T J_{\omega c1} = [m_1] \quad (4.7)$$

Moment bezwładności  $I_1$  jest macierzą momentu bezwładności obrotu boi, w związku z tym, że w tym przypadku obrót nie występuje,  $I_1$  może być pominięty. Macierz obrotu  $R_1$  jest częścią macierzy  $T_{c0}^1$ .

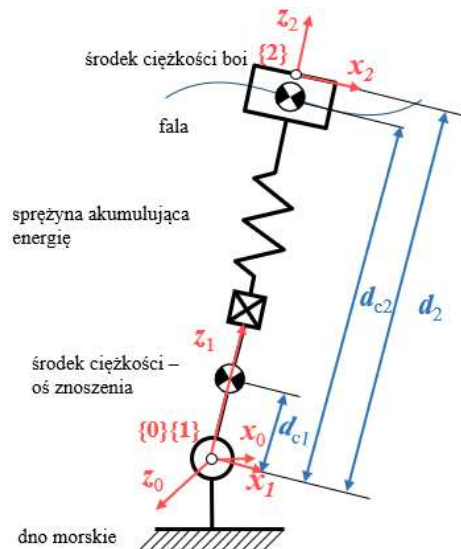
Macierz Christoffela  $C$  jest w tym przypadku macierzą zerową ponieważ różniczka z elementu macierzy  $D$  po prędkości jest równa 0.

Równanie (3.20) dla tego przypadku umożliwia obliczenie zmiany położenia pionowego boi w czasie i ma postać:

$$\frac{d^2 d_{c1}}{dt^2} = \frac{-m_1 g + \rho g V_b - k(d_{c1} - (d_p - h_1)) - F_{bh} + F_b}{m_1} \quad (4.8)$$

## 4.2 Łańcuch kinematyczny, siły zewnętrzne i dynamika ruchu boi o 2-DoF – przykład drugi

Dokładniejszym opisem ruchu boi jest łańcuch o dwóch stopniach swobody (2-DoF). W takim układzie uwzględnia się ruch znoszący boi reprezentowany przez przegub obrotowy. Zastosowanie drugiego przegubu obrotowego spowoduje uwzględnienie ruchu przechylającego boi. Ze względu na to, że energia przenoszona jest głównie przez zmianę wysokości fali, jak to zostało opisane we wcześniejszym rozdziale, drugim przegubem powinien być przegub pryzmatyczny reprezentujący zmianę amplitudy fali.



Rys. 4.3 Boja o 2-DoF.

Boja poruszająca się w takim przypadku w górę i w dół pod wpływem zmiany wysokości fali oraz znoszona na bok zgodnie z kierunkiem ruchu fali może być reprezentowana w postaci łańcucha kinematycznego złożonego z przegubu obrotowego, przegubu pryzmatycznego, członu zawierającego element akumulujący energię, oraz masy bezwładnościowej symbolizującej boję. Ruch boi związany ze znoszeniem jej przez falę będzie nazywany obrotem boi (nazewnictwo jest uwarunkowane interpretacją łańcucha kinematycznego). Jak zaznaczono na rysunku 4.3 występujący parametr  $d_2$  (odległość boi od jej osi obrotu liczona

do jej górnej krawędzi) jest wielkością zmienną zależącą tylko od amplitudy fali. Parametr  $d_{c2}$  opisuje położenie środka ciężkości boi względem osi obrotu, z którą związany jest układ bazowy (układ odniesienia)  $\{0\}$ . Oś obrotu boi znajduje się w tym przypadku w okolicy dna zbiornika wodnego, środek ciężkości symbolizujący oś znoszenia jest odsunięty od dna zbiornika wodnego o odległość  $d_{c1}$ . W omawianym środku ciężkości znajduje się rzeczywista oś obrotu. Jest to środek masy członu łączącego dno zbiornika wodnego z boją – liny łączącej.

Po opisanii łańcucha kinematycznego, czyli:

- wprowadzeniu bazowego układu współrzędnych  $\{0\}$ ,
- wprowadzeniu układu współrzędnych związanego z osią obrotu boi – znoszenia boi  $\{1\}$ ,
- wprowadzeniu układu współrzędnych związanych z górną krawędzią boi  $\{2\}$ ,
- określeniu długości członu  $d_2$  (reprezentującego chwilową głębokość zakotwiczenia),
- określeniu położenia środka ciężkości członu łączącego dno zbiornika wodnego z boją  $d_{c1}$  – oś znoszenia względem układu odniesienia  $\{0\}$  (zakotwiczenia boi),
- określeniu położenia środka ciężkości boi  $d_{c2}$  względem układu  $\{1\}$  (osi obrotu boi, która w tym przypadku jest miejscem zakotwiczenia układu boi),

możliwe jest sformułowanie tabeli parametrów kinematycznych dla dwóch przypadków:

- kiedy końcem łańcucha jest górna krawędź boi, a oś obrotu znajduje się na poziomie dna zbiornika wodnego (tabela 4.3),
- kiedy końcem łańcucha jest środek ciężkości boi, a oś obrotu znajduje się w pewnej odległości od dna zbiornika wodnego – w środku ciężkości liny kotwiczącej w miejscu rzeczywistej osi znoszenia (tabela 4.4).

Tabela 4.3 Tabela parametrów kinematycznych dla boi o 2-DoF bez uwzględnienia środków ciężkości.

$i$	$a_i$	$\alpha_i$	$d_i$	$\Theta_i$
1	0	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\Theta_1^*$
2	0	0	$d_2^*$	0

Tabela 4.4 Tabela parametrów kinematycznych dla boi o 2-DoF z uwzględnieniem środków ciężkości.

$i$	$a_i$	$\alpha_i$	$d_i$	$\Theta_i$
1	0	0	$d_{c1}$	$\Theta_1^*$
2	0	0	$d_{c2}^*$	0

Macierz przekształcenia jednorodnego  $A_1$  utworzona na podstawie drugiego wiersza tabeli 4.3 – dla przegubu pierwszego, została przedstawiona w równaniu (4.9), macierz przekształcenia jednorodnego  $A_{c1}$  na podstawie tabeli 4.4 została przedstawiona w równaniu (4.10), zostało w nim uwzględnione przesunięcie środka ciężkości, parametr  $d_{c1}$  jest różny od zera.

$$A_1 = \begin{bmatrix} c\theta_1 & 0 & -s\theta_1 & 0 \\ s\theta_1 & 0 & c\theta_1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

$$A_{c1} = \begin{bmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 & 0 \\ s\theta_1 & c\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_{c1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

gdzie:  $c\theta_1$  – skrót funkcji  $\cos\theta_1$ ,  $s\theta_1$  – skrót funkcji  $\sin\theta_1$ ,  $d_{c1}$  – odsunięcie osi znoszenia.

Macierz przekształcenia jednorodnego  $A_2$  utworzona na podstawie tabeli 4.3 ma taką samą postać jak macierz przekształcenia jednorodnego dla poprzedniego przypadku (boi o 1-DoF) przedstawiona w równaniu (4.1). Macierz przekształcenia jednorodnego  $A_{c2}$  utworzona na podstawie tabeli 4.4 ma podobną postać do macierzy  $A_2$ , należy jednak, jak we wcześniejszym rozdziale, uwzględnić przesunięcie środka ciężkości poprzez zmianę parametru  $d_2^*$  na  $d_{c2}^*$ . W tym przypadku macierz przekształcenia względem układu bazowego  $T_0^2$  jest równa macierzy  $A_1$  pomnożonej przez macierz  $A_2$ , dla pierwszego środka ciężkości macierz  $T_{c0}^1$  równa macierzy  $A_{c1}$ , a dla drugiego macierz  $T_{c0}^2$  jest równa iloczynowi macierzy  $A_1$  i  $A_{c2}$ . Macierz  $T_0^2$  i macierz  $T_{c0}^2$  (4.11) są podobne, różnią się jedynie tym, że parametr  $d_2$  należy zmienić na  $d_{c2}$ .

$$T_{c0}^2 = A_1 A_{c2} = \begin{bmatrix} c\theta_1 & 0 & -s\theta_1 & -d_{c2}s\theta_1 \\ s\theta_1 & 0 & c\theta_1 & d_{c2}c\theta_1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

gdzie:  $d_{c2}$  – chwilowa głębokość zakotwiczenia.

Jakobian  $J_{c1}$  wyliczony dla środka ciężkości członu łączącego dno zbiornika wodnego z boją jest dany równaniem (4.12), a dla drugiego środka ciężkości (środku ciężkości masy boi) Jakobian  $J_{c2}$  jest dany równaniem (4.13).

$$J_{c1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

$$J_{c2} = \begin{bmatrix} -d_{c2}c\theta_1 & -s\theta_1 \\ -d_{c2}s\theta_1 & c\theta_1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

Energia potencjalna układu jest podobna do tej z przykładu boi o 1-DoF, należy jedynie uwzględnić, że masa, z którą jest związana, jest masą boi  $m_2$  oraz masą członu ze sprężyną  $m_1$ . Przesunięcie jest różnicą między chwilową głębokością zakotwiczenia  $d_{c2}$  a początkowym położeniem boi względem dna zbiornika wodnego, czyli różnicy pomiędzy początkową głębokością zakotwiczenia  $d_p$  a początkowym zanurzeniem boi  $h_1$ . Energię potencjalną w układzie boi o 2-DoF można przedstawić równaniem podobnym do równania (4.3) z rozdziału 4.1, należy jednak uwzględnić, że w tym przypadku chwilowa głębokość

zakotwiczenia oznaczana jest  $d_{c2}$  (w rozdziale 4.1 było to  $d_{c1}$ ), a w masie należy uwzględnić dodatkową masę członu ze sprężyną  $m_1$ .

Zgodnie z kierunkiem i zwrotem osi  $x_0$  bazowego układu współrzędnych boi  $\{0\}$  działa siła wynikająca z chwilowej prędkości fali  $v_f$  wyliczona jako prędkość po okręgu o promieniu równym chwilowej wysokości fali:

$$F_f = \frac{1}{2} C_{ph} \rho h_1 r v_f^2 \quad (4.14)$$

gdzie:  $C_{ph}$  – współczynnik oporu hydrodynamicznego zależny od kształtu obiektu,  $\rho$  – gęstość wody,  $h_1$  – początkowe zanurzenie boi,  $r$  – promień podstawy boi w kształcie walca,  $v_f$  – chwilowa prędkość fali.

Siła ta jest podobna do siły tłumienia hydrodynamicznego ale działa na powierzchnię wynikającą z zanurzenia boi i jej promienia [93, 98, 99].

Wektor sił i momentów zewnętrznych  $\tau_p$  zależy od różniczki energii potencjalnej po przesunięciu  $d_{c2} - (d_p - h_1)$ . Siły potencjalne działające na boję rozpatrywane są w układzie współrzędnych boi i są różniczką z energii potencjalnej po przesunięciu  $d_{c2} - (d_p - h_1)$ . Siły grawitacji, wyporu i tłumienia hydrodynamicznego działają w osi  $x$  oraz osi  $z$  układu współrzędnych związanego z środkiem ciężkości boi, a ich składowe zależne są od pochylenia boi, siła sprężystości działa zawsze wzdłuż osi  $z$  układu współrzędnych związanego z środkiem ciężkości boi. Objętość  $V_b$  jest objętością zanurzonej części boi (4.4). Wektor sił i momentów  $\tau_p$  wyrażony we współrzędnych środka ciężkości boi jest przedstawiony równaniem (4.15).

$$\begin{aligned} \tau_p = J_{c2}^T & \begin{bmatrix} \frac{1}{2} C_{ph} \rho h_1 r v_f^2 \\ -(m_1 + m_2)g + \rho g V_b \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -k(d_{c2} - (d_p - h_1)) - F_{bh} + F_b \end{bmatrix} = \\ & = \begin{bmatrix} -d_{c2} \left( \frac{1}{2} C_{ph} \rho h_1 r v_f^2 c\theta_1 + (-(m_1 + m_2)g + \rho g V_b) s\theta_1 \right) \\ (-(m_1 + m_2)g + \rho g V_b) c\theta_1 - \frac{1}{2} C_{ph} \rho h_1 r v_f^2 s\theta_1 - k(d_{c2} - (d_p - h_1)) - F_{bh} + F_b \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.15)$$

gdzie:  $m_1$  – masa boi,  $m_2$  – masa członu ze sprężyną,  $g$  – przyspieszenie ziemskie,  $V_b$  – część objętości boi zanurzona w wodzie,  $k$  – współczynnik sztywności sprężyny,  $d_{c2}$  – chwilowa głębokość zakotwiczenia,  $d_p$  – początkowa głębokość zakotwiczenia,  $h_1$  – początkowe zanurzenie boi,  $F_{bh}$  – siła tłumienia hydrodynamicznego,  $F_b$  – siła tłumienia w sprężynie.

Jeśli znane są siły potencjalne działające na boję wyrażone w bazowym układzie współrzędnych  $\{0\}$ , siły działające na boję wyrażone w układzie współrzędnych środka ciężkości boi są wynikiem mnożenia transpozycji Jakobianu całkowitego układu boi odzyskującej energię i wektora sił i momentów  $\tau_p$  wyrażonych w bazowym układzie współrzędnych. Jakobian ten jest w tym przypadku równy Jakobianowi drugiego środka ciężkości boi, który został przedstawiony w równaniu (4.13). Siły sprężystości i tłumienia  $F_b$  działające w sprężynie są w przypadku boi zawsze zgodne z kierunkiem osi z układu współrzędnych związanych z środkiem ciężkości boi. Siła tłumienia hydrodynamicznego  $F_{bh}$  jest w tym przypadku zgodna z przegubem pryzmatycznym. Siły sprężystości i tłumienia  $F_b$  należy dodać do wyniku mnożenia transpozycji Jakobianu i sił wyrażonych w bazowym układzie współrzędnych.

Macierz bezwładności  $D$  jest macierzą  $2 \times 2$  i jej elementy są zależne od:

- masy członu łączącego boję z dnem zbiornika wodnego  $m_1$ ,
- masy boi  $m_2$ ,
- odsunięcia osi znoszenia – obrotu, od dna zbiornika wodnego  $d_{c1}$ ,
- chwilowej głębokości zakotwiczenia boi  $d_{c2}$ ,
- momentu bezwładności członu łączącego boję z dnem zbiornika wodnego  $I_1$ ,
- momentu bezwładności boi  $I_2$ .

Macierz  $R_1$  jest macierzą obrotu macierzy przekształceń  $T_{c0}^1$  (4.10), a macierz  $R_2$  jest macierzą obrotu macierzy przekształceń  $T_{c0}^2$  (4.11). Macierz bezwładności, sformułowana na podstawie równania (3.11), jest przedstawiona poniżej:

$$D = \begin{bmatrix} m_2 d_{c2}^2 + I_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

gdzie:  $I_1$  – moment bezwładności członu ze sprężyną.

Elementy macierzy Christoffela  $C$ , wyliczone z elementów macierzy bezwładności  $D$  na podstawie równań (3.13) i (3.14), mają postać:

$$C = \begin{bmatrix} m_2 d_{c2} \dot{d}_{c2} & m_2 d_{c2} \dot{\theta}_1 \\ -m_2 d_{c2} \dot{\theta}_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.17)$$



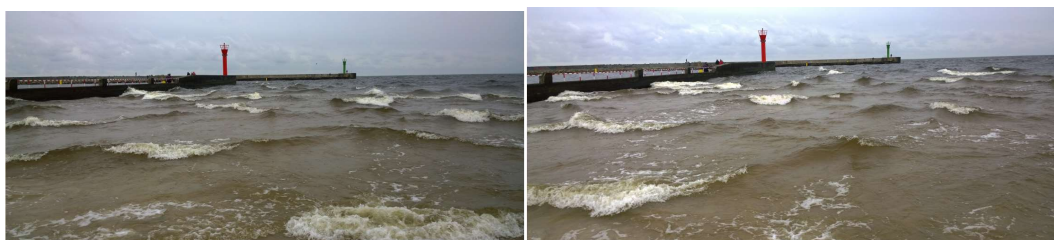
Postać kanoniczna równania (3.20) dla tego przypadku przedstawiona została równaniami (4.18) i (4.19). Umożliwia ona obliczenie zmiany obrotu oraz zmiany położenia pionowego boi w czasie.

$$\frac{d^2\theta_1}{dt^2} = \frac{-2m_2d_{c2}\dot{d}_{c2}\dot{\theta}_1 - d_{c2}(0,5rh_1v_f^2c\theta_1 + (-(m_1+m_2)g + \rho g V_b)s\theta_1)}{m_2d_{c2}^2 + I_1} \quad (4.18)$$

$$\frac{d^2d_{c2}}{dt^2} = \frac{(-(m_1+m_2)g + \rho g V_b)c\theta_1 - 0,5rh_1v_f^2s\theta_1 - k(d_{c2} - d_p) + m_2d_{c2}\dot{\theta}_1^2 - F_{bh} + F_b}{m_2} \quad (4.19)$$

### 4.3 Łańcuch kinematyczny, siły zewnętrzne i dynamika ruchu boi o 3-DoF – przykład trzeci

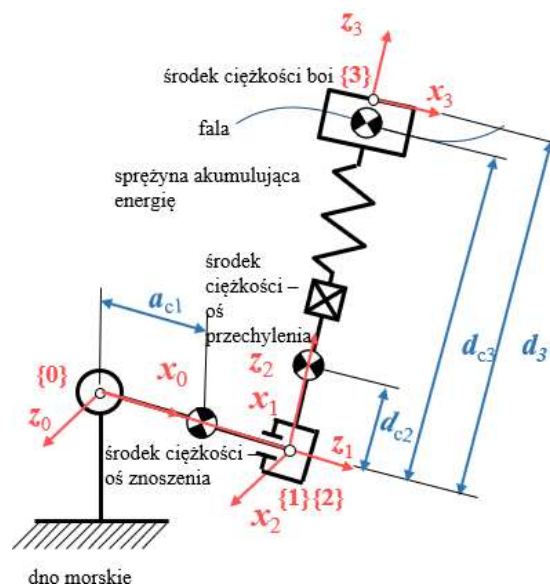
Szersze możliwości odwzorowania ruchu rzeczywistej boi, w porównaniu do dwóch wcześniejszych wariantów jej łańcucha kinematycznego o jednym i dwóch stopniach swobody, zapewnia reprezentacja jej układu mechanicznego w postaci łańcucha kinematycznego o trzech stopniach swobody (3-DoF). W takim przypadku uwzględnia się ruch pionowy boi – w górę i w dół w zależności od amplitudy fali, reprezentowany przez przegub pryzmatyczny oraz ruch znoszący boi w dowolnym kierunku reprezentowany przez dwa przeguby obrotowe o wzajemnie prostopadłych swoich osiach obrotu. Możliwe jest, dzięki temu, uwzględnienie zmienności kierunku rozchodzenia się fal, spowodowanych zmianami kierunku wiatru, odbijaniem się fal od przeszkody i pojawiającej się interferencji fal. W tym przypadku przeguby obrotowe reprezentują znoszenie boi w kierunku spadku fali – przechylenie i nachylenie. Na rysunku 4.4 zaprezentowane są: efekt odbijania się fali od falochronu i pojawiających się interferencji fal.



Rys.4.4. Fala odbita od falochronu oraz interferencja fal.

Przedstawienie układu boi o 3-DoF jako dwóch prostopadłych do siebie przegubów obrotowych i przegubu pryzmatycznego jest jednym ze sposobów. Jest możliwe również przedstawienie dwóch przegubów obrotowych o osiach obrotów prostopadłych do kierunku ruchu fali pomiędzy którymi znajduje się przegub pryzmatyczny. Przeguby obrotowe reprezentują znoszenie boi w kierunku ruchu fali, pierwszy przed odbiciem od falochronu, a drugi po odbiciu. Taki model nie uwzględnia niejednorodności fali spowodowanej ich odbiciem, traktuje się wtedy falę padającą i falę odbitą jako taką samą falę o różnych zwrotach bez spadku

w kierunku prostopadłym do kierunku ruchu fali. Nie uwzględnia również możliwej zmiany kierunku ruchu fali po jej odbiciu. Do omówienia wybrano model uwzględniający niejednorodność fali – spadek, obrót może odbywać się w innym kierunku niż kierunek ruchu fali. Boja poruszająca się w górę i w dół pod wpływem zmiany wysokości fali oraz znoszona na boki: zgodnie z kierunkiem ruchu fali oraz zgodnie ze spadkiem wysokości fali w kierunku prostopadłym do ruchu, może być reprezentowana w postaci łańcucha kinematycznego złożonego z dwóch przegubów obrotowych, przegubu pryzmatycznego, członu zawierającego element akumulujący energię oraz masy bezwładnościowej symbolizującej boję. Osie obrotu przegubów obrotowych są do siebie prostopadłe, a miejsca, w których występuje rzeczywista oś obrotu nazywane są osią znoszenia oraz osią przechylenia. Ruch wokół tych osi będzie nazywany obrotem boi zgodnie ze znoszeniem fali oraz zgodnie z przechyleniem (sformułowanie wyniku z interpretacji łańcucha kinematycznego).



Rys.4.5 Boja o 3-DoF.

Występujący na rysunku 4.5 parametr  $d_3$  (odległość boi od jej osi obrotu, o kierunku prostopadłym do kierunku ruchu fali, liczona do jej górnej krawędzi) jest wielkością zmienną zależącą tylko od amplitudy fali. Parametr  $d_{c3}$  opisuje położenie środka ciężkości boi względem osi obrotu, z którą związany jest układ współrzędnych {1}. Zakłada się, że przy braku uwzględnienia przesunięcia osi obrotu, obydwie osie znajdują się w okolicy dna zbiornika wodnego. Środek ciężkości symbolizujący umiejscowienie osi przechylenia boi jest odsunięty od dna zbiornika wodnego o odległość  $d_{c2}$ . W omawianym środku ciężkości znajduje się rzeczywista oś obrotu. Jest to środek masy członu łączącego dno zbiornika wodnego z boją – liny lub belki łączącej, który reprezentuje moment bezwładności członu liczony względem osi obrotu równoległej do kierunku ruchu fali. Parametr  $a_{c1}$  opisuje położenie środka ciężkości

boi względem osi obrotu, z którą związany jest układ bazowy  $\{0\}$ . Środek ciężkości, symbolizujący umiejscowienie osi nachylenia boi, jest odsunięty od dna zbiornika wodnego o odległość  $a_{c1}$ . Omawiany środek ciężkości, podobnie jak poprzedni, jest środkiem masy członu łączącego dno zbiornika wodnego z boją – liny lub belki łączącej, oraz przechodzi przez niego oś obrotu. Reprezentuje on moment bezwładności członu liczony względem osi obrotu przechodzącej przez środek ciężkości prostopadłej do kierunku ruchu fali.

Po opisanu łańcucha kinematycznego, czyli:

- wprowadzeniu bazowego układu współrzędnych  $\{0\}$ ,
- wprowadzeniu układu współrzędnych związanego z osią obrotu boi prostopadłą do kierunku ruchu fali – znoszenia boi  $\{1\}$ ,
- wprowadzeniu układu współrzędnych związanego z osią obrotu boi równoległą do kierunku ruchu fali – przechylenia boi  $\{2\}$ ,
- wprowadzeniu układu współrzędnych związanych z górną krawędzią boi  $\{3\}$ ,
- określeniu długości członu  $d_3$  (reprezentującego głębokość zakotwiczenia boi),
- określeniu położenia środków ciężkości członu łączącego dno zbiornika wodnego z boją – osi nachylenia względem układu odniesienia  $\{0\}$  (zakotwiczenia boi),
- określeniu położenia osi przechylenia względem układu  $\{1\}$ ,
- określeniu położenia środka ciężkości boi względem układu  $\{2\}$  (umiejscowienia osi obrotu boi, które w tym przypadku jest miejscem zakotwiczenia układu boi),

możliwe jest sformułowanie tabeli parametrów kinematycznych dla dwóch przypadków:

- kiedy końcem łańcucha jest górna krawędź boi, a osie obrotu znajdują się na poziomie dna zbiornika wodnego (tabela 4.5),
- kiedy końcem łańcucha jest środek ciężkości boi, a osie obrotu znajdują się w pewnej odległości od dna zbiornika wodnego – środki ciężkości symbolizujące umiejscowienie osi nachylenia i przechylenia (tabela 4.6).

Tabela 4.5 Tabela parametrów kinematycznych dla boi o 3-DoF bez uwzględnienia środków ciężkości.

$i$	$a_i$	$\alpha_i$	$d_i$	$\Theta_i$
1	0	$\frac{\pi}{2}$	0	$\Theta_1^*$
2	0	$\frac{\pi}{2}$	0	$\Theta_2^*$
3	0	0	$d_3^*$	$\frac{\pi}{2}$

Tabela 4.6 Tabela parametrów kinematycznych dla boi o 3-DoF z uwzględnieniem środków ciężkości.

$i$	$a_i$	$\alpha_i$	$d_i$	$\Theta_i$
1	$a_{c1}$	0	0	$\Theta_1^*$
2	0	0	$d_{c2}$	$\Theta_2^*$
3	0	0	$d_{c3}^*$	0

Macierz przekształcenia jednorodnego  $A_1$  utworzona na podstawie drugiego wiersza tabeli 4.5 dla przegubu 1 została przedstawiona równaniem (4.20). Natomiast macierz przekształcenia jednorodnego  $A_{c1}$  utworzona na podstawie tabeli 4.6 została przedstawiona równaniem (4.21), zostało w nim uwzględnione przesunięcie środka ciężkości, parametr  $a_{c1}$  jest różny od zera.

$$A_1 = \begin{bmatrix} c\theta_1 & 0 & s\theta_1 & 0 \\ s\theta_1 & 0 & -c\theta_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.20) \quad A_{c1} = \begin{bmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 & a_{c1}c\theta_1 \\ s\theta_1 & c\theta_1 & 0 & a_{c1}s\theta_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

gdzie:  $c\theta_1$  – skrót funkcji  $\cos\theta_1$ ,  $s\theta_1$  – skrót funkcji  $\sin\theta_1$ ,  $a_{c1}$  – odsunięcie osi nachylenia boi.

Macierz przekształcenia jednorodnego  $A_2$  utworzona na podstawie trzeciego wiersza tabeli 4.5 ma podobną postać do macierzy  $A_1$ , różni się tylko zmianą parametru  $\theta_1$  na  $\theta_2$ . Macierz przekształcenia jednorodnego  $A_{c2}$  utworzona na podstawie tabeli 4.6 została przedstawiona równaniem (4.22).

$$A_{c2} = \begin{bmatrix} c\theta_2 & -s\theta_2 & 0 & 0 \\ s\theta_2 & c\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_{c2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

gdzie:  $c\theta_2$  – skrót funkcji  $\cos\theta_2$ ,  $s\theta_2$  – skrót funkcji  $\sin\theta_2$ ,  $d_{c2}$  – odsunięcie osi przechylenia boi.

Macierz przekształcenia jednorodnego  $A_3$  utworzona na podstawie tabeli 4.5 została przedstawiona w równaniu (4.23), a macierz przekształcenia jednorodnego  $A_{c3}$  w równaniu (4.24).

$$A_3 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.23) \quad A_{c3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_{c3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

gdzie:  $d_3$  – głębokość zakotwiczenia boi,  $d_{c3}$  – odległość środka ciężkości boi od dna morskiego.

W tym przypadku macierz przekształcenia dla drugiego przegubu względem układu bazowego  $T_0^2$  jest równa iloczynowi macierzy  $A_1$  przez macierz  $A_2$ :

$$T_0^2 = A_1 A_2 = \begin{bmatrix} c\theta_1 c\theta_2 & s\theta_1 & c\theta_1 s\theta_2 & 0 \\ c\theta_2 s\theta_1 & -c\theta_1 & s\theta_1 s\theta_2 & 0 \\ s\theta_2 & 0 & -c\theta_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

Macierz przekształcenia względem układu bazowego  $T_0^3$  jest iloczynem macierzy  $A_1$  przez macierz  $A_2$  a następnie przez macierz  $A_3$ :

$$T_0^3 = A_1 A_2 A_3 = \begin{bmatrix} s\theta_1 & -c\theta_1 c\theta_2 & c\theta_1 s\theta_2 & d_3 c\theta_1 s\theta_2 \\ -c\theta_1 & -c\theta_2 s\theta_1 & s\theta_1 s\theta_2 & d_3 s\theta_1 s\theta_2 \\ 0 & -s\theta_2 & -c\theta_2 & -d_3 c\theta_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

Dla pierwszego środka ciężkości macierz  $T_{c0}^1$  równa macierzy  $A_{c1}$ , dla drugiego macierz  $T_{c0}^2$  (4.27) jest równa iloczynowi macierzy  $A_1$  i  $A_{c2}$ , a dla trzeciego macierz  $T_{c0}^3$  (4.28) jest równa iloczynowi macierzy  $A_1$ ,  $A_2$  i  $A_{c3}$ .

$$T_{c0}^2 = A_1 A_{c2} = \begin{bmatrix} c\theta_1 c\theta_2 & -c\theta_1 s\theta_2 & s\theta_1 & d_{c2} s\theta_1 \\ c\theta_2 s\theta_1 & -s\theta_1 s\theta_2 & -c\theta_1 & -d_{c2} c\theta_1 \\ s\theta_2 & c\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

$$T_{c0}^3 = A_1 A_2 A_{c3} = \begin{bmatrix} c\theta_1 c\theta_2 & s\theta_1 & c\theta_1 s\theta_2 & d_{c3} c\theta_1 s\theta_2 \\ c\theta_2 s\theta_1 & -c\theta_1 & s\theta_1 s\theta_2 & d_{c3} s\theta_1 s\theta_2 \\ s\theta_2 & 0 & -c\theta_2 & -d_{c3} c\theta_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

Jakobian  $J_{c1}$ , wyliczony dla środka ciężkości członu łączącego dno zbiornika wodnego z boją dla znoszenia boi, jest dany równaniem (4.29). Dla drugiego środka ciężkości (dla przechylenia boi dla członu łączącego dno zbiornika wodnego z boją) Jakobian  $J_{c2}$  jest dany równaniem (4.30), a dla trzeciego środka ciężkości (środku ciężkości masy boi) Jakobian  $J_{c3}$  jest dany równaniem (4.31).

$$J_{c1} = \begin{bmatrix} -a_{c1} s\theta_1 & 0 & 0 \\ a_{c1} c\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

$$J_{c2} = \begin{bmatrix} d_{c2} c\theta_1 & 0 & 0 \\ d_{c2} s\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & s\theta_1 & 0 \\ 0 & -c\theta_1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

$$J_{c3} = \begin{bmatrix} -d_{c3} s\theta_1 s\theta_2 & d_{c3} c\theta_1 c\theta_2 & c\theta_1 s\theta_2 \\ d_{c3} c\theta_1 s\theta_2 & d_{c3} s\theta_1 c\theta_2 & s\theta_1 s\theta_2 \\ 0 & d_{c3} s\theta_2 & -c\theta_2 \\ 0 & s\theta_1 & 0 \\ 0 & -c\theta_1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

Energia potencjalna układu boi o 3-DoF ma podobną postać do energii potencjalnej określonej dla modelu boi o 1-DoF. Należy jedynie uwzględnić, że masa, z którą jest związana, jest masą boi  $m_3$ . Masa  $m_1$  i masa  $m_2$  członu ze sprężyną jest tą samą masą, więc w energii potencjalnej powinna być uwzględniona tylko raz. Przesunięcie jest różnicą między chwilową głębokością

zakotwiczenia  $d_{c3}$  a początkowym położeniem boi względem dna zbiornika wodnego, czyli różnicy pomiędzy głębokością zakotwiczenia  $d_p$  a początkowym zanurzeniem boi  $h_1$ .

W kierunku poziomym układu bazowego modelu boi o 3-DoF działa siła (równanie 4.14 rozdział 4.2), przyjęto, że siła ta działa w dwóch osiach, w osi  $x_0$  oraz w osi  $z_0$ , (rys. 4.5) a jej działanie jest zgodne ze zwrotem tych osi. Wektor sił i momentów  $\tau_p$  zależy od różniczki energii potencjalnej po przesunięciu  $d_{c3} - (d_p - h_1)$ . Objętość  $V_b$  jest uśrednioną objętością zanurzonej części boi. Równanie (4.32) przedstawia równanie siły działającej na boję.

$$\begin{aligned} \tau_p = \mathbf{J}_{c3}^T \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ n_x \\ n_y \\ n_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -k(d_{c3} - (d_p - h_1)) - F_{bh} + F_b \end{bmatrix} = \\ = \mathbf{J}_{c3}^T \begin{bmatrix} \frac{1}{2} C_{ph} \rho h_1 r v_f^2 \\ -(m_2 + m_3)g + \rho g V_b \\ \frac{1}{2} C_{ph} \rho h_1 r v_f^2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -k(d_{c3} - (d_p - h_1)) - F_{bh} + F_b \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.32)$$

gdzie:  $m_3$  – masa boi,  $m_2$  – masa członu ze sprężyną,  $g$  – przyspieszenie ziemskie,  $\rho$  – gęstość wody,  $V_b$  – część objętości boi zanurzona w wodzie,  $k$  – współczynnik sztywności sprężyny,  $d_{c3}$ ,  $d_3$  – chwilowa głębokość zakotwiczenia,  $d_p$  – początkowa głębokość zakotwiczenia,  $C_{ph}$  – współczynnik oporu hydrodynamicznego zależny od kształtu obiektu,  $h_1$  – początkowe zanurzenie boi,  $r$  – promień podstawy boi w kształcie walca,  $v_f$  – chwilowa prędkość fali,  $F_{bh}$  – siła tłumienia hydrodynamicznego,  $F_b$  - siła tłumienia w sprężynie.

Wektor sił i momentów  $\tau_p$  jest wektorem wyrażonym we współrzędnych środka ciężkości boi. Siły działające na boję o 3-DoF, wyrażone w układzie współrzędnych środka ciężkości boi, są wynikiem mnożenia odwrotności transpozycji macierzy Jakobianu całego układu boi o 3-DoF i wektora sił wyrażonych w bazowym układzie współrzędnych, w tym przypadku siła działa w osi  $x_0$ . Jakobian całego układu ma takie same elementy jak Jakobian trzeciego środka ciężkości (4.31), różni się tylko tym, że parametr  $d_{c3}$  jest parametrem  $d_3$ . Siły sprężystości i tłumienia  $F_b$  działające w sprężynie są w przypadku boi o 3-DoF zawsze zgodne z kierunkiem osi  $z_3$  układu współrzędnych związanych z środkiem ciężkości boi. Siły te są siłami potencjalnymi i związane są z przegubem przyrządkowym układu boi. Siła tłumienia hydrodynamicznego  $F_{bh}$  jest w tym przypadku zgodna z przegubem przyrządkowym. Siły

sprężystości i tłumienia  $F_b$  należy dodać do wyniku mnożenia transpozycji Jakobianu i sił wyrażonych w bazowym układzie współrzędnych.

Macierz bezwładności  $\mathbf{D}$  jest macierzą  $3 \times 3$  i jej elementy są zależne od:

- masy członu łączącego boję z dnem zbiornika wodnego  $m_2$ ,
- masy boi  $m_3$ ,
- odsunięcia osi znoszenia – obrotu, od dna zbiornika wodnego  $a_{c1}$ ,
- odsunięcia osi przechylenia – obrotu, od dna zbiornika wodnego  $d_{c2}$ ,
- głębokości zakotwiczenia boi  $d_{c3}$ ,
- momentu bezwładności członu łączącego boję z dnem zbiornika wodnego liczonego względem osi znoszenia  $I_1$ ,
- momentu bezwładności liczonego względem osi przechylenia  $I_2$ ,
- momentu bezwładności boi  $I_3$ .

Macierz  $\mathbf{R}_1$  jest macierzą obrotu macierzy przekształceń  $\mathbf{T}_{c0}^1$  (4.21), macierz  $\mathbf{R}_2$  jest macierzą obrotu macierzy przekształceń  $\mathbf{T}_{c0}^2$  (4.27), macierz  $\mathbf{R}_3$  jest macierzą obrotu macierzy przekształceń  $\mathbf{T}_{c0}^3$  (4.28). Macierz bezwładności, sformułowana na podstawie równania (3.11), została przedstawiona poniżej:

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} m_2 a_{c1}^2 + m_2 d_{c2}^2 + m_3 d_{c3}^2 s^2 \theta_2 + I_3 c^2 \theta_2 + I_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 d_{c3}^2 + I_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

gdzie:  $I_1$  – moment bezwładności członu ze sprężyną liczony względem osi znoszenia,  $I_2$  – moment bezwładności członu ze sprężyną liczony względem osi przechylenia,  $I_3$  – moment bezwładności boi.

Elementy macierzy Christoffela  $\mathbf{C}$ , wyliczone z elementów macierzy bezwładności  $\mathbf{D}$  na podstawie równań (3.13) i (3.14), zostały przedstawione poniżej:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} m_3 d_{c3} \dot{d}_{c3} s^2 \theta_2 - \frac{\dot{\theta}_2 s(2\theta_2)(-m_3 d_{c3}^2 + I_3)}{2} & -\frac{\dot{\theta}_1 s(2\theta_2)(-m_3 d_{c3}^2 + I_3)}{2} & m_3 d_{c3} \dot{\theta}_1 s^2 \theta_2 \\ \frac{\dot{\theta}_1 s(2\theta_2)(-m_3 d_{c3}^2 + I_3)}{2} & m_3 d_{c3} \dot{d}_{c3} & m_3 d_{c3} \dot{\theta}_2 \\ -m_3 d_{c3} \dot{\theta}_1 s^2 \theta_2 & -m_3 d_{c3} \dot{\theta}_2 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

Postać kanoniczna równania (3.20) dla tego przypadku, po obliczeniu macierzy  $\mathbf{D}^{-1}$  (4.35), przedstawiona została równaniem (4.36). Umożliwia ona obliczenie zmiany położenia pionowego oraz zmiany obrotu boi w czasie.

$$\mathbf{D}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{m_2 d_{c1}^2 + m_2 d_{c2}^2 + m_3 d_{c3}^2 s^2 \theta_2 + I_3 c^2 \theta_2 + I_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{m_2 d_{c3}^2 + I_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{m_3} \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

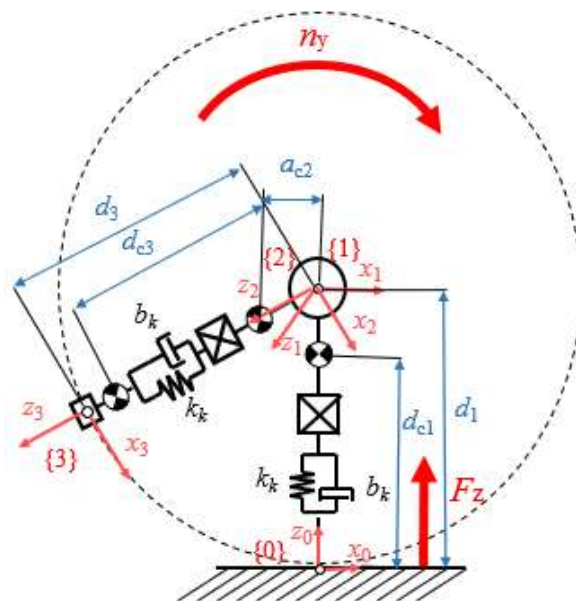
$$\begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{d}_{c3} \end{bmatrix} = \mathbf{D}^{-1} \left( \mathbf{J}_{c3}^T \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ n_x \\ n_y \\ n_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -k(d_{c3} - (d_p - h_1)) - F_{bh} + F_b \end{bmatrix} - \mathbf{C} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{d}_{c3} \end{bmatrix} \right) \quad (4.36)$$

#### 4.4 Łańcuch kinematyczny, siły zewnętrzne i dynamika ruchu koła o 3-DoF z elementem odzyskującym energię – przykład czwarty

Pomimo, że ruch koła może być przedstawiony jako układ o 1-DoF, w którym występuje tylko ruch obrotowy to, w związku z tym, że odzysk energii w danym układzie pochodzi z ugięcia opony, najprostszym układem przedstawiającym koło z elementem odzyskującym energii jest układ o 2-DoF. Jak zostało to wcześniej wspomniane w rozdziale 2.4, układ o 2-DoF jest w większości przypadków niedokładny, m.in. z powodu niezależności osi obrotu koła od nierówności drogi, dlatego uznano, że najprostszym i przy okazji dokładniejszym odwzorowaniem jest układ o 3-DoF. W takim układzie uwzględnia się ruch opony koła w górę i w dół reprezentowany przez dwa przeguby pryzmatyczne oraz ruch obrotowy koła reprezentowany przez przegub obrotowy. Ugięcie opony zależne jest od nierówności drogi oraz masy koła, a opona reprezentowana jest przez dwa elementy: sprężynę reprezentującą sztywność opony oraz tłumik reprezentujący tłumienie opony. Dwa przeguby pryzmatyczne reprezentują ugięcie opony i jej powrót do stanu pierwotnego oraz ruch góra/dół osi koła. Przegub obrotowy reprezentuje ruch obrotowy koła w kierunku toczenia, którego oś obrotu jest pozioma i prostopadła do kierunku toczenia. Ruch obrotowy zależny jest głównie od momentu siły (napędu koła) działającego na oś koła powodując jego obrót. Wpływ na ruch obrotowy ma także ugięcie opony. Układ ten uwzględnia tylko ruch koła w jednym kierunku toczenia, nie uwzględnia zmiany kierunku podczas ruchu ani odchylenia koła od kierunku zamierzonego oraz przechylenia opony zależnego od odkształcenia opony. Jak zaznaczono na rysunku 4.6, występujący parametr  $d_1$  (odległość osi koła od miejsca, w którym koło styka się z drogą) jest wielkością zmienną zależącą tylko od ugięcia opony pod wpływem ciężaru koła lub pojazdu



oraz nierówności drogi. Na ugięcie opony wpływają również jej właściwości [100, 101], czyli zaznaczone na rysunku 4.6 sprężystość opony  $k_k$  oraz tłumienie opony  $b_k$ . Parametr  $d_{c1}$  opisuje położenie środka ciężkości koła, reprezentującego masę ćwiartki zawieszenia, względem miejsca styku opony z drogą, z którym związany jest bazowy układ współrzędnych  $\{0\}$ . Środek ciężkości reprezentujący moment bezwładności, masę koła oraz niecentryczność koła jest odsunięty od osi koła, o odległość  $a_{c2}$ . W omawianym środku ciężkości znajduje się rzeczywista oś obrotu. Parametr  $d_3$  (odległość osi koła od miejsca, w którym koło styka się z drogą) jest wielkością zmienną zależącą tylko od powrotu opony do jej poprzedniego kształtu po ugięciu pod wpływem nierówności drogi. Parametr  $d_{c3}$  opisuje położenie środka ciężkości elementu odzyskującego energię, reprezentującego masę tego elementu, względem osi obrotu koła, z którą związany jest układ współrzędnych  $\{2\}$ .



Rys. 4.6 Układ koła o 3-DoF.

Po opisanii łańcucha kinematycznego, czyli:

- wprowadzeniu bazowego układu współrzędnych  $\{0\}$ ,
- wprowadzeniu układu współrzędnych związanego z osią obrotu koła odnoszącą się do jej odległości od nierówności drogi  $\{1\}$ ,
- wprowadzeniu układu współrzędnych związanego z osią obrotu koła odnoszącą się do jej odległości od elementu odzyskującego energię  $\{2\}$ ,
- wprowadzeniu układu współrzędnych związanych z elementem odzyskującym energię znajdującym się w oponie  $\{3\}$ ,
- określeniu długości członu  $d_1$  (reprezentującego odległość osi obrotu koła od drogi po ugięciu opony),
- określeniu położenia środka ciężkości masy koła względem układu odniesienia  $\{0\}$ ,

- określeniu położenia środka ciężkości momentu bezwładności względem układu {1},
- określeniu położenia środka ciężkości masy elementu odzyskującego energię względem układu {2},

możliwe jest sformułowanie tabeli parametrów kinematycznych dla dwóch przypadków:

- kiedy końcem łańcucha jest obrzeże koła (harwester) a osie obrotu koła znajdują się w środku koła (tabela 4.7),
- lub kiedy końcem łańcucha jest środek ciężkości harwestera, a osie obrotu znajdują się w pewnej odległości od środka koła – środki ciężkości symbolizujące masę i moment bezwładności koła (tabela 4.8).

Tabela 4.7 Tabela parametrów kinematycznych dla układu koła o 3-DoF bez uwzględnienia środków ciężkości.

$i$	$a_i$	$\alpha_i$	$d_i$	$\Theta_i$
1	0	$\frac{\pi}{2}$	$d_1^*$	0
2	0	$\frac{\pi}{2}$	0	$\Theta_2^*$
3	0	0	$d_3^*$	0

Tabela 4.8 Tabela parametrów kinematycznych dla układu koła o 3-DoF z uwzględnieniem środków ciężkości.

$i$	$a_i$	$\alpha_i$	$d_i$	$\Theta_i$
1	0	0	$d_{c1}^*$	0
2	$a_{c2}$	0	0	$\Theta_2^*$
3	0	0	$d_{c3}^*$	0

Macierz przekształcenia jednorodnego  $A_1$  utworzona na podstawie drugiego wiersza tabeli 4.7 dla przegubu pierwszego została przedstawiona równaniem (4.37). Macierz przekształcenia jednorodnego  $A_{c1}$  utworzona na podstawie tabeli 4.8 została przedstawiona równaniem (4.38), zostało w nim uwzględnione przesunięcie środka ciężkości, zmienny parametr  $d_{c1}$  zamiast parametru  $d_1$  z macierzy  $A_1$ .

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.37)$$

$$A_{c1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_{c1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.38)$$

gdzie:  $d_1$  – osi obrotu koła od drogi po ugięciu opony,  $d_{c1}$  – odległość środka ciężkości osi obrotu koła od drogi po ugięciu opony.

Macierz przekształcenia jednorodnego  $A_2$  utworzona na podstawie trzeciego wiersza tabeli 4.7 – dla przegubu drugiego została przedstawione równaniem (4.39). Macierz przekształcenia jednorodnego  $A_{c2}$  utworzona na podstawie tabeli 4.8 została przedstawione równaniem (4.40), zostało w nim uwzględnione przesunięcie środka ciężkości  $a_{c2}$ .

$$A_2 = \begin{bmatrix} c\theta_2 & 0 & s\theta_2 & 0 \\ s\theta_2 & 0 & -c\theta_2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.39)$$

$$A_{c2} = \begin{bmatrix} c\theta_2 & -s\theta_2 & 0 & a_{c2}c\theta_2 \\ s\theta_2 & c\theta_2 & 0 & a_{c2}s\theta_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.40)$$

gdzie:  $c\theta_2$  – skrót funkcji  $\cos\theta_2$ ,  $s\theta_2$  – skrót funkcji  $\sin\theta_2$ ,  $a_{c2}$  – odsunięcie osi obrotu koła.

Macierz przekształcenia jednorodnego  $A_3$  utworzona na podstawie czwartego wiersza tabeli 4.7 została przedstawiona w równaniu (4.41). Macierz przekształcenia jednorodnego  $A_{c3}$  ma podobne elementy oraz budowę do macierzy  $A_3$ , ale uwzględnione zostało w niej przesunięcie środka ciężkości, zmienny parametr  $d_{c3}$  zamiast parametru  $d_3$  z macierzy  $A_3$ .

$$A_{c3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_{c3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.41)$$

gdzie:  $d_{c3}$  – odległość środka ciężkości elementu odzyskującego energię od osi obrotu koła.

Macierz przekształcenia jednorodnego dla pierwszego przegubu względem układu bazowego jest równa macierzy  $A_1$ . Macierz przekształcenia dla drugiego przegubu względem układu bazowego  $T_0^2$  jest iloczynem macierzy  $A_1$  i macierzy  $A_2$ :

$$T_0^2 = A_1 A_2 = \begin{bmatrix} c\theta_2 & 0 & s\theta_2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ s\theta_2 & 0 & -c\theta_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.42)$$

Macierz przekształcenia dla trzeciego przegubu względem układu bazowego  $T_0^3$  jest iloczynem macierzy  $A_1$ , macierzy  $A_2$  oraz macierzy  $A_3$ :

$$T_0^3 = A_1 A_2 A_3 = \begin{bmatrix} c\theta_2 & 0 & s\theta_2 & d_3 s\theta_2 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ s\theta_2 & 0 & -c\theta_2 & d_1 - d_3 c\theta_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.43)$$

Dla pierwszego środka ciężkości macierz  $T_{c0}^1$  jest równa macierzy  $A_{c1}$ , dla drugiego macierz  $T_{c0}^2$  (4.44) jest równa iloczynowi macierzy  $A_1$  i  $A_{c2}$ , a dla trzeciego macierz  $T_{c0}^3$  jest równa iloczynowi macierzy  $A_1$ ,  $A_2$  i  $A_{c3}$ . Macierz  $T_{c0}^3$  ma podobną postać do macierzy  $T_0^3$  i różni się tylko parametrem  $d_{c3}$  zamiast  $d_3$ .

$$T_{c0}^2 = A_1 A_{c2} = \begin{bmatrix} c\theta_2 & -s\theta_2 & 0 & a_{c2}c\theta_2 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ s\theta_2 & c\theta_2 & 0 & d_1 + a_{c2}s\theta_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.44)$$

Jakobian  $\mathbf{J}_{c1}$  wyliczony dla środka ciężkości reprezentującego masę koła jest dany równaniem (4.45), dla drugiego środka ciężkości, który reprezentuje moment bezwładności koła, Jakobian  $\mathbf{J}_{c2}$  jest dany równaniem (4.46), a dla trzeciego środka ciężkości (masy elementu odzyskującego energię) Jakobian  $\mathbf{J}_{c3}$  jest dany równaniem (4.47).

$$\mathbf{J}_{c1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.45) \quad \mathbf{J}_{c2} = \begin{bmatrix} 0 & -a_{c2}s\theta_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & a_{c2}c\theta_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.46)$$

$$\mathbf{J}_{c3} = \begin{bmatrix} 0 & d_{c3}c\theta_2 & s\theta_2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & d_{c3}s\theta_2 & -c\theta_2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.47)$$

W odróżnieniu od poprzednich rozdziałów opisujących układy boi w tym rozdziale opisano siły potencjalne działające w układzie posługując się reprezentacją sztywności opony jako sprężyny. Sztywność całkowita opony  $k_k$  jest stała i równa ciężarowi: ćwiartki zawieszenia, koła oraz elementu odzyskującego energię podzielonemu, przez ugięcie nieporuszającej się opony [100]. Zmiana długości sprężyny reprezentującej sztywność opony jest różnicą między chwilową odległością osi koła od powierzchni drogi  $d_{c1}$  a położeniem środka koła od brzegu opony nieodkształconej, które jest równe promieniowi koła  $r_k$ . W tym przypadku siła grawitacji oraz siła sprężystości i siła tłumienia opony dla pierwszego członu układu koła o 3-DoF (rys. 4.6) zostały potraktowane jako siły zewnętrzne, czyli zostały przemnożone przez Jakobian całkowitego układu koła o 3-DoF. Siła sprężystości i siła tłumienia dla członu trzeciego (rys. 4.6) została potraktowana jako siła działająca tylko w tym członie.

Wektor sił i momentów  $\boldsymbol{\tau}_p$  jest wektorem wyrażonym we współrzędnych środka ciężkości elementu odzyskującego energię umieszczonego na brzegu koła. Siły działające na układ koła o 3-DoF wyrażone w układzie współrzędnych środka ciężkości elementu odzyskującego energię są wynikiem mnożenia odwrotności transpozycji macierzy Jakobianu całego układu koła (Jakobian całego układu ma takie elementy jak Jakobian trzeciego środka ciężkości przedstawiony równaniem (4.47) różni się tylko tym, że parametr  $d_{c3}$  jest parametrem  $d_3$ ) i wektora sił wyrażonych w bazowym układzie współrzędnych. Wektor sił i momentów  $\boldsymbol{\tau}_p$  jest dany równaniem (4.48).

$$\boldsymbol{\tau}_p = \mathbf{J}_{c3}^T \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ F_z \\ 0 \\ n_y \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -k_k(d_{c3}+r_k)+F_{b3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_z \\ n_y - F_z d_3 s\theta_2 \\ -F_z c\theta_2 - k_k(d_{c3}+r_k)+F_{b3} \end{bmatrix} \quad (4.48)$$

gdzie:  $F_z$  – siła działająca na koło w osi z bazowego układu współrzędnych związanego z drogą,  $n_y$  – moment zewnętrzny działający wokół osi y bazowego układu współrzędnych związanego z drogą,  $k_k$  – współczynnik sztywności opony,  $r_k$  – promień koła,  $F_{b3}$  – siła bezwładności opony.

W tym przypadku siła działa w osi  $z_0$ , siła ta powoduje ugięcie opony pod wpływem nierówności drogi i ciężaru koła, jest oznaczana jako  $F_z$ . Siła  $F_z$  wynika z działania grawitacji na koło oraz z działania sprężyny reprezentującej sztywność opony, czyli z energii potencjalnej dla członu pierwszego. Masa, na którą działa siła grawitacji jest masą ćwiartki zawieszenia  $m_1$ , masą koła  $m_2$  oraz masą elementu odzyskującego energię  $m_3$ . Na układ działa również moment siły  $n_y$ . Siła powodująca powrót opony do pierwotnego kształtu działa tylko w przegubie trzecim (rys. 4.6) i jest zależna od działania sprężyny reprezentującej sztywność opony. Dla jednostajnego ruchu koła momenty działające na przegub obrotowy są zerowe. Siła  $F_z$  jest równa sile grawitacji i sile sztywności oraz tłumienia opony:

$$F_z = -(m_1+m_2+m_3)g - k_k(r_k - d_1+d_r) - b_k(-\dot{d}_1+\dot{d}_r) \quad (4.49)$$

gdzie:  $g$  – przyspieszenie ziemskie,  $b_k$  – współczynnik tłumienia opony.

Macierz bezwładności  $\mathbf{D}$  jest macierzą  $3 \times 3$  i jej elementy są zależne od:

- masy ćwiartki zawieszenia  $m_1$ ,
- masy charakteryzującej niecentryczność koła  $m_2$ ,
- masy elementu odzyskującego energię  $m_3$ ,
- odsunięcia osi koła od drogi pod wpływem ugięcia opony  $d_{c1}$ ,
- odsunięcia osi obrotu koła  $a_{c2}$  od środka koła,
- odsunięcia osi obrotu koła od opony – brzegu koła, pod wpływem powrotu opony do pierwotnego kształtu  $d_{c3}$ ,
- momentu bezwładności koła  $I_2$ , oraz momentu bezwładności elementu odzyskującego energię  $I_3$ .

W związku z tym, że pierwszy środek ciężkości reprezentuje masę ćwiartki zawieszenia, moment bezwładności  $I_1$  jest zerowy. Macierz  $\mathbf{R}_1$  jest macierzą obrotu macierzy przekształceń  $\mathbf{T}_{c0}^1$  (4.38), macierz  $\mathbf{R}_2$  jest macierzą obrotu macierzy przekształceń  $\mathbf{T}_{c0}^2$  (4.44), macierz  $\mathbf{R}_3$  jest

macierzą obrotu macierzy przekształceń  $T_{c0}^3$  (4.43). Macierz bezwładności, sformułowana na podstawie równania (3.11), została przedstawiona poniżej:

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} m_1+m_2+m_3 & d_{c3}m_3s\theta_2+a_{c2}m_2c\theta_2 & -m_3c\theta_2 \\ d_{c3}m_3s\theta_2+a_{c2}m_2c\theta_2 & m_3d_{c3}^2+m_2a_{c2}^2+I_2 & 0 \\ -m_3c\theta_2 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \quad (4.50)$$

gdzie:  $I_2$  – moment bezwładności koła.

Elementy macierzy Christoffela  $\mathbf{C}$ , wyliczone z elementów macierzy bezwładności  $\mathbf{D}$  na podstawie równania (3.13) i (3.14), zostały przedstawione poniżej:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & \dot{\theta}_2(d_{c3}m_3c\theta_2 - a_{c2}m_2s\theta_2)+\dot{d}_{c3}m_3s\theta_2 & \dot{\theta}_2m_3d_{c3}s\theta_2 \\ 0 & m_3d_{c3}\dot{d}_{c3} & m_3d_{c3}\dot{\theta}_2 \\ 0 & -m_3d_{c3}\dot{\theta}_2 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.51)$$

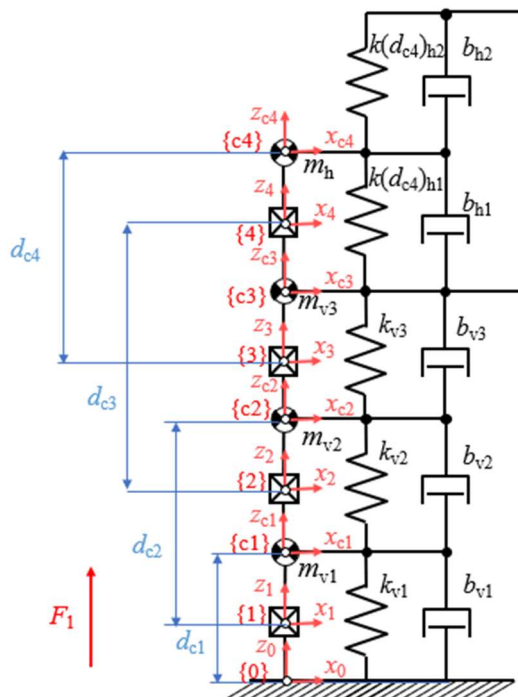
Postać kanoniczna równania (3.20) dla tego przypadku, po obliczeniu macierzy  $\mathbf{D}^{-1}$ , przedstawiona została równaniem (4.52). Umożliwia ona obliczenie zmiany położenia układu koła i elementu odzyskującej energię w czasie.

$$\begin{bmatrix} \ddot{d}_{c1} \\ \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{d}_{c3} \end{bmatrix} = \mathbf{D}^{-1} \left( \begin{bmatrix} F_z \\ n_y - F_z d_3 s\theta_2 \\ -F_z c\theta_2 - k_k(d_{c3}+r_k)+F_{b3} \end{bmatrix} - \mathbf{C} \begin{bmatrix} \dot{d}_{c1} \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{d}_{c3} \end{bmatrix} \right) \quad (4.52)$$

#### 4.5 Łańcuch kinematyczny, siły zewnętrzne i dynamika ruchu sprężyny magnetycznej o 1 – DoF – przykład piąty

Sprężyna magnetyczna nie jest sama w sobie obiektem ruchomym i powinna być umieszczona na obiekcie drgającym, takim jak most [102], koło samochodowe [103], czy boja [64], dlatego w celach symulacyjnych, a także do badań została umieszczona na wstrząsarce. Ruch wstrząsarki symuluje ruch drgający, z którego następowałby odzysk energii. Łańcuch kinematyczny przedstawiono na rysunku 4.7. Lewitujący magnes, umieszczony w sprężynie magnetycznej pomiędzy dwoma magnesami utwierdzonymi, porusza się pod wpływem ruchu sprężyny magnetycznej na wstrząsarce. Wstrząsarka zbudowana jest z dwóch sprężyn planarnych połączonych ze sobą za pomocą sworznia oscylacyjnego. Na sworzniu oscylacyjnym umieszczony jest magnes oraz wokół nawinięta jest cewka. Po podaniu napięcia na cewkę magnes zaczyna się poruszać wprowadzając wstrząsarkę w drgania. Podczas badań zauważono, że wstrząsarka ma co najmniej trzy częstotliwości rezonansowe. Jest to spowodowane zastosowaniem sprężyn planarnych, które mogą mieć kilka częstotliwości rezonansowych [104]. W związku z tym, w modelu łańcucha kinematycznego,

ruch wstrząsarki można przedstawić jako 3 przeguby pryzmatyczne. Założono, że każdy ruch będzie odpowiadał  $1/3$  promienia uśrednionej sprężyny planarnej (z dwóch sprężyn planarnych), dlatego masy wstrząsarki są równe odpowiednio  $m_{v1} = m_v/9$ ;  $m_{v2} = 3m_v/9$  i  $m_{v3} = 5m_v/9$ , gdzie  $m_v$  to masa dwóch sprężyn planarnych. Masy  $m_{v1}$ ,  $m_{v2}$  i  $m_{v3}$  połączone są ze sobą pomocą sprężyn  $k_{v2}$  i  $k_{v3}$  oraz tłumików  $b_{v2}$  i  $b_{v3}$ . Masa  $m_{v1}$  połączona jest z układem bazowym za pomocą sprężyny  $k_{v1}$  i tłumika  $b_{v1}$ . W rzeczywistości układy współrzędnych każdego przegubu pryzmatycznego wstrząsarki przesunięte są o wartość  $1/3$  promienia sprężyny planarnej w osiach  $x$ . Nie wpływa to jednak w tym przypadku (przeguby pryzmatyczne) na elementy przekształcenia jednorodnego, więc uproszczono rysunek i uwzględniono tylko zmienne wynikające z przemieszczenia pionowego liniowego.



Rys. 4.7 Wstrząsarka ze sprężyną magnetyczną o 1-DoF.

Ruch magnesu w sprężynie magnetycznej przedstawiony jest za pomocą przegubu pryzmatycznego, jest to zatem uproszczony sposób przedstawienia sprężyny magnetycznej, uwzględniający główny ruch magnesu, jakim jest ruch liniowy. Magnes umieszczony jest na nieliniowych sprężynach (magnetycznych)  $k_{h1}(d_4)$  i  $k_{h2}(d_4)$  i tłumikach  $b_{h1}$  i  $b_{h2}$  połączonych z masą  $m_{v3}$  wstrząsarki. Parametry  $d_1$ ,  $d_2$  i  $d_3$  są odległością elementów ruchomych wstrząsarki (każdej  $1/3$  promienia sprężyny planarnej) od ich początkowych położenia i są wielkościami zmiennymi. Założono, że siła  $F_1$  działająca na wstrząsarkę działa na pierwszą masę  $m_{v1}$ . Parametry  $d_{c1}$ ,  $d_{c2}$  i  $d_{c3}$  opisują położenie środka ciężkości elementu ruchomego wstrząsarki względem jego położenia początkowego. Parametr  $d_4$  jest odległością ruchomego magnesu od

jego początkowego położenia. Założono, że początkowe położenie magnesu jest równe 0 mm. Parametr  $d_4$  jest wielkością zmienną zależącą od ruchu wstrząsarki, a także, jeśli wokół harwestera jest nawinięta obciążona cewka, to od siły przetwarzania (będącej rezultatem napięcia indukowanego w cewce). Parametr  $d_{c4}$  opisuje położenie środka ciężkości ruchomego magnesu od początkowego położenia elementu ruchomego wstrząsarki.

Po opisaniu łańcucha kinematycznego, czyli:

- wprowadzeniu bazowego układu współrzędnych  $\{0\}$  związanego z początkowym położeniem elementu ruchomego wstrząsarki,
- wprowadzeniu układu współrzędnych związanego z elementem ruchomym wstrząsarki  $1/3$  promienia sprężyny planarnej  $\{1\}$ ,
- wprowadzeniu układu współrzędnych związanego z drugim elementem ruchomym wstrząsarki  $1/3$  promienia sprężyny planarnej  $\{2\}$ ,
- wprowadzeniu układu współrzędnych związanego z trzecim elementem ruchomym wstrząsarki  $1/3$  promienia sprężyny planarnej  $\{3\}$ ,
- wprowadzeniu układu współrzędnych związanego z lewitującym magnesem  $\{4\}$ ,
- określeniu długości członów  $d_1$ ,  $d_2$  oraz  $d_3$  (reprezentujących chwilową odległość elementów ruchomego wstrząsarki od jego początkowego położenia),
- określeniu położenia środków ciężkości elementu ruchomego wstrząsarki względem układów współrzędnych z nimi związanymi,
- określeniu długości członu  $d_4$  (reprezentującego chwilową odległość magnesu od początkowego położenia elementu ruchomego wstrząsarki  $\{3\}$ ),
- określeniu położenia środka ciężkości magnesu względem układu współrzędnych związanego ze wstrząsarką  $\{3\}$ ,

możliwe jest sformułowanie tabeli parametrów kinematycznych dla dwóch przypadków:

- kiedy końcem łańcucha jest brzeg lewitującego magnesu, a układ współrzędnych opisujący element ruchomy wstrząsarki znajduje się na brzegu tego elementu (tabela 4.9),
- kiedy końcem łańcucha jest środek ciężkości lewitującego magnesu, a układ współrzędnych opisujący element ruchomy wstrząsarki znajduje się w jego środku ciężkości (tabela 4.10).



Tabela 4.9 Tabela parametrów kinematycznych dla układu sprężyny magnetycznej i wstrząsarki bez uwzględnienia środków ciężkości.

$i$	$a_i$	$\alpha_i$	$d_i$	$\Theta_i$
1	0	0	$d_1^*$	0
2	0	0	$d_2^*$	0
3	0	0	$d_3^*$	0
4	0	0	$d_4^*$	0

Tabela 4.10 Tabela parametrów kinematycznych dla układu sprężyny magnetycznej i wstrząsarki z uwzględnieniem środków ciężkości.

$i$	$a_i$	$\alpha_i$	$d_i$	$\Theta_i$
1	0	0	$d_{c1}^*$	0
2	0	0	$d_{c2}^*$	0
3	0	0	$d_{c3}^*$	0
4	0	0	$d_{c4}^*$	0

Wartości macierzy przekształceń jednorodnych dla poszczególnych układów współrzędnych są wyliczone z tabeli 4.9 i tabeli 4.10. Macierz przekształcenia jednorodnego  $A_1$  dla pierwszego przegubu została przedstawiona równaniem (4.53). Przekształcenia względem bazowego układu współrzędnych są iloczynami macierzy przekształceń jednorodnych dla poszczególnych układów współrzędnych. Wynik tych iloczynów ma postać podobną do macierzy  $A_1$ , jednak zamiast parametru  $d_1$  należy uwzględnić sumę kolejnych parametrów przesunięć przegubów pryzmatycznych. Macierze dla układu współrzędnych elementów ruchomych wstrząsarki oraz magnesu są podobne, różnią się tylko parametrami  $d_1^*$ ,  $d_2^*$ ,  $d_3^*$  i  $d_4^*$ , a z uwzględnieniem środków ciężkości parametrami  $d_{c1}^*$ ,  $d_{c2}^*$ ,  $d_{c3}^*$  i  $d_{c4}^*$ .

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.53)$$

gdzie:  $d_1$  – odległość ruchomego elementu wstrząsarki od jej początkowego położenia.

Jakobiany wyliczone dla środka ciężkości elementów ruchomych wstrząsarki  $J_{c1}$ ,  $J_{c2}$  i  $J_{c3}$  oraz dla środka ciężkości magnesu  $J_{c4}$  zostały podane poniżej:

$$J_{c1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.54)$$

$$J_{c2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.55)$$

$$J_{c3} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.56)$$

$$J_{c4} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.57)$$

W tym rozdziale w odróżnieniu do poprzednich przy siłach działających na sprężynę magnetyczną należy także uwzględnić siły działające na wstrząsarke, która poruszając się wprawia w ruch sprężynę magnetyczną. Siły potencjalne są siłami pochodzącymi od przyciągania ziemskich elementów sprężyny i wstrząsarki ale również siłami sprężystości wstrząsarki o współczynnikach sztywności  $k_{v1}$ ,  $k_{v2}$  i  $k_{v3}$  oraz siłami sprężystości sprężyny magnetycznej o współczynnikach sztywności  $k_{h1}$  i  $k_{h2}$ . Siły tłumienia zostaną potraktowane jako siły działające w poszczególnych członach. Siła  $F_1$  jest siłą zewnętrzną, która powoduje ruch wstrząsarki i jest przedstawiona równaniem:

$$F_1 = k_{ind} i_t \quad (4.58)$$

gdzie:  $k_{ind}$  - współczynnik siły obliczany z indukcji magnetycznej  $B$  oraz parametrów cewki: liczby zwojów  $N$  i długości obwodu jednego zwoju  $l_z$ :  $k_{ind} = BNl_z$ ,  $i_t$  - prąd płynący w cewce wstrząsarki.

Siła zewnętrzna  $F_T$  działająca na magnes w sprężynie magnetycznej jest siłą wynikającą z indukcji napięcia w cewce pod wpływem ruchu magnesu, jest to tzw. siła przetwornika. Siła ta występuje kiedy w cewce indukuje się napięcie i jest ona obciążona rezystancją  $R_O$ . Zakładając, że rezystancją cewki jest równa  $R_C$ , można obliczyć tą siłę z napięcia indukowanego w cewce  $u_c$  (zgodnie z prawem Faradaya), prędkości względnej magnesu w stosunku do cewki  $\dot{d}_4$  oraz rezystancji cewki i obciążenia [49, 105]:

$$F_T = - \frac{u_c^2 R_O}{(R_C + R_O)^2 \dot{d}_4} \quad (4.59)$$

gdzie:  $u_c$  - napięcie indukowane w cewce,  $R_O$  - rezystancja obciążenia cewki,  $R_C$  - rezystancja cewki,  $\dot{d}_4$  - prędkość względna magnesu.

Napięcie zostało wyliczone z prawa Faradaya:

$$u_c = - \frac{d\phi(d_4)}{dt} = - \frac{\partial\phi(d_4)}{\partial d_4} \frac{\partial d_4}{\partial t} = - NB(d_4) 2\pi r_c \frac{\partial d_4}{\partial t} \quad (4.60)$$

gdzie:  $\phi(d_4)$  - strumień magnetyczny w cewce zależny od położenia magnesu względem cewki -  $d_4$ ,  $N$  - liczba zwoi cewki,  $B(d_4)$  - indukcja magnetyczna zależna od położenia magnesu względem cewki,  $r_c$  - promień zwoju cewki.

Siły sprężystości i siły odgrawitacyjne wynikające z energii potencjalnej można przedstawić równaniem (4.61).

$$\begin{bmatrix} F_{p1} \\ F_{p2} \\ F_{p3} \\ F_{p4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{v1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{v2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{v3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{h1}+k_{h2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1-d_{10} \\ d_2-d_{20} \\ d_3-d_{30} \\ d_4-d_{40} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m_{v1}g \\ m_{v2}g \\ m_{v3}g \\ m_h g \end{bmatrix} \quad (4.61)$$

gdzie:  $k_{v1}, k_{v2}, k_{v3}$  – uśredniony współczynnik sztywności sprężyny planarnej wstrząsarki,  $k_{h1}, k_{h2}$  – współczynnik sztywności sprężyny magnetycznej,  $m_{v1}, m_{v2}, m_{v3}$  – uśredniona masa sprężyny planarnej wstrząsarki,  $m_h$  – masa sprężyny magnetycznej,  $g$  – przyspieszenie ziemskie,  $d_{10}, d_{20}, d_{30}$  i  $d_{40}$  – początkowe ugięcia sprężyn.

Założono, że początkowe ugięcie każdej sprężyny jest równe odpowiednio  $d_{10}, d_{20}, d_{30}$  i  $d_{40}$ , i wyliczane jest z sił odgrawitacyjnych podzielonych przez współczynniki sztywności.

Siły tłumienia przedstawione są równaniem:

$$\begin{bmatrix} F_{b1} \\ F_{b2} \\ F_{b3} \\ F_{b4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{v1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_{v2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_{v3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_{h1}+b_{h2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{d}_1 \\ \dot{d}_2 \\ \dot{d}_3 \\ \dot{d}_4 \end{bmatrix} \quad (4.62)$$

gdzie:  $b_{v1}, b_{v2}, b_{v3}$  – uśredniony współczynnik tłumienia sprężyny planarnej wstrząsarki,  $b_{h1}, b_{h2}$  – współczynnik tłumienia sprężyny magnetycznej,

Siły odpychania magnesów - siły sprężystości można wyliczyć korzystając z modelu wykonanego przy użyciu programu MES (Metoda Elementów Skończonych) (co zostało wspomniane w rozdziale 2.5). W programie ANSYS siły takie liczone są jako siły wirtualne:

$$F_k(i) = \frac{W_e(i) - W_e(i+1)}{\delta d_4} \quad (4.63)$$

gdzie:  $F_k(i)$  – siła odpychania obliczona w kroku  $i$ ,  $W_e(i)$  – energia w kroku  $i$ ,  $W_e(i+1)$  – energia w kroku  $i+1$ ,  $\delta d_4$  – przemieszczenie magnesu (krok  $i$  względem kroku  $i+1$ ).

Następnie w celu uproszczenia modelu można przeprowadzić aproksymację tej siły. Siły odpychania magnesów można aproksymować wielomianem 9 stopnia (zostało to opisane w rozdziale 6.3):

$$F_k(d_4) = w_9 d_4^9 + w_8 d_4^8 + \dots + w_2 d_4^2 + w_1 d_4 + w_0 \quad (4.64)$$

gdzie:  $w_p \in \{0, 1, 2, \dots, 8, 9\}$  – współczynniki wielomianu.

Założono, że współczynniki sztywności  $k_{h1}$  i  $k_{h2}$  są równe i wyliczone zostały z pochodnej siły  $F_k(z)$  po  $z$ .

Siły zewnętrzne, potencjalne i bezwładności działające na układ przyjmują następującą postać:

$$\tau_p = \begin{bmatrix} F_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} F_{b1} \\ F_{b2} \\ F_{b3} \\ F_{b4} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} F_{p1} \\ F_{p2} \\ F_{p3} \\ F_{p4} \end{bmatrix} \quad (4.65)$$

Macierz bezwładności  $\mathbf{D}$ , sformułowana na podstawie równania (3.11), jest macierzą  $4 \times 4$  i jej elementy są zależne od:

- masy elementów ruchomych wstrząsarki  $m_{v1}$ ,  $m_{v2}$ , i  $m_{v3}$ ,
- masy lewitującego magnesu  $m_h$ ,

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} m_{v1}+m_{v2}+m_{v3}+m_h & m_{v2}+m_{v3}+m_h & m_{v3}+m_h & m_h \\ m_{v2}+m_{v3}+m_h & m_{v2}+m_{v3}+m_h & m_{v3}+m_h & m_h \\ m_{v3}+m_h & m_{v3}+m_h & m_{v3}+m_h & m_h \\ m_h & m_h & m_h & m_h \end{bmatrix} \quad (4.66)$$

Macierz Christoffela  $\mathbf{C}$ , wyliczona z elementów macierzy bezwładności  $\mathbf{D}$  na podstawie równania (3.13) i (3.14), jest macierzą zerową.

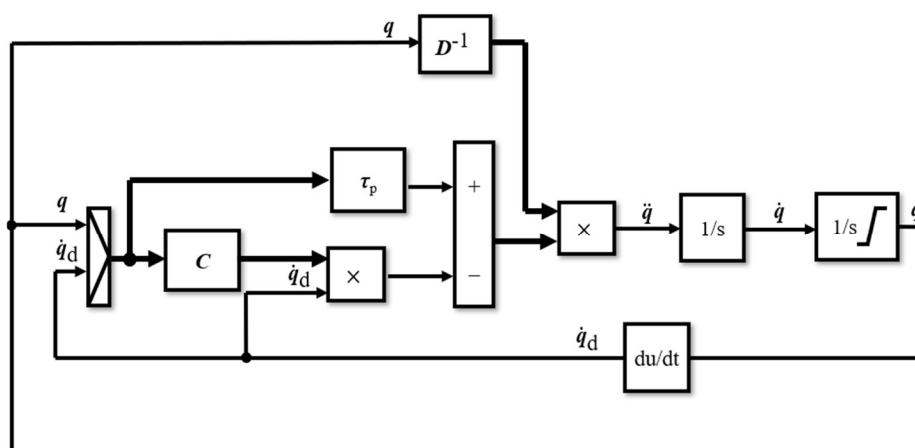
Postać kanoniczna równania (3.20) dla tego przypadku przedstawiona została równaniem macierzowym (4.67). Umożliwia ona obliczenie zmiany położenia elementów ruchomych wstrząsarki oraz magnesu lewitującego w czasie.

$$\begin{bmatrix} \ddot{d}_1 \\ \ddot{d}_2 \\ \ddot{d}_3 \\ \ddot{d}_4 \end{bmatrix} = \mathbf{D}^{-1} \left( \begin{bmatrix} k_{\text{ind}} i_t \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} b_{v1} \dot{d}_1 \\ b_{v2} \dot{d}_2 \\ b_{v3} \dot{d}_3 \\ (b_{h1}+b_{h2}) \dot{d}_4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} k_{v1}(d_1 - d_{10}) + m_{v1}g \\ k_{v2}(d_2 - d_{20}) + m_{v2}g \\ k_{v3}(d_3 - d_{30}) + m_{v3}g \\ (k_{h1}+k_{h2})(d_4 - d_{40}) + m_h g \end{bmatrix} \right) \quad (4.67)$$

## 5 Implementacja i opis symulacji modelu układu odzyskiwania energii

### 5.1 Implementacja układu odzyskiwania energii o n-DoF

Na rysunku 5.1 przedstawiono, w postaci blokowej, implementację równań różniczkowych w postaci kanonicznej odzwierciedlających ruch w układzie odzyskiwania energii reprezentowanym przez łańcuch kinematyczny o  $n$  stopniach swobody. Implementacja ta może być zastosowana dla każdej liczby stopni swobody, ponieważ przedstawia równanie (3.20), które jest równaniem na przyspieszenie współrzędnej uogólnionej. Bloki na rysunku 5.1 reprezentują macierze występujące w równaniu (3.20), a strzałki reprezentują wektory. Taka implementacja wymaga jednak uwzględnienia, że dla różnych stopni swobody, różni się ona elementami macierzy w blokach oraz liczbą wejść i wyjść, a także równaniami zawartymi w blokach. Równania te wynikają z wyznaczonych sił zewnętrznych  $\tau_p$  oraz macierzy Christoffela  $C$  i bezwładności  $D$ .



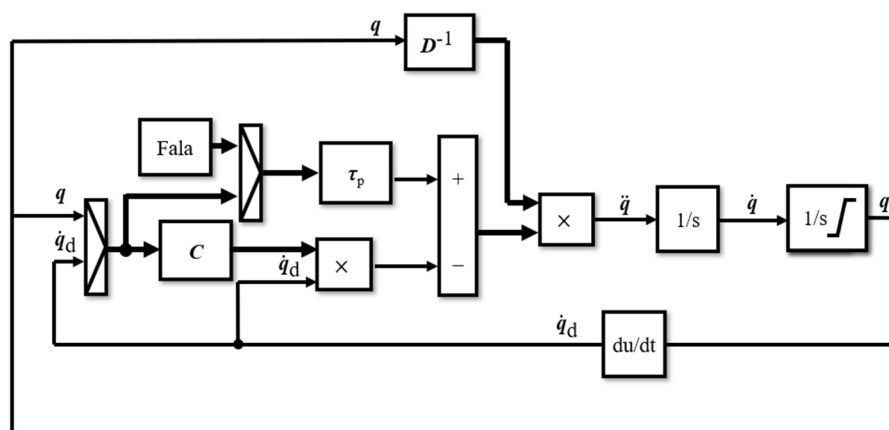
Rys.5.1 Implementacja równania kanonicznego opisującego ruch w układzie odzyskiwania energii o n-DoF.

Blok „ $\tau_p$ ” zawiera siły i momenty zewnętrzne działające na układ oraz siły i momenty wynikające z energii potencjalnej, a także siły tłumienia działające w poszczególnych przegubach. W związku z tym, że wymienione siły i momenty zależą od przemieszczeń i prędkości, na wejściu tego bloku znajdują się wektory tych zmiennych. Blok „ $C$ ” zawiera macierz Christoffela  $C$ , która została wyliczona tak, jak zostało to opisane w rozdziale 3.3. Macierz ta zależy od prędkości i przemieszczeń, podobnie jak macierz sił i momentów działających w układzie, dlatego na wejściu bloku „ $C$ ” znajdują się wektory tych zmiennych. Blok „ $D^{-1}$ ” zawiera odwróconą macierz  $D$  wyliczoną z energii kinetycznej tak, jak to zostało opisane w rozdziale 3.3. Macierz ta zależy od przemieszczeń, dlatego na wejściu bloku „ $D^{-1}$ ” jest wprowadzony wektor przemieszczeń. W wyniku obliczeń otrzymywany jest wektor  $\ddot{q}$ , będący wektorem przyspieszeń uogólnionych: liniowych oraz kątowych poszczególnych

członów łańcucha kinematycznego. Liczba elementów wektora przyspieszeń uogólnionych jest równa liczbie stopni swobody układu, a rodzaj przyspieszeń zależy od rodzaju przegubu. W wyniku całkowania otrzymywany jest wektor prędkości uogólnionych  $\dot{q}$ : kątowych i liniowych, następnie, w wyniku ponownego całkowania, otrzymywany jest wektor przemieszczeń uogólnionych  $q$ : kątowych i liniowych. W drugim bloku całkowym zadane są warunki początkowe wynikające z początkowych orientacji układów względem układu bazowego oraz ograniczenia ruchu wynikające z warunków układu i warunków zewnętrznych. Z powodu tych ograniczeń prędkości  $\dot{q}_d$  wyliczone są jako pochodne po czasie przemieszczeń.

## 5.2 Implementacja modelu boi o 3-DoF

Na rysunku 5.2 przedstawiono w postaci blokowej implementację równań różniczkowych ruchu w postaci kanonicznej (4.36) odzwierciedlających ruch boi reprezentowanej przez łańcuch kinematyczny o 3-DoF przedstawiony w rozdziale 4.3. Dla boi o 1-DoF i 2-DoF implementacja równań różniczkowych ruchu może być przeprowadzona w podobny sposób z tą różnicą, że w blokach należy wprowadzić dane macierzy wyliczone odpowiednio w rozdziale 4.1 i 4.2.



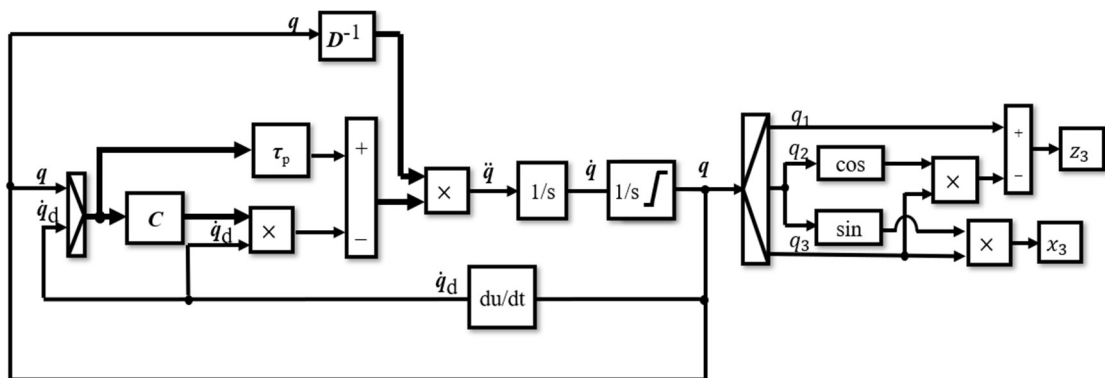
Rys.5.2 Implementacja równania kanonicznego opisującego ruch boi o 3-DoF.

W zaprezentowanej na rysunku 5.2 implementacji blokowej równania kanonicznego (4.36) blok „Fala” oznacza równanie ruchu fali z uwzględnieniem jej zmiennej wysokości  $h_2$  oraz, jeśli fala jest sinusoidalna, jej amplitudy  $H_f$  oraz okresu  $T_f$ . Są to wartości zmienne, dlatego są przedstawione osobno. Blok „ $\tau_p$ ” zawiera macierz  $\tau_p$  (4.32) będącą wektorem sił i momentów działającym na poszczególne człony łańcucha boi. Blok „ $C$ ” zawiera macierz Christoffela  $C$  (4.34). Blok „ $D^{-1}$ ” zawiera odwróconą macierz  $D$  (4.35). W wyniku obliczeń otrzymywany jest wektor  $\ddot{q}$ , będący wektorem przyspieszeń liniowych oraz kątowych poszczególnych członów łańcucha kinematycznego. W przypadku boi o 3-DoF jest to wektor

o trzech elementach: dwóch przyspieszeń kątowych oraz przyspieszenia liniowego. W wyniku całkowania otrzymywany jest wektor prędkości kątowych i liniowych  $\dot{q}$ , w przypadku 3-DoF zawiera on odpowiednio: dwie prędkości kątowe oraz prędkość liniową. W wyniku całkowania otrzymywany jest wektor przemieszczeń kątowych i liniowych  $q$ , w przypadku 3-DoF zawiera on przemieszczenia kątowe  $\theta_1$  i  $\theta_2$  oraz przemieszczenie liniowe  $d_{e3}$ . W drugim bloku całkowym zadane są warunki początkowe wynikające z głębokości zanurzenia oraz orientacji układów względem układu bazowego (obydwa początkowe położenia kątowe są równe  $90^\circ$ ). W tym bloku całkowym zawarto również ograniczenia ruchu wynikające z naprężenia liny oraz rozciągnięcia sprężyny (przyjęto, że wartość minimalna to 3 m, a maksymalna to suma początkowej głębokości i maksymalnej wysokości fali) i zakotwiczenia boi (przyjęto, że jest to  $\pm 20^\circ$ ). Z powodu tych ograniczeń prędkości wyliczone są jako pochodne po czasie z przemieszczeń. Do bloków macierzy  $D$ ,  $C$  i  $\tau_p$  doprowadzone są przemieszczenia oraz prędkości. Macierz  $D$  oraz macierz  $\tau_p$  zależą od przemieszczenia, natomiast macierz  $C$  zależy od przemieszczenia oraz prędkości. Macierz  $\tau_p$  zależy również od równania fali.

### 5.3 Implementacja modelu koła o 3-DoF

Na rysunku 5.3 przedstawiono w postaci blokowej implementację równań różniczkowych w postaci kanonicznej (4.52) odzwierciedlających ruch koła z harwesterem. Koło, w tym przypadku, porusza się w ruchu jednostajnym po linii prostej.



Rys. 5.3 Implementacja równania kanonicznego opisującego ruch koła o 3-DoF.

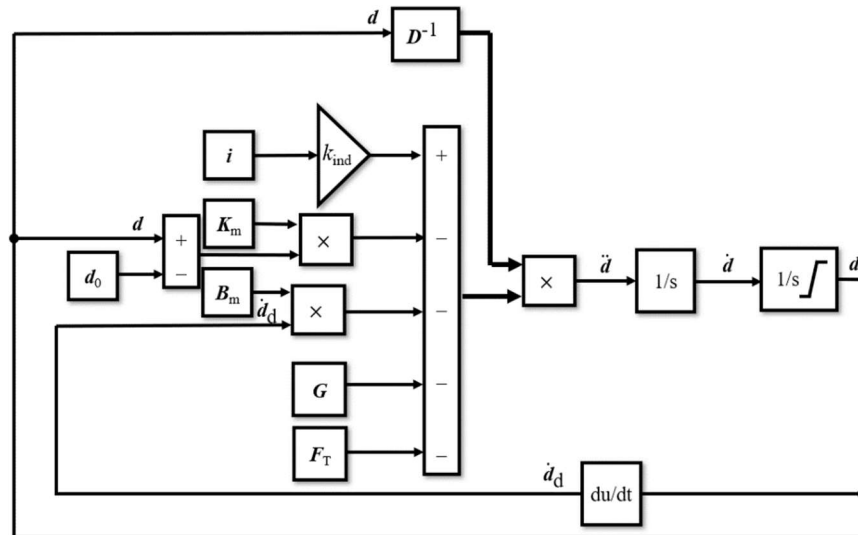
Blok oznaczony przez „ $C$ ” zawiera elementy macierzy sił odśrodkowych i Coriolisa (4.51), a blok oznaczony przez „ $D^{-1}$ ” zawiera odwróconą macierz bezwładności (4.50). Blok oznaczony przez „ $\tau_p$ ” zawiera wektor  $\tau_p$  (4.48), którego elementy reprezentują siły oraz momenty działające na poszczególne człony łańcucha koła, wynikają one z sił sprężystości opony, tłumienia w oponie oraz z sił grawitacji, a także z nierówności drogi. W wyniku obliczeń otrzymywany jest wektor przyspieszeń  $\ddot{q}$  o trzech elementach reprezentujących:

dwa przyspieszenia liniowe oraz przyspieszenie kątowe. W związku z tym, że założono ruch jednostajny koła, zarówno zewnętrzna siła działająca na przegub drugi jak i przyspieszenie kątowe przegubu drugiego są równe 0. W wyniku całkowania otrzymywany jest wektor prędkości kątowych i liniowych  $\dot{\mathbf{q}}$ , w przypadku łańcucha kinematycznego koła o 3-DoF zawiera on odpowiednio: dwie prędkości liniowe oraz prędkość kątową. Prędkość kąтова jest, w tym przypadku wartością stałą, wynika z prędkości z jaką porusza się pojazd. Zakładając, że pojazd porusza się z prędkością  $v_p$  można przybliżyć prędkość koła o promieniu  $r$  jako  $\dot{\theta}_2 = 2*v_p/r$ . W wyniku całkowania otrzymywany jest wektor przemieszczeń kątowych i liniowych  $\mathbf{q}$ : przemieszczenia liniowe  $d_{c1}$  i  $d_{c3}$  oraz przemieszczenie kątowe  $\theta_2$ . W pierwszym bloku całkowym zadany jest warunek początkowy na prędkość kątową koła równą  $\dot{\theta}_2$ . W drugim bloku całkowym zadane są warunki początkowe wynikające z tego, że wartości  $d_{c1}$  i  $d_{c3}$  są początkowo (kiedy koło nie podlega ugięciu) równe promieniowi koła  $r$ , a harwester znajduje się dokładnie nad powierzchnią drogi, co odpowiada wartości kąta  $\theta_2$  równej  $-180^\circ$ . Założono także, że średnica koła jest maksymalną wartością dla  $d_{c1}$  i  $d_{c3}$ , zostało to uwzględnione w drugim bloku całkowym jako ograniczenia. Macierz  $\mathbf{D}$  oraz macierz  $\boldsymbol{\tau}_p$  zależą od przemieszczenia, natomiast macierz  $\mathbf{C}$  zależy od przemieszczenia oraz prędkości.

#### 5.4 Implementacja modelu sprężyny magnetyczna o 1-DoF

W odróżnieniu do implementacji modelu boi i modelu koła z harwesterem energii w przypadku implementacji modelu sprężyny magnetycznej nie występuje blok „C” będący blokiem zawierającym macierz Christoffela. W przypadku takiej reprezentacji sprężyny magnetycznej, nawet przy uwzględnieniu ruchu wstrząsarki nie występuje ruch obrotowy, dlatego macierz  $\mathbf{C}$  jest macierzą zerową. W związku z powyższym postanowiono nie uwzględniać jej w modelu, a także postanowiono zmienną uogólnioną zapisać jako zmienną  $d$ , ze względu na brak przemieszczeń kątowych. W tym przypadku oprócz ruchu występującego w samej sprężynie magnetycznej – ruchu magnesu lewitującego, należy także uwzględnić ruch wstrząsarki, która wprawia w ruch sprężynę magnetyczną. Równania opisujące ruch magnesu lewitującego oraz ruch wstrząsarki są równaniami różniczkowym drugiego rzędu - wymagane jest podwójne całkowanie. W celu uzyskania prędkości tych dwóch ruchów wymagane jest zróżniczkowanie przemieszczeń. Symulacje wykonano w programie Matlab/Simulink. Na rysunku 5.4 przedstawiono, w postaci blokowej, implementację równania kanonicznego na ruch magnesu i elementu ruchomego wstrząsarki.





Rys.5.4 Implementacja równania kanonicznego opisującego ruch magnesu lewitującego w sprężynie magnetycznej na wstrząsarce.

W zaprezentowanej implementacji blokowej (rys. 5.4) równania kanonicznego (4.67) zaprezentowanego w rozdziale 4.5, blok „ $\mathbf{i}$ ” oznacza wektor natężenia prądu  $[i \ 0 \ 0 \ 0]$  napięcia, którym zasilana jest wstrząsarka. Blok wzmocnienia sygnału „ $k_{ind}$ ” mnoży sygnał natężenia prądu  $i$  przez wartość współczynnika siły (4.58). Blok „ $K_m$ ” zawiera macierz współczynników sztywności (4.61) oraz równanie na współczynnik sztywności sprężyny magnetycznej, który uzyskany jest ze zrózniczkowania siły sprężystości (4.64). Macierze te mnożone są przez wektor przemieszczeń przegubów  $\mathbf{d}$ . Blok „ $G$ ” zawiera wektor sił odgrawitacyjnych każdego elementu. Siły te są iloczynem mas elementów i przyspieszenia grawitacyjnego. Blok „ $B_m$ ” zawiera macierz współczynników tłumienia (4.62), która mnożona jest przez wektor prędkości przegubów  $\dot{\mathbf{d}}$  po zrózniczkowaniu wektora przemieszczeń  $\mathbf{d}$ . W przypadku, gdy na sprężynę magnetyczną nawinięta jest cewka należy uwzględnić blok siły przetwarzania „ $F_T$ ”, który zawiera wektor siły przetwarzania (4.59). Siła ta działa tylko na sprężynę magnetyczną tłumiąc ruch magnesu, dlatego wektor ten ma postać:  $[0 \ 0 \ 0 \ F_T]$ .

Bloki całkujące „ $1/s$ ” umożliwiają scałkowanie przyspieszeń liniowych każdego przegubu i uzyskanie prędkości, a następnie przemieszczeń wstrząsarki i magnesu. W bloku całkującym prędkość, czego wynikiem jest przemieszczenie, należy uwzględnić ograniczenia ruchu wynikające z budowy wstrząsarki oraz sprężyny magnetycznej, odpowiednio dla wstrząsarki  $\pm 10e^{-3}$ , a dla sprężyny  $\pm 4e^{-3}$ . W związku z tym, że początkowe ugięcie sprężyn oraz siła grawitacji się znoszą można założyć, że początkowa pozycja każdego przemieszczenia przegubu  $\mathbf{d}$  jest równa początkowemu ugięciu sprężyn i ugięcia te występują tylko w bloku całkującym przemieszczenie.

## 6 Badania symulacyjne ruchu układów odzyskiwania energii

### 6.1 Badania symulacyjne modelu boi o 1, 2 i 3-DoF

W programie Simulink/Matlab przeprowadzono symulacje poprzez zaimplementowanie równania kanonicznego na ruch harwestera i elementu odzyskującego energię w boi, korzystając z ogólnego schematu blokowego rozwiązywania równania różniczkowego sformułowanego w rozdziale 5.2. Założono, że fala działająca na boję jest falą sinusoidalną, chociaż ruch fali jest o wiele bardziej złożony [94]. Amplituda sygnału sinusoidalnego jest połową wysokości fali  $H_f$ . Funkcja sinus opisująca ruch fali jest przesunięta o początkową głębokość  $d_p$  równą 8 m. Krok całkowania ustawiony w symulacji jest równy 0.00001 (step-time), algorytm całkowania to ode4 (metoda Runge-Kutta'y 4 rzędu). Czas trwania symulacji został ustawiony na 50 s.

Parametry początkowe, dotyczące boi oraz środowiska w jakim się znajduje przedstawiono w tabeli w załączniku 1. Założono, że boja ma masę 2000 kg, promień jej podstawy wynosi 2,5 m, a jej wysokość to 2 m. Natomiast masa liny wynosi 86,16 kg.

Przyjmując, że fale mają charakter sinusoidalny, parametrami je opisującymi są okres fali (lub częstotliwość) oraz wysokość fali. Chwilowa wysokość to odległość grzbietu fali od początkowego poziomu wody w danej chwili. Wpływ zmiany wymuszenia, będącego siłą wyporu zależną od zmiany chwilowej wysokości fali, można zbadać poprzez zmianę dwóch opisujących ją parametrów. W przypadku fal z pływów morskich, fala zależy od przyciągania ziemskiego  $g$ . Siła działająca na cząstki fali jest siłą dośrodkową równą sile przyciągania. Cząstka fali porusza się po okręgu (zakładając, że fala jest idealna) [94], którego promieniem jest wysokość fali. W celu przebycia drogi dla jednego okresu fali cząstka porusza się po dwóch półokręgach o promieniu  $H_f$ . Prędkość liniowa cząstki fali jest równa dwukrotnemu obwodowi okręgu podzielonemu przez okres fali  $T_f$ . Przyspieszenie dośrodkowe równe kwadratowi prędkości liniowej cząstki fali podzielonej przez promień okręgu  $H_f$ , może być przyrównane do przyspieszenia ziemskiego  $g$ . W związku z tym można wyprowadzić wzór na zależność wysokości fali  $H_f$  od jej okresu  $T_f$  [62]:

$$H_f = \left( \frac{T_f}{3,55} \right)^2 \quad (6.1)$$

gdzie:  $T_f$  – okres fali.

Przyjęto wartość okresu fali  $T_f$  równą 4 s. Dla takiej wartości okresu wysokość fali  $H_f$  jest równa około 1,27 m. Wartości te przyjęto jako wartości początkowe.

Jako wartość początkową ruchu liniowego boi przyjęto oddalenie środka ciężkości boi od dna zbiornika wodnego. Jest ona równa różnicy między głębokością zbiornika wodnego  $d_p$  a początkowym zanurzeniem boi  $h_1$ . Początkowe zanurzenie boi  $h_1$  jest wynikiem równoważenia się siły grawitacji i siły wyporu w chwili, gdy na boję nie działa siła zewnętrzna (6.2). Wartość tą należy uwzględnić także w składniku dotyczącym siły sprężystości, ponieważ sprężyna rozciąga się lub ściska w zależności od ruchu boi, którego zmiana uwzględniana jest od początkowej wartości  $d_p-h_1$ .

$$h_1 = \frac{m}{\rho\pi r^2} \quad (6.2)$$

gdzie:  $m$  – masa boi,  $r$  – promień podstawy boi,  $\rho$  – gęstość wody.

Siła sprężystości sprężyny akumulującej energię jest iloczynem współczynnika sztywności  $k_s$  i zmiany położenia pionowego boi, która powoduje rozciąganie się lub ściskanie sprężyny. Przemieszczenie boi określane jest w odniesieniu do układu bazowego (rys. 4.1 – boja o 1-DoF, rys. 4.3 – boja o 2-DoF, rys. 4.5 – boja o 3-DoF), dlatego zmiana jej położenia zależna jest od początkowej odległości od dna zbiornika wodnego  $d_p-h_1$ . Największy odzysk energii występuje wtedy, kiedy występuje rezonans w układzie. W związku z tym, że częstotliwość działającej na boję fali jest znana, można dobrać do niej sprężynę o określonym współczynniku sztywności. Współczynnik sztywności  $k$  dla wartości rezonansowej przy masie boi  $m$  oraz okresie fal  $T_f$  powinien być równy:

$$k = m \left( \frac{2\pi}{T_f} \right)^2 \quad (6.3)$$

Wartość współczynnika sztywności  $k$  dla wartości rezonansowej jest równa 4929,8 N/m przy podanych parametrach.

Przy założeniu, że wypór statyczny wody działa również jak sprężyna, należy uwzględnić go w obliczeniach rezonansowego współczynnika sztywności sprężyny. W takim przypadku jest to połączenie szeregowe dwóch sprężyn. Oznaczając  $k_s$  jako współczynnik sztywności sprężyny, a  $k_w$  jako współczynnik sztywności wyporu wody ( $k_w=196470$  N/m) i wiedząc, że współczynnik sztywności dla wartości rezonansowej całego układu sprężyn jest równy  $k=4929,8$  N/m, można wyliczyć współczynnik sztywności sprężyny dla rezonansu (6.4).

$$k_s = \frac{k k_w}{k_w - k} \quad (6.4)$$

gdzie:  $k_w$  – współczynnik sztywności wyporu wody.

Obliczony współczynnik sztywności sprężyny  $k_s$  dla rezonansu przy fali sinusoidalnej o okresie  $T$  równym 4 s i masie boi  $m$  równej 2000 kg jest równy  $2 \times 10^{-4}$  N/m. Jest to bardzo niska wartość zbliżona do 0, co może powodować, że dla współczynnika  $k_s$  równego 0, czyli przy braku sprężyny kotwicznej, amplituda ruchu boi będzie największa (ruch boi jest największy, gdy częstotliwość drgań własnych jest równa częstotliwości drgań wymuszających ruch).

W związku z tym, że sprężyna o zerowym lub bliskim zeru współczynnika sztywności jest niemożliwa do osiągnięcia w badaniach jako wartość początkową współczynnika sztywności przyjęto wartość wyliczoną z równania (6.3) ( $k_s=4929,8$  N/m). Jako wartość początkową współczynnika tłumienia sprężyny przyjęto wartość  $b_s=1000$  Ns/m.

W celu sprawdzenia wpływu zmiany wartości różnych parametrów na ruch boi, a także potwierdzenia poprawności modeli przeprowadzono badania:

- 1) **badanie 1** – w eksperymencie tym zbadano wpływ zmiany wartości wysokości  $H_f$  fali działającej na boję,
- 2) **badanie 2** – w eksperymencie tym zbadano wpływ zmiany wartości okresu  $T_f$  fali działającej na boję,
- 3) **badanie 3** – w eksperymencie tym zbadano wpływ zmiany wartości promienia  $r$  podstawy boi,
- 4) **badanie 4** – w eksperymencie tym zbadano wpływ zmiany wartości masy  $m$  boi,
- 5) **badanie 5** – w eksperymencie tym zbadano wpływ zmiany wartości współczynnika sztywności  $k_s$  sprężyny akumulującej energię,
- 6) **badanie 6** – w eksperymencie tym zbadano wpływ zmiany wartości współczynnika tłumienia  $b_s$  sprężyny akumulującej energię,
- 7) **badanie 7** – w eksperymencie tym zbadano wpływ działania fali w postaci skoku jednostkowego, który może być przybliżeniem fali uderzeniowej,
- 8) **badanie 8** – w eksperymencie tym zbadano wpływ braku fali działającej w osi  $x$  bazowego układu współrzędnych boi o 3-DoF (rys. 5.5 rozdział 5.3), eksperyment ten został przeprowadzony tylko dla boi o 3-DoF,
- 9) **badanie 9** – w eksperymencie tym zbadano wpływ braku działania fali w osi  $z$  bazowego układu współrzędnych boi o 3-DoF (rys. 5.5 rozdział 5.3), eksperyment ten został przeprowadzony tylko dla boi o 3-DoF,
- 10) **badanie 10** – w eksperymencie tym przeprowadzono porównanie ruchu boi o różnych stopniach swobody przyjmując wartości początkowe dla wszystkich parametrów.

Wartości początkowe dla opisanych badań przedstawiono w tabeli w załączniku 1. Program badań został przedstawiony w tabeli 6.1.

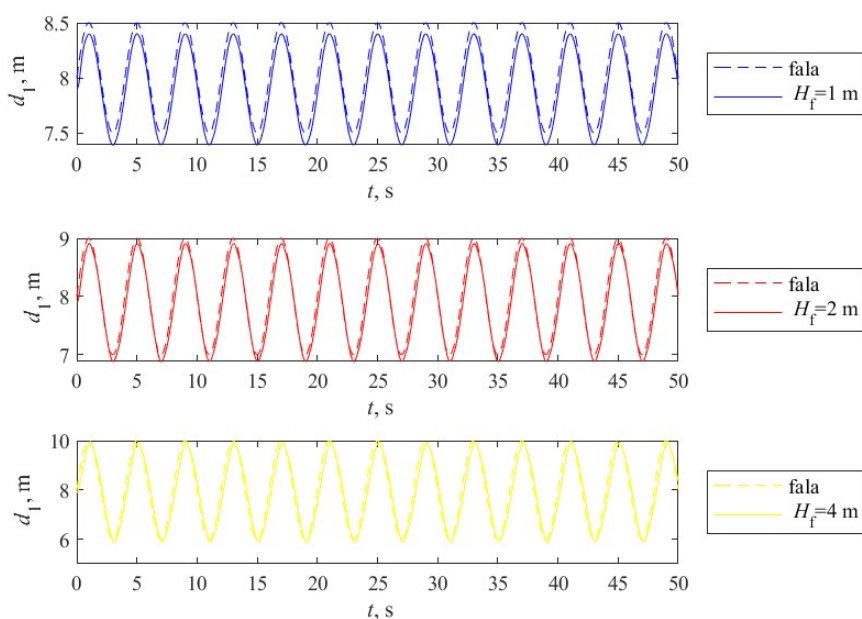
Tabela 6.1 Program badań dotyczących ruchu boi.

Numer badania	Zmienne parametry elementu:	Zmienna, jednostka	Wartości		
			1	2	4
1	Fala	$H_f$ , m	1	2	4
2	Fala	$T_f$ , s	1	4	10
3	Boja	$r$ , m	1,5	2,5	3,5
4	Boja	$m$ , kg	200	2 000	20 000
5	Sprężyna	$k_s$ , N/m	0	5000	5 0000
6	Sprężyna	$b_s$ , Ns/m	100	1000	10 000
7	Skok jednostkowy	$H$ , m	1,27		
8	Fala	$F_x$ , N	0		
9	Fala	$F_z$ , N	0		
10	Porównanie boi	Wszystkie parametry	Początkowe		

Poniżej przedstawiono wyniki badań 1-5. Wyniki przedstawiają ruch środka ciężkości boi względem bazowego układu współrzędnych (rys.5.1, rys. 5.3 i rys. 5.5 w rozdziałach 5.1, 5.2 i 5.3). Pozostałe wyniki zostały przedstawione w załączniku 2.

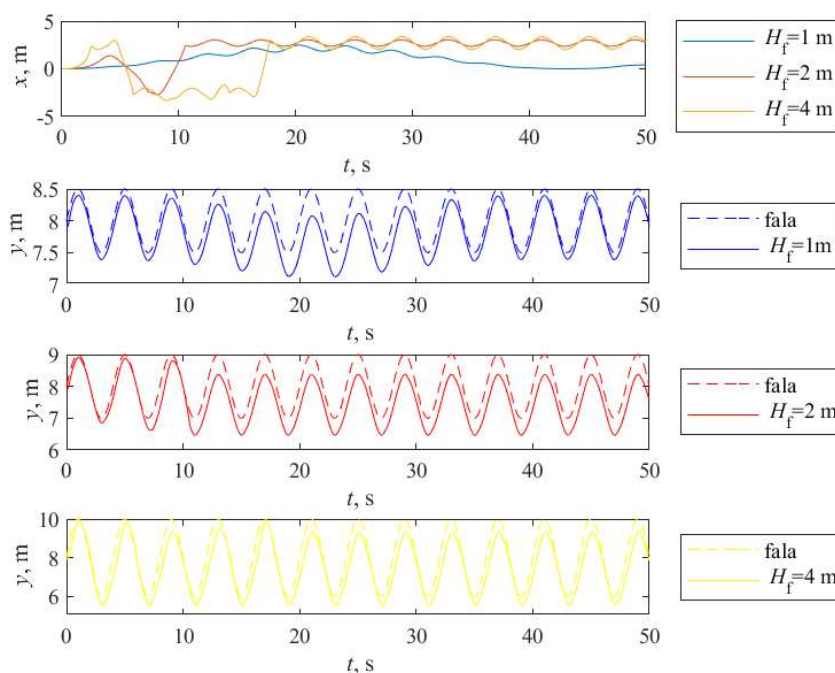
### Badanie 1

Dla boi o każdym rozpatrywanym stopniu swobody wykonano **badanie 1** z tabeli 6.1. Badany był wpływ zmiany wysokości  $H_f$  fali na ruch boi. Wysokość fali wynosiła 1 m, 2 m lub 4 m.



Rys.6.1 Przesunięcie pionowe środka ciężkości boi (przegubu przyzmatycznego boi) o 1-DoF dla różnych wysokości  $H_f$  fal.

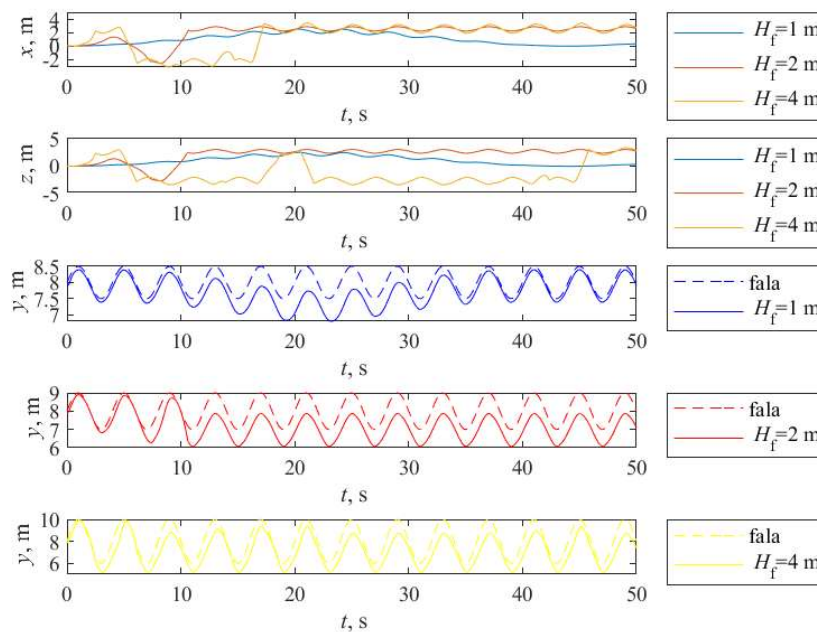
Przebieg przemieszczenia przegubu pryzmatycznego dla boi o 1-DoF, przedstawiony na rysunku 6.1, odpowiada przebiegowi środka ciężkości boi wyrażonemu w bazowym układzie współrzędnych wzdłuż osi  $z$  (rys. 4.1, rozdział 4.1). Na rysunku 6.1 można zauważyć, że dla różnych wysokości fali, ruch boi jest okresowy i opóźniony względem ruchu fali. Im wyższa fala, tym wyżej porusza się boja i mniejsze jest jej opóźnienie względem fali, a także można zauważyć mniejsze różnice pomiędzy falą a ruchem boi. Jest to spowodowane tym, że wyższa fala działa na boję z siłą znacznie wyższą niż siły o zwrocie przeciwnym do siły fali w danej chwili (siła wynikająca z przyciągania ziemskiego i siła sprężystości sprężyny akumulującej energię).



Rys.6.2 Przemieszczenie środka ciężkości boi o 2-DoF dla różnych wysokości  $H_f$  fal.

Na rysunku 6.2 przedstawiono przebieg przemieszczenia środka ciężkości boi o 2-DoF wyrażonego w bazowym układzie współrzędnych (rys. 4.3, rozdział 4.2). Jest ono określone przez ostatnią kolumnę macierzy przekształcenia jednorodnego  $T_{c0}^2$  (wyprowadzonej w rozdziale 4.2 w równaniu 4.11): ruch w osi  $x$  jest równy  $d_{c2}\sin(\theta_1)$ , ruch w osi  $y$  jest równy  $-d_{c2}\cos(\theta_1)$  (dane te zostały przedstawione w rozdziale 4.2). Środek ciężkości boi przesuwa się zgodnie z falą lub przeciwnie do niej. Dla fali o wysokości 1 m ruch środka ciężkości boi w osi  $x_0$  jest ruchem okresowym. Ruch środka ciężkości boi w osi  $y_0$  jest ruchem okresowym, boja porusza się zgodnie z pionowym ruchem fali podczas fali wznoszącej, a następnie wraca do swojego początkowego położenia, jej wartość jest zależna od tego czy w osi ruchu przeważa składowo siły wyporu czy grawitacji. W zależności od obrotu boi,

jej środek ciężkości porusza się zgodnie z falą (niewielki obrót lub brak obrotu) lub znajduje się poniżej fali (obróć). Boja obraca się zgodnie z kierunkiem poziomym fali dopóki siła wyporu jest mniejsza od siły grawitacji. Boja porusza się przeciwnie do poziomego ruchu fali kiedy składowa siła grawitacji jest mniejsza od składowej siły wyporu. Boja wraca do położenia początkowego, gdy składowe siły zaczynają się równoważyć, czasem boja przechyla się w drugą stronę z powodu siły bezwładności. Dla wyższej fali obrót jest większy, dlatego środek ciężkości boi zagłębia się bardziej niż przy niższych falach. Maksymalny możliwy do uzyskania obrót jest równy  $20^\circ$ , jest to ograniczenie związane z zakotwiczeniem boi w podłożu. Dla wyższych fali maksimum obrotu zostaje osiągnięte ze względu na wyższą energię fali i wynikającą z niej siłę działającą na boję. Boja pozostaje wtedy obrócona, dlatego środek ciężkości boi po obrocie stale porusza się pod falą.



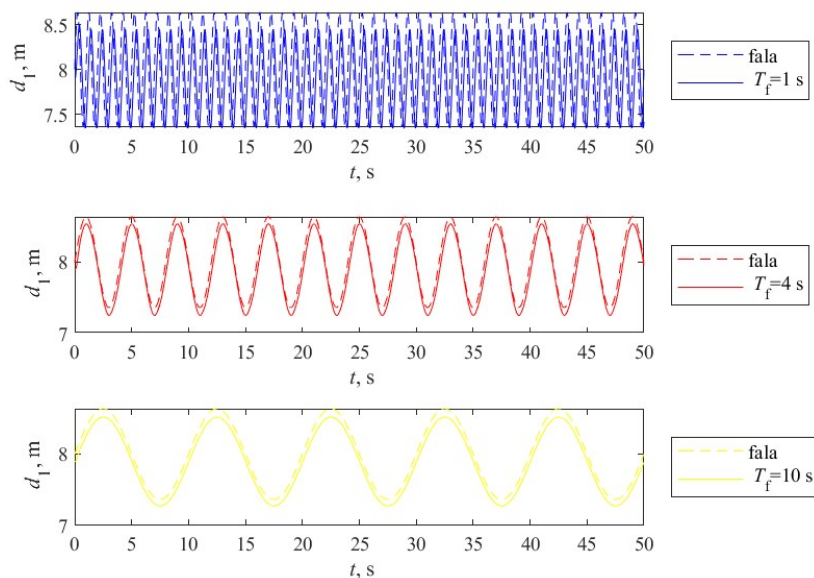
Rys.6.3 Przemieszczenie środka ciężkości boi o 3-DoF dla różnych wysokości  $H_f$  fal.

Na rysunku 6.3 przedstawiono przebieg przemieszczenia środka ciężkości boi o 3-DoF wyrażonego w bazowym układzie współrzędnych (rys. 4.5, rozdział 4.3). Jest on określony przez ostatnią kolumnę macierzy  $T_{c0}^3$  (wyprowadzonej w równaniu 4.28, rozdział 4.3): ruch w osi  $x_0$  jest równy  $d_{c3}\cos(\theta_1)\sin(\theta_2)$ , ruch w osi  $y_0$  jest równy  $d_{c3}\sin(\theta_1)\sin(\theta_2)$ , ruch w osi  $z_0$  jest równy  $-d_{c3}\cos(\theta_2)$  (dane te zostały opisane w rozdziale 4.3). Dla fali o wysokości 1 m ruch boi w osi  $x_0$  i w osi  $z_0$  jest okresowy, boja porusza się zgodnie z ruchem fali, następnie wraca do położenia początkowego. Dla fali o wysokości 2 m ruch w osi  $x_0$  i osi  $z_0$  jest podobny, boja po osiągnięciu maksymalnego przechylenia w kierunku zgodnym z ruchem fali drga

wokół jednego punktu. Dla fali o wysokości 4 m, boja po osiągnięciu maksymalnego przechylenia w kierunku zgodnym z kierunkiem ruchem fali w osi  $x_0$  drga wokół jednego punktu. W osi  $z_0$  boja najpierw drga wokół jednego punktu przy maksymalnym wychyleniu, przeciwnym do kierunku ruchu fali, a następnie drga przy maksymalnym wychyleniu, zgodnym z kierunkiem ruchu fal. Boja w osi  $z_0$  wychyla się maksymalnie raz w jednym, raz w drugim kierunku. Różnice w ruchu obrotowym dla dwóch przegubów spowodowane są wpływem przegubu pierwszego na przegub drugi. W zależności od obrotu boi, jej środek ciężkości porusza się w osi  $y_0$  zgodnie z falą (niewielki obrót lub brak obrotu) lub znajduje się poniżej fali (obrót). Większe wysokości fali, powodujące również większy obrót boi, sprawiają, że środek ciężkości boi zagłębia się bardziej niż przy niższych falach.

## Badanie 2

Dla boi o każdym rozpatrywanym stopniu swobody wykonano **badanie 2** z tabeli 6.1. Badany był wpływ zmiany okresu  $T_f$  fali na ruch boi. Okres fali wynosił 1 s, 4 s lub 10 s.

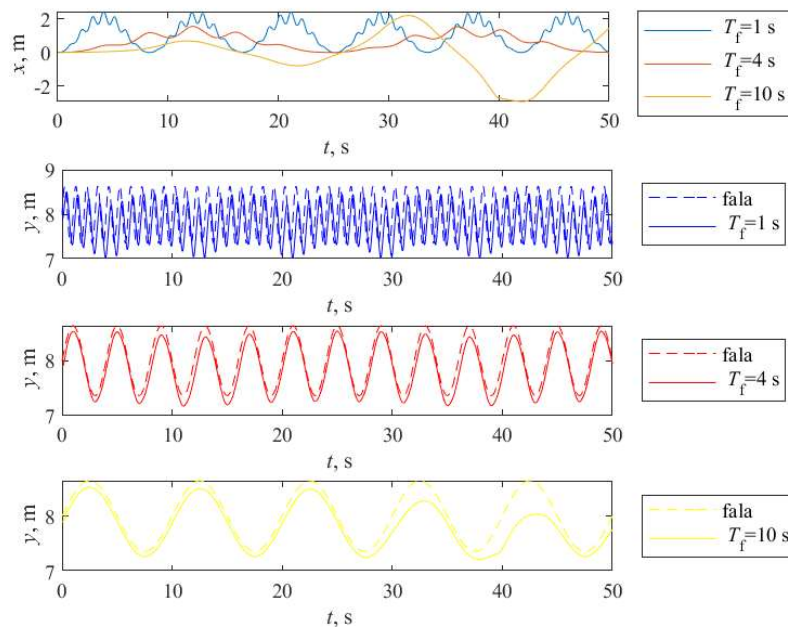


Rys. 6.4 Przemieszczenie pionowe środka ciężkości boi (przegubu pryzmatycznego boi) o 1-DoF dla różnych wartości okresu  $T_f$  fal.

Przebieg przemieszczenia środka ciężkości boi o 1-DoF wyrażony w osi  $z$  bazowego układu współrzędnych (na rys. 4.1 w rozdziale 4.1) odpowiada przebiegowi przemieszczenia przegubu pryzmatycznego. Na rysunku 6.4 można zauważyć, że dla różnych wartości okresu fali ruch boi jest okresowy i opóźniony względem ruchu fali. Im niższa wartość okresu fali, tym szybciej boja porusza się w górę i w dół. Dla okresu o wartości 1 s opóźnienie ruchu środka ciężkości boi względem fali jest większe, a także można zauważyć większe różnice pomiędzy

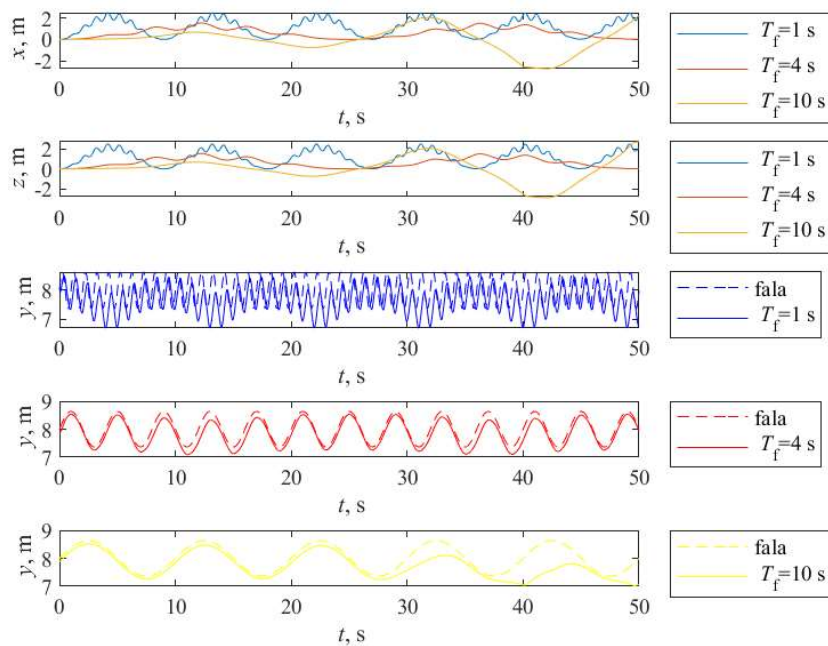


maksimum fali a maksimum ruchu boi niż dla większych wartości okresu. Jest to spowodowane tym, że zmiana położenia środka ciężkości boi nie nadąża za falą.



Rys. 6.5 Przesunięcie środka ciężkości boi o 2-DoF dla różnych wartości okresu  $T_f$  fal.

Na rysunku 6.5 przedstawiono przebieg przemieszczenia środka ciężkości boi o 2-DoF wyrażonego w bazowym układzie współrzędnych (rys. 4.3, rozdział 4.2). Środek ciężkości boi przesuwa się zgodnie z falą i wraca do położenia początkowego dla fal o okresie 1 s i 4 s. Ruch ten jest ruchem okresowym, w swoim maksymalnym położeniu boja drga. Dla fali o wartości okresu 10 s środek ciężkości boi w osi  $x_0$  porusza się coraz dalej, zarówno zgodnie z ruchem fali, jak i przeciwnie do niej. Im większy jest okres fali, tym mniejsza jest prędkość fali, przechyłanie boi jest wolniejsze, a siła fali działająca na bok boi jest mniejsza, zaczynają przeważać pozostałe siły (siła odgrawitacyjna i siła sprężystości sprężyny akumulującej energię) wypychając boję w kierunku przeciwnym do ruchu fali. Ruch środka ciężkości boi w osi  $y_0$  jest ruchem okresowym podobnym do ruchu przegubu pryzmatycznego, boja porusza się zgodnie z pionowym ruchem fali podczas fali wznoszącej, a następnie wraca do swojego początkowego położenia. Jej położenie jest zależne od tego czy w danej osi ruchu przeważa składowa siła wyporu czy grawitacji. W zależności od obrotu boi, jej środek ciężkości porusza się zgodnie z falą (niewielki obrót lub brak obrotu) lub znajduje się poniżej fali (obróć). Mniejsze wartości okresu fali, powodujące częstszy obrót boi, sprawiają, że środek ciężkości boi zagłębia się częściej niż przy wyższych wartościach okresu fali.



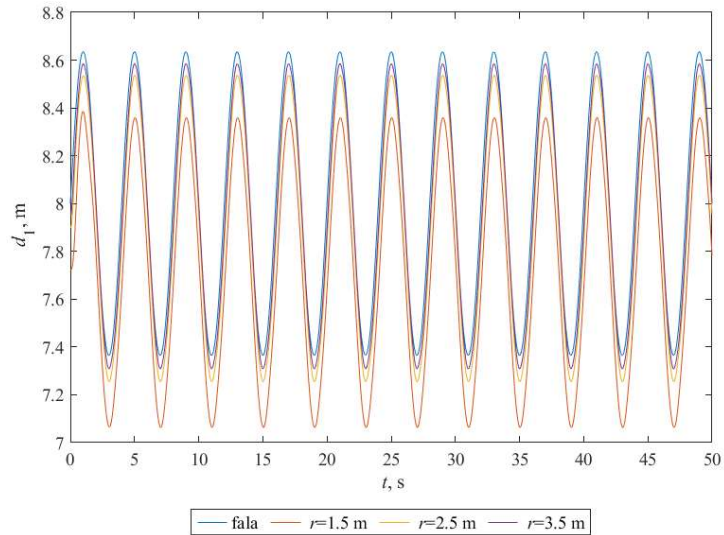
Rys. 6.6 Przesunięcie środka ciężkości boi o 3-DoF dla różnych wartości okresu  $T_f$  fal.

Na rysunku 6.6 przedstawiono przebieg przemieszczenia środka ciężkości boi o 3-DoF. Przebieg przemieszczenia wyrażony jest w bazowym układzie współrzędnych (rys. 4.5, rozdział 4.3). Ruch środka ciężkości boi w kierunku osi  $x_0$  i w kierunku osi  $z_0$  jest podobny do ruchu środka ciężkości boi o 2-DoF w kierunku osi  $x_0$ . W osi  $z_0$  środek ciężkości boi porusza się okresowo. Kiedy boja przechyla się środek ciężkości boi znajduje się poniżej fali, im niższa jest wartość okresu tym niżej znajduje się środek ciężkości boi. Zanurzenie to jest większe niż w przypadku boi o 2-DoF, ponieważ wynika z dwóch obrotów.

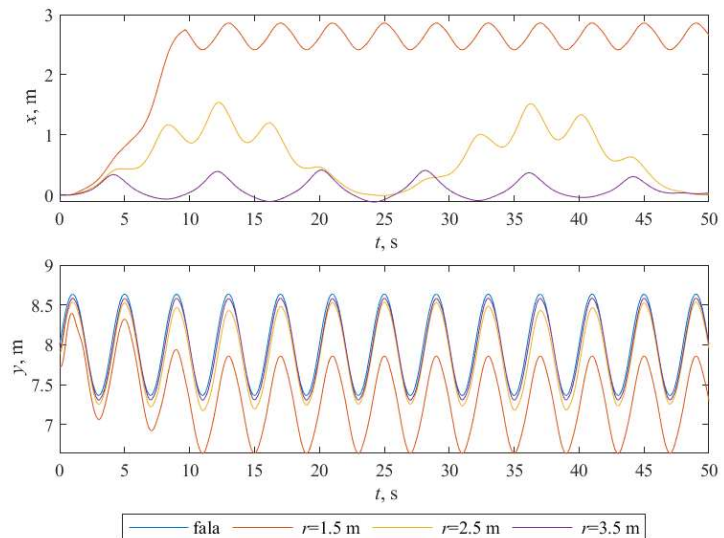
### Badanie 3

Dla boi o każdym rozpatrywanym stopniu swobody wykonano **badanie 3** z tabeli 6.1. Badany był wpływ zmiany promieni podstawy boi  $r$  na ruch boi. Promień podstawy boi wynosił 1,5 m, 2,5 m lub 3,5 m.

Na rysunku 6.7 przedstawiono przemieszczenie środka ciężkości boi, a zarazem przegubu pryzmatycznego. Ruch ten wyrażony jest w bazowym układzie współrzędnych w osi  $z$  (rys. 4.1, rozdział 4.1). Na rysunku 6.7 można zauważyć, że środek ciężkości boi porusza się sinusoidalnie pod falą z opóźnieniem na ruchu wznoszącym fali. Im większa jest powierzchnia boi (promień podstawy), na którą siła wyporu będzie działać, tym mniejsze jest zanurzenie boi – siła ta rośnie wraz z powierzchnią boi.



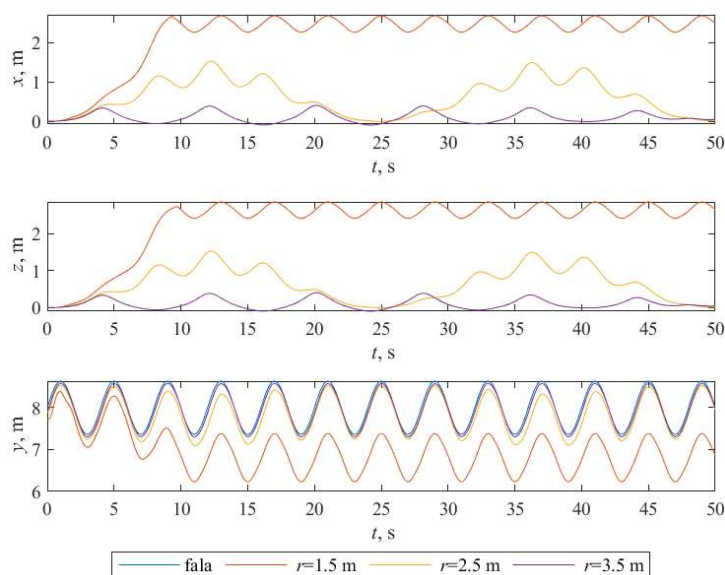
Rys.6.7 Przemieszczenie pionowe środka ciężkości boi (przegubu przyrządkowego boi) o 1-DoF dla różnych promieni podstawy boi  $r$ .



Rys. 6.8 Przemieszczenie środka ciężkości boi o 2-DoF dla różnych promieni podstawy boi  $r$ .

Na rysunku 6.8 przedstawiono przebieg przemieszczenia środka ciężkości boi o 2-DoF wyrażonego w bazowym układzie współrzędnych (rys. 4.3, rozdział 4.2). Przemieszczenie środka ciężkości boi w kierunku poziomym ruchu fali (osi  $x_0$  układu bazowego) jest okresowe. Dla promienia  $r$  równego 1,5 m ruch boi w osi  $x_0$  układu bazowego jest okresowy. Po maksymalnym wychyleniu boi, boja drga wokół punktu wychylenia. Dla boi o promieniu równym 3,5 m składowa siły wyporu w osi ruchu jest znaczna, dlatego boja wyraźnie częściej zmienia kierunek obrotu, a co za tym idzie porusza się zgodnie z falą i wraca częściej niż boje o innych promieniach. Dla boi o promieniu równym 1,5 m składowa siły wyporu w osi ruchu jest mniejsza od składowej siły grawitacji dlatego boja obraca się zgodnie z kierunkiem fali i pozostaje w tej pozycji poruszając się zgodnie z falą poniżej poziomu wody. Boje

o pozostałych promieniach poruszają się zgodnie z falą, a przy obrocie znajdują się poniżej fali. W związku z częstymi zmianami obrotu boi o promieniu 3,5 m, a przy tym mniejszą amplitudą ruchu boi w osi  $x_0$ , ruch tej boi w osi  $y_0$  jest mniej odchylony od fali niż ruch pozostałych boi.

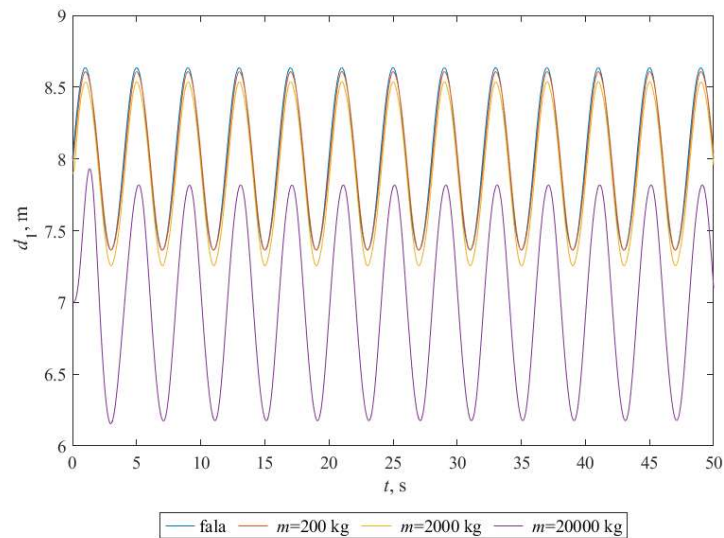


Rys. 6.9 Przesunięcie środka ciężkości boi o 3-DoF dla różnych promieni podstawy boi  $r$ .

Na rysunku 6.9 przedstawiono przebieg przemieszczenia środka ciężkości boi o 3-DoF wyrażonego w bazowym układzie współrzędnych (rys. 4.5, rozdział 4.3). Przesunięcie środka ciężkości boi w kierunku poziomym ruchu fali (osi  $x_0$  oraz osi  $z_0$  układu bazowego) jest okresowe i charakterem przypomina ruch boi o 2-DoF. Dla boi o promieniu równym 3,5 m składowe siły wyporu oraz siły grawitacji w osi ruchu są porównywalne, dlatego boja wychyla się w mniejszym stopniu i częściej niż przy mniejszych promieniach. Dla promienia  $r$  równego 1,5 m boja przesuwa się maksymalnie w osi  $x_0$  i w osi  $z_0$  w kierunku zgodnym z poziomym ruchem fali i następnie porusza się ruchem drgającym. Dla boi o promieniu równym 1,5 m składowa siła wyporu w osi ruchu jest mniejsza od składowej siły grawitacji, dlatego boja obraca się zgodnie z kierunkiem fali i pozostaje w tej pozycji. W osi  $y_0$  boja o promieniu 1,5 m porusza się zgodnie z falą poniżej poziomu wody.

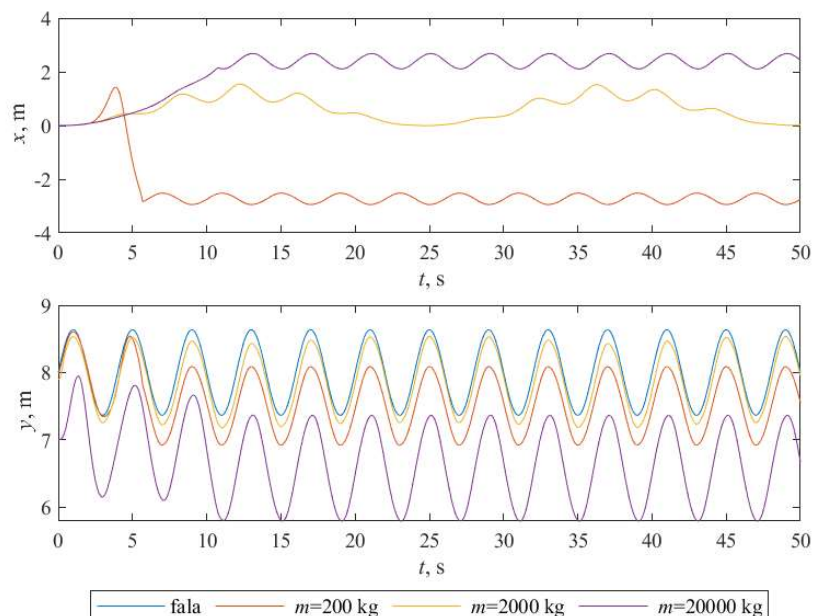
#### Badanie 4

Dla boi o każdym rozpatrywanym stopniu swobody wykonano **badanie 4** z tabeli 6.1. Badany był wpływ zmiany masy boi  $m$  na ruch boi. Masa boi wynosiła 200 kg, 2000 kg lub 20000 kg.



Rys. 6.10 Przesunięcie pionowe środka ciężkości boi (przegubu pryzmatycznego boi) o 1-DoF dla różnych mas boi  $m$ .

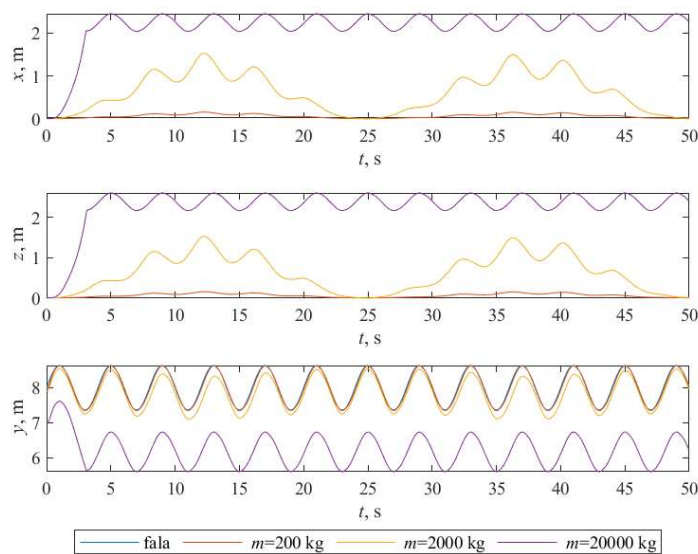
Przebieg przemieszczenia środka ciężkości boi o 1-DoF wyrażony w bazowym układzie współrzędnych w osi  $z_0$  (rys. 4.1, rozdział 4.1) został przedstawiony na rysunku 6.10. Jest on zgodny z przebiegiem przemieszczenia przegubu pryzmatycznego. Na rysunku 6.10 można zauważyć, że środek ciężkości boi porusza się sinusoidalnie pod falą. Im większa jest masa boi, tym niżej znajduje się boja, wynika to z siły grawitacji działającej na boję. Na rysunku 6.10 widać, że boja o masie 20 ton tonie.



Rys. 6.11 Przesunięcie środka ciężkości boi o 2-DoF dla różnych mas boi  $m$ .

Na rysunku 6.11 przedstawiono przebieg przemieszczenia środka ciężkości boi o 2-DoF wyrażonego w bazowym układzie współrzędnych (rys. 4.3, rozdział 4.2). Przesunięcie

środku ciężkości boi w kierunku poziomym ruchu fali (osi  $x$  układu bazowego) dla boi o masie 2000 kg jest okresowe. Ruch środka ciężkości boi w osi  $x_0$  układu bazowego (w poziomie) dla boi o masie 200 kg zachodzi w kierunku przeciwnym do kierunku fali poziomej, ponieważ w osi ruchu przeważa składowa siły wyporu. Dla masy 20 000 kg w osi ruchu przeważa składowa siły grawitacji, dlatego boja porusza się zgodnie z kierunkiem ruchu poziomego fali. Po osiągnięciu maksymalnego wychylenia boja drga wokół jednego punktu. Cięższa boja (20 000 kg) porusza się w osi  $y_0$  bazowego układu współrzędnych poniżej poziomu wody. Ze względu na przechylenie boi, ruch środka ciężkości boi o masie 200 kg również odbywa się poniżej fali.

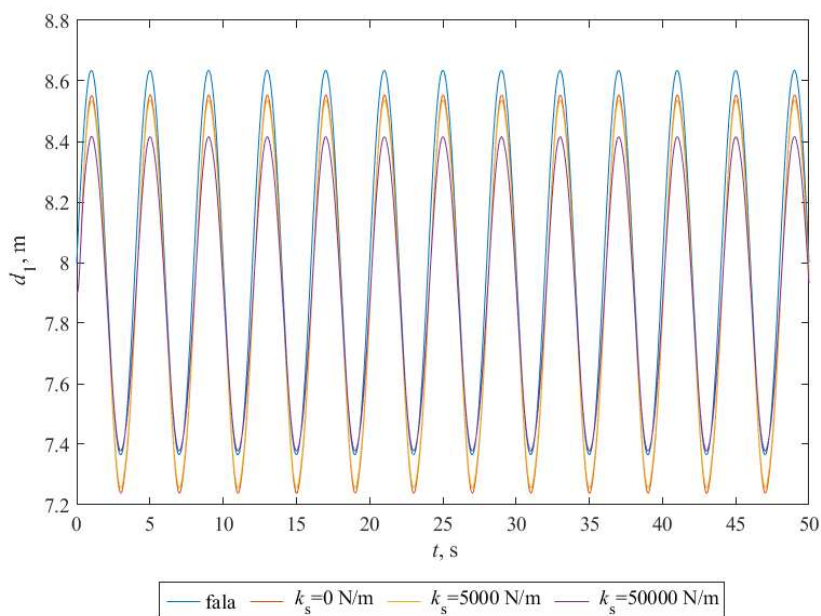


Rys. 6.12 Przemieszczenie środka ciężkości boi o 3-DoF dla różnych mas boi  $m$ .

Na rysunku 6.12 przedstawiono przebieg przemieszczeń środka ciężkości boi o 3-DoF przedstawionych w bazowym układzie współrzędnych (rys. 4.5 w rozdziale 4.3). Przemieszczenie środka ciężkości boi w kierunku poziomym ruchu fali (osi  $x_0$  oraz osi  $z_0$  układu bazowego) jest okresowe. Dla boi o masie 200 kg wychylenie boi jest najmniejsze, składowa siły wyporu w osi ruchu jest prawie równa składowej siły grawitacji (w przeciwieństwie do boi o 2-DoF, gdzie siła pozioma działa w tym przypadku w dwóch osiach). Dla boi o masie 20 000 kg środek ciężkości boi przesuwa się maksymalnie w osi  $x_0$  oraz w osi  $z_0$  w kierunku zgodnym z poziomym ruchem fali i następnie porusza się ruchem drgającym wokół punktu wychylenia, ponieważ przeważa siła wyporu. Cięższa boja (20 000 kg) porusza się w osi  $y_0$  poniżej poziomu wody (tonie). Środek ciężkości boi ze względu na przechylenie boi znajduje się poniżej poziomu wody. Dla boi o masie 2 000 kg, kiedy boja przechyliła się, jej środek ciężkości obniża się w osi  $y_0$ . Ruch w osi  $y_0$  ma charakter sinusoidalny.

## Badanie 5

Dla boi o każdym rozpatrywanym stopniu swobody wykonano **badanie 5** z tabeli 6.1. Badany był wpływ zmiany współczynnika sztywności  $k_s$  sprężyny akumulującej energię na ruch boi. Współczynnik sztywności wynosił 0 N/m, 5000 N/m lub 50000 N/m.

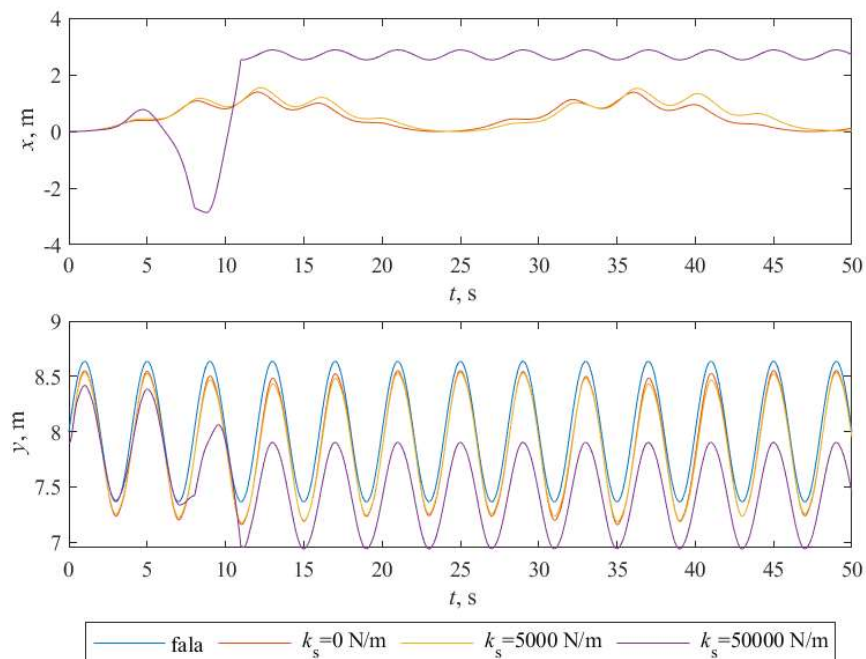


Rys. 6.13 Przemieszczenie pionowe środka ciężkości boi (przegubu przyzmatycznego boi) o 1-DoF dla różnych wartości współczynnika sztywności sprężyny  $k_s$ .

Przebieg przemieszczenia środka ciężkości boi o 1-DoF wyrażony w bazowym układzie współrzędnych w osi  $z$  (rys. 4.1, rozdział 4.1) przedstawiony na rysunku 6.13 odpowiada przemieszczeniu przegubu przyzmatycznego. Na rysunku 6.13 można zauważyć, że wyższy współczynnik sztywności powoduje, że amplituda ruchu boi jest mniejsza – wyższy współczynnik sztywności sprężyny akumulującej energię ogranicza ruch boi. Przy współczynniku sztywności sprężyny akumulującej energię  $k_s$  równym 0 N/m amplituda ruchu boi jest największa, a boja zanurza się przy fali opadającej. Jednak dla wartości współczynnika sztywności sprężyny akumulującej energię równego 5000 N/m, czyli zbliżonego do wartości rezonansowej współczynnika sztywności całego układu (uwzględniając połączenie szeregowo ze sprężyną wynikającą z siły wyporu) przemieszczenie boi jest zbliżone.

Na rysunku 6.14 przedstawiono przebieg przemieszczenia środka ciężkości boi o 2-DoF wyrażonego w bazowym układzie współrzędnych (rys. 4.3, rozdział 4.2). Przemieszczenie środka ciężkości boi w kierunku poziomym ruchu fali (osi  $x$  układu bazowego) oraz w kierunku pionowym ruchu fali (osi  $y$  układu bazowego) dla współczynników sztywności  $k_s$  sprężyny 5000 N/m są okresowe. Boja porusza się zgodnie lub przeciwnie do kierunku fal w zależności

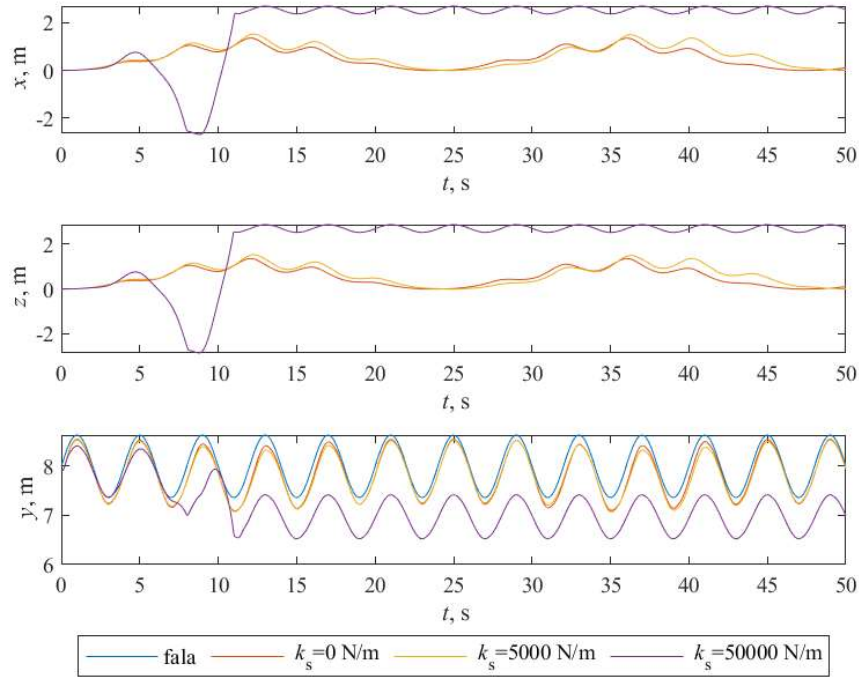
od tego, czy w osi ruchu przeważa składowa siły grawitacji czy wyporu i wraca do położenia początkowego, kiedy składowe tych sił równoważą się. Dla współczynnika sztywności  $k_s$  równego 50 000 N/m boja porusza się najpierw w kierunku działania siły wynikającej z poziomego ruchu fali, a następnie wychyla się maksymalnie w przeciwnym kierunku i maksymalnie przechyla się znowu w kierunku poziomego ruchu fali. Na obrót boi, również w tym przypadku, ma wpływ to, czy przeważa składowa siły grawitacji czy siły wyporu. Jednak siła sprężystości powoduje, że po obrocie w kierunku ruchu fali, boja pozostaje w tej pozycji.



Rys.6.14 Przemieszczenie środka ciężkości boi o 2-DoF dla różnych wartości współczynnika sztywności sprężyny  $k_s$ .

Na rysunku 6.15 przedstawiono przebieg przemieszczenia środka ciężkości boi o 3-DoF wyrażonego w bazowym układzie współrzędnych (rys. 4.5, rozdział 4.3). Przemieszczenie środka ciężkości boi w kierunku poziomym ruchu fali (osi  $x_0$  i osi  $z_0$  układu bazowego) (rys. 6.15) jest okresowe. Dla wartości współczynnika sztywności  $k_s$  sprężyny akumulującej energię równej 50 000 N/m wychylenie boi w kierunku osi  $x_0$  oraz  $z_0$  jest największe. Charakter ruchu jest taki jak dla boi o 2-DoF, jednak wartości odchyień są wyższe ze względu na obrót w dwóch kierunkach. Przemieszczenie środka ciężkości boi w kierunku pionowym ruchu fali (osi  $y_0$  układu bazowego) dla współczynników sztywności  $k_s$  sprężyny akumulującej energię równych 0 N/m oraz 5000 N/m są podobne, boja porusza się ruchem sinusoidalnym. Dla współczynnika sztywności  $k_s$  równego 50 000 N/m środek ciężkości boi po obrocie boi porusza się poniżej poziomu wody.





Rys.6.15 Przemieszczenie środka ciężkości boi o 3-DoF dla różnych wartości współczynnika sztywności sprężyny  $k_s$ .

Wyniki kolejnych badań 6-10 zostały zamieszczone w załączniku 2.

Przedstawione powyżej wyniki potwierdzają poprawność tej metody modelowania (przedstawienie układu odzyskiwania energii jakim jest boja w postaci łańcucha kinematycznego robota). Boja porusza się zgodnie z przewidywaniami. Widoczne jest to w przypadku zmiany parametrów fali (gdzie wyższa fala (o większej energii) powoduje większe wychylenie boi, a większy okres fali, a co za tym idzie mniejsza prędkość fali powoduje mniejsze i wolniejsze wychylenie boi. Można to także zauważyć dla zmiany parametrów boi. Boja o większej masie przechyla się i opada poniżej poziomu fali, ponieważ składowa siły grawitacji w osi ruchu ma wartość większą od wartości składowej siły wyporu. Boja o mniejszym promieniu również opada poniżej poziomu fali, ponieważ powierzchnia jej podstawy jest za mała, aby wypór przeważał siłę grawitacji. Siła sprężystości sprężyny akumulującej energię działa przeciwnie do siły wyporu, a zatem im większe te siły tym ruch boi jest mniejszy, sprężyna działa na boję jak kotwica.

## 6.2 Badania symulacyjne modelu koła o 3-DoF z harwesterem energii

W programie Matlab/Simulink zaimplementowano model koła o 3-DoF zgodnie z rysunkiem 5.3 i opisem w rozdziale 5.3. Przyjęto, że siła zewnętrzna, powodująca ugięcie opony pod wpływem nierówności drogi, jest równa sile grawitacji oraz sile sztywności opony. Jest to szczególny przypadek, gdyż masa pierwszych członów oddziałuje na człon trzeci, czyli siła grawitacji ćwiartki samochodu jest uwzględniona jako siła zewnętrzna. Również sprężystość opony uwzględniona w członie pierwszym jako iloczyn nierówności drogi i współczynnika sztywności oddziałuje na człon trzeci. Ugięcie opony pod wpływem ciężaru samochodu oraz pod wpływem nierówności drogi oddziałuje na trzeci człon najbardziej, gdy harwester znajduje się w miejscu styku opony z drogą oraz kiedy znajduje się dokładnie nad miejscem styku opony z drogą, czyli gdy koło obróci się o  $180^\circ$ . Oddziaływanie to nie występuje, gdy człon z harwesterem jest równoległy do drogi, czyli dla obrotu o  $90^\circ$  i  $270^\circ$ . Zatem zależność tą można opisać funkcją cosinus, co potwierdzają także obliczenia przedstawione w rozdziale 4.4 (równanie 4.48) wynikające z wyrażenia sił oddziałujących na koło w układzie współrzędnych harwestera.

Parametry dotyczące koła z harwesterem, poruszającego się po nierównej drodze przedstawiono w tabeli w załączniku 3. Są one wartościami początkowymi w badaniach. Założono, że masa ćwiartki zawieszenia jest równa 400 kg, masa koła 9 kg, a elementu odzyskującego energię 0,001 kg. Promień koła wynosi 0,2978 m. Wyliczony współczynnik sztywności opony przy założeniu ugięcia statycznego 0,001 m pod wpływem ciężaru koła i zawieszenia jest równy  $4,0123 \times 10^6$  N/m, założono, że współczynnik tłumienia wynosi  $2,0061 \times 10^4$  Ns/m. W badaniu (dla ułatwienia analizy wyników) założono, że nierówność drogi jest sinusoidalna o amplitudzie  $d_{r0}$  równej 0,001 m. Dlatego wartości poniżej poziomu 0 można interpretować jako dziury w nawierzchni drogi, a wartości powyżej poziomu 0 można interpretować jako wyboje.

Wartość początkowa dla przemieszczenia pierwszego przegubu jest równa odległości pierwszego środka ciężkości od nierówności drogi. Przyjęto, że początkowo koło znajduje się na równej drodze i nie ugina się pod wpływem swojego ciężaru, czyli wartość początkowa będzie wartością promienia koła. Wartość początkowa dla przemieszczenia drugiego przegubu, czyli obrotu koła wyznacza miejsce w którym początkowo znajduje się harwester. Założono, że element znajduje się w punkcie najdalej odsuniętym od styku opony z drogą, czyli wartość początkowa dla drugiego przegubu to kąt  $-180^\circ$ . W związku z tym, że koło porusza się

z prędkością kątową wynikającą z prędkości samochodu, założono, że dla samochodu poruszającego się z prędkością 20 km/h (5,56 m/s) wartość początkowa prędkości kątowej jest równa 37,3169 rad/s. Wartość ta jest stała dla samochodu poruszającego się ze stałą prędkością. Wartość początkowa dla przemieszczenia trzeciego przegubu jest równa odległości trzeciego środka ciężkości od środka koła - założono, że jest równa promieniowi koła.

W celu przedstawienia wpływu zmian nierówności drogi na ruch koła i harwestera energii, przeprowadzono badania:

- 1) **badanie 1** – w eksperymencie tym zbadano wpływ sinusoidalnej nierówności drogi na ruch koła z harwesterem energii,
- 2) **badanie 2** – w eksperymencie tym zbadano wpływ zmiany wartości amplitudy sinusoidalnej nierówności drogi na ruch koła z harwesterem energii,
- 3) **badanie 3** – w eksperymencie tym zbadano wpływ zmiany wartości częstotliwości na ruch koła z harwesterem energii,
- 4) **badanie 4** – w eksperymencie tym zbadano wpływ zmiany prędkości pojazdu na ruch koła z harwesterem energii,
- 5) **badanie 5** – w eksperymencie tym zbadano wpływ zmiany typu drogi na ruch koła z harwesterem energii,
- 6) **badanie 6** – w eksperymencie tym zbadano wpływ zmiany wartości współczynnika sztywności opony na ruch koła z harwesterem energii,
- 7) **badanie 7** – w eksperymencie tym zbadano wpływ zmiany wartości współczynnika tłumienia opony na ruch koła z harwesterem energii,
- 8) **badanie 8** – w eksperymencie tym zbadano wpływ zmiany wartości momentu napędowego koła na ruch koła z harwesterem energii,
- 9) **badanie 9** – w eksperymencie tym zbadano wpływ zmiany prędkości samochodu poruszającego się na drodze typu C – najczęściej występującej nawierzchni drogi, na ruch koła z harwesterem energii.

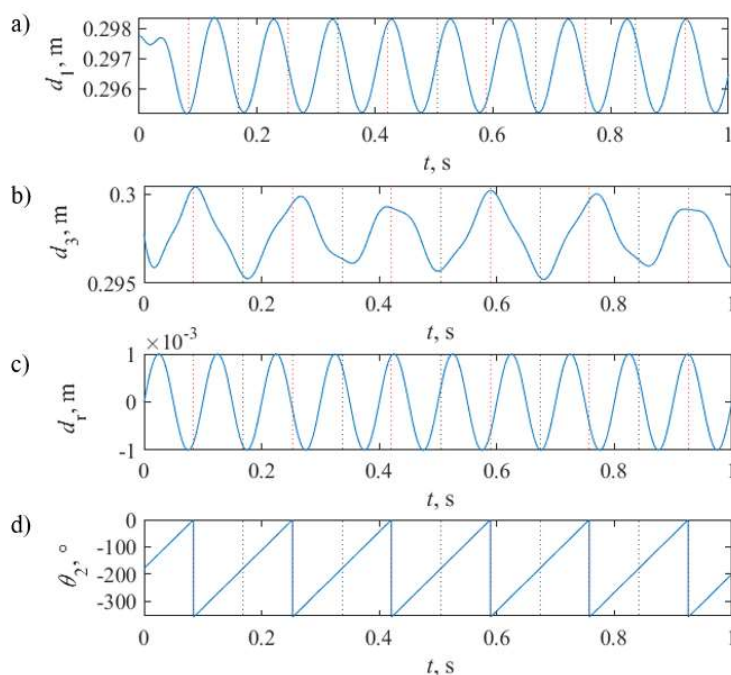
W tabeli 6.2 przedstawiono program badań. W badaniach założono, że wartości, które nie są zmieniane, są wartościami początkowymi (załącznik 3). W badaniach przedstawiono przemieszczenie przegubów dla **badania 1-6**, trajektoria ruchu harwestera energii na kole została przedstawiona tylko dla **badania 1**. Pozostałe wyniki zostały zamieszczone w załączniku 4.

Tabela 6.2 Program badań dotyczących ruchu układu odzyskiwania energii w kole.

Numer badania	Zmienne parametry elementu:	Zmienna, jednostka	Wartości			
1	Droga - stała	-	-			
2	Droga	$d_{r0}$ , m	0,001	0,005	0,01	
3	Droga	$f$ , Hz	10	30	50	
4	Samochód	$v_p$ , km/h	10	30	50	
5	Typy drogi	$\sigma$ , $\times 10^{-6} \text{m}^3$	16	64	256	1024
6	Opona	$k_k$ , N/m	2 006 150	4 012 300	8 024 600	
7	Opona	$b_k$ , Ns/m	6 687	13 374	20 061	
8	Samochód	$M_n$ , Nm	200	400	600	
9	Samochód (typ drogi C)	$v_p$ , km/h	20	60	100	

### Badanie 1

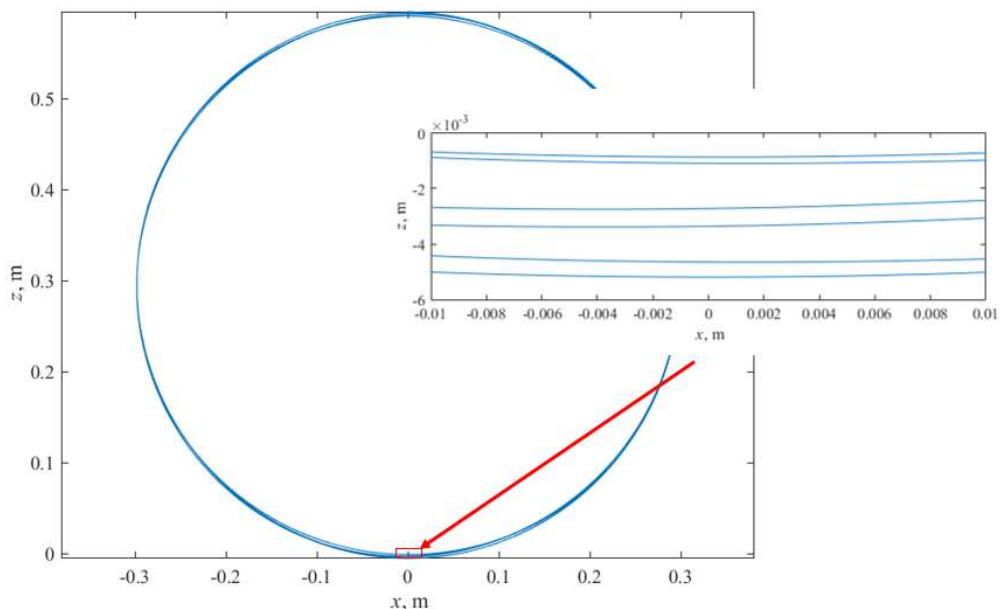
Dla koła samochodowego wykonano **badanie 1** z tabeli 6.2. Badany był wpływ sinusoidalnej nierówności drogi o amplitudzie 0,001 m i częstotliwości 10 Hz na ruch koła i harwestera energii. Badania te zostały przedstawione ze względu na znany i stały przebieg nierówności drogi oraz w celu przedstawienia trajektorii ruchu harwestera energii.



Rys. 6.16 Przebieg a) przemieszczenia przegubu pierwszego, b) przemieszczenia przegubu trzeciego, c) nierówności drogi i d) przemieszczenia drugiego przegubu dla wartości początkowych.

Przemieszczenia poszczególnych przegubów oraz nierówność drogi dla sinusoidalnej nierówności drogi zostały przedstawione na rysunku 6.16. Nierówność drogi została oznaczona jako  $d_r$  (rys. 6.16 c). Jej zmiana jest sinusoidalna o amplitudzie 0,001 m. Przemieszczenie

przegubu pierwszego oznaczone jest jako  $d_1$  (rys. 6.16 a). Pod wpływem zmiany drogi oraz nacisku zawieszenia samochodu i koła na podłoże, opona ugina się. Na rysunku można zauważyć, że po wystąpieniu początkowego ugięcia zależnego od nacisku, ugięcie opony jest zgodne ze zmianą nierówności drogi – w tym przypadku jest sinusoidalne. Przesunięcie przegubu trzeciego oznaczone jest jako  $d_3$  (rys. 6.16 b). Jest ono zależne od przesunięcia przegubu pierwszego oraz zmiany drogi, ale również od przesunięcia drugiego przegubu oznaczonego na rysunku jako  $\theta_2$  (rys. 6.16 d). Kiedy harwester znajduje się przy podłożu, czyli gdy kąt przesunięcia drugiego przegubu jest równy  $0^\circ$ , siła odgrawitacyjna działająca wzdłuż osi  $z_3$  (rys. 4.6, rozdział 4.4) zgodnie z jej zwrotem powoduje wydłużenie się członu trzeciego, czyli  $d_3$  zwiększa się. Jeśli nierówność drogi jest w tym momencie ujemna, wydłużenie to jest maksymalne, jeśli natomiast nierówność drogi jest dodatnia, wydłużenie jest mniejsze w zależności od wartości nierówności. Kiedy harwester znajduje się dokładnie nad podłożem, w miejscu najbardziej oddalonym od podłoża, czyli gdy kąt przesunięcia drugiego przegubu jest równy  $-180^\circ$ , siła odgrawitacyjna działająca wzdłuż osi  $z_3$  przeciwnie do jej zwrotu powoduje skrócenie się członu trzeciego, czyli  $d_3$  zmniejsza się. Jeśli nierówność drogi jest w tym momencie maksymalnie ujemna, skrócenie to jest maksymalne, jeśli natomiast nierówność drogi jest dodatnia, skrócenie jest mniejsze w zależności od wartości nierówności.



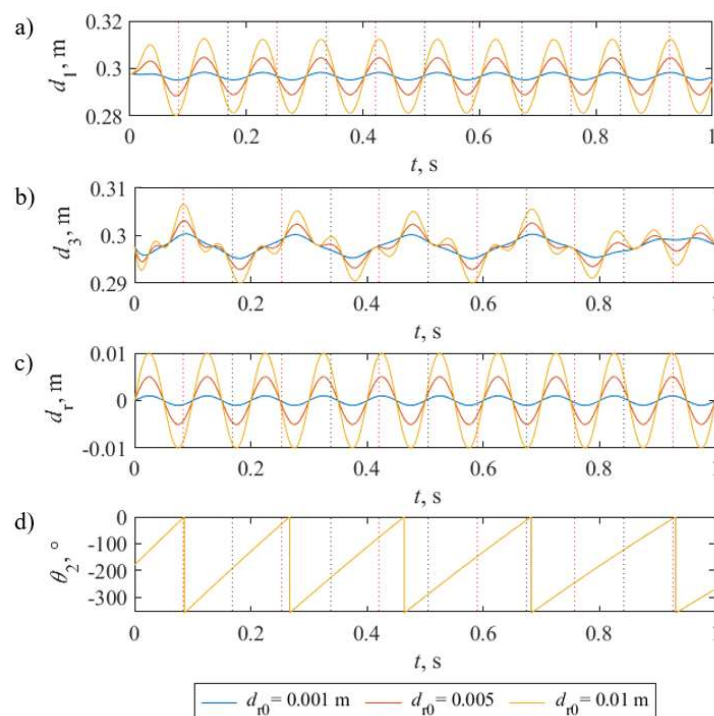
Rys. 6.17 Trajektoria ruchu harwestera dla wartości początkowych

Ruch harwestera po obrębie koła samochodowego został przedstawiony na rysunku 6.17. Można zauważyć, że jest to ruch po okręgu o promieniu równym promieniowi koła. Dla wartości  $z$  równej około 0 m oraz wartości  $z$  równej około 2-krotnej wartości promienia

widać rozwarstwienie trajektorii. Przybliżenie tego fragmentu obrazu pokazuje, że są to pojedyncze linie rozłożone w obszarze około 5 mm. Wynika to z przemieszczenia przegubów w zależności od nierówności drogi. Trajektoria ruchu dla z równego promieniowi koła, czyli gdy harwester znajduje się pod kątem  $90^\circ$  do podłoża, jest pojedynczą linią. Przemieszczenie w tym miejscu jest zawsze takie samo. Jest to związane z tym, że na przegub trzeci nierówności drogi oddziałują, gdy element jest w pobliżu drogi oraz nad nią, a gdy jest pod kątem  $90^\circ$  do podłoża oddziaływanie to zanika.

## Badanie 2

Dla koła samochodowego wykonano **badanie 2** z tabeli 6.2. Badany był wpływ zmiany wartości amplitudy sinusoidalnej nierówności drogi o częstotliwości 10 Hz na ruch koła i harwestera energii. Amplitudy te były równe 0,001 m, 0,005 m lub 0,01 m.



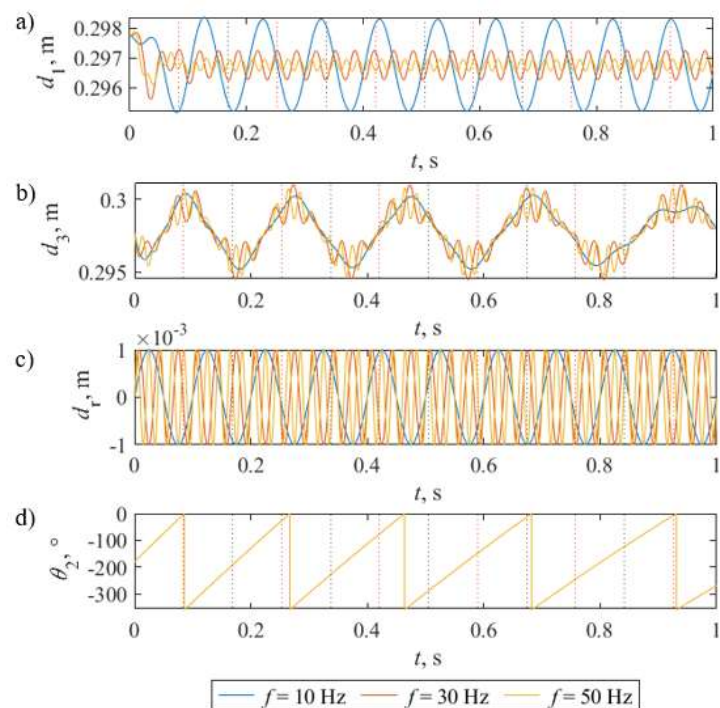
Rys. 6.18 Przebieg a) przemieszczenia przegubu pierwszego, b) przemieszczenia przegubu trzeciego, c) nierówności drogi i d) przemieszczenia drugiego przegubu dla sinusoidalnej nierówności drogi o różnych amplitudach.

Przemieszczenia poszczególnych przegubów oraz nierówności drogi dla sinusoidalnej nierówności drogi o różnych wartościach amplitudy zostały przedstawione na rysunku 6.18. Wyższa amplituda nierówności drogi powoduje większe zmiany przemieszczenia pierwszego przegubu pryzmatycznego. W przegubie pryzmatycznym, znajdującym się koło harwestera, zmiany zachodzą częściej. Przemieszczenie jest większe kiedy harwester znajduje się dokładnie

nad powierzchnią oraz kiedy jest dokładnie przy powierzchni drogi. Częstsze przemieszczenie przegubu wynika z tego, że większa amplituda nierówności powoduje dłuższy powrót do pierwotnego kształtu. W związku z tym, że prędkość samochodu jest stała dla każdego przypadku można zauważyć, że przy większej amplitudzie opona nie zdąży wrócić do pierwotnego kształtu zanim nastąpi kolejna nierówność. W standardzie ISO 8608:2016 opisującym typy dróg podane są maksymalne prędkości pojazdów dla różnych typów dróg. Typy dróg różnią się amplitudą nierówności. Można więc wyciągnąć wniosek, że powrót opony do pierwotnego kształtu jest jednym z powodów ograniczeń prędkości. Kiedy harwester znajduje się równoległe do powierzchni drogi, czyli kiedy kąt przemieszczenia drugiego przegubu jest równy  $-90^\circ$  lub  $-270^\circ$  przemieszczenie przegubu trzeciego jest równe wartości początkowej, czyli promieniowi koła.

### Badanie 3

Dla koła samochodowego wykonano **badanie 3** z tabeli 6.2. Badany był wpływ zmiany wartości częstotliwości sinusoidalnej nierówności drogi o amplitudzie 0,001 m na ruch koła i harwestera energii. Częstotliwości te były równe 10 Hz, 30 Hz lub 50 Hz.



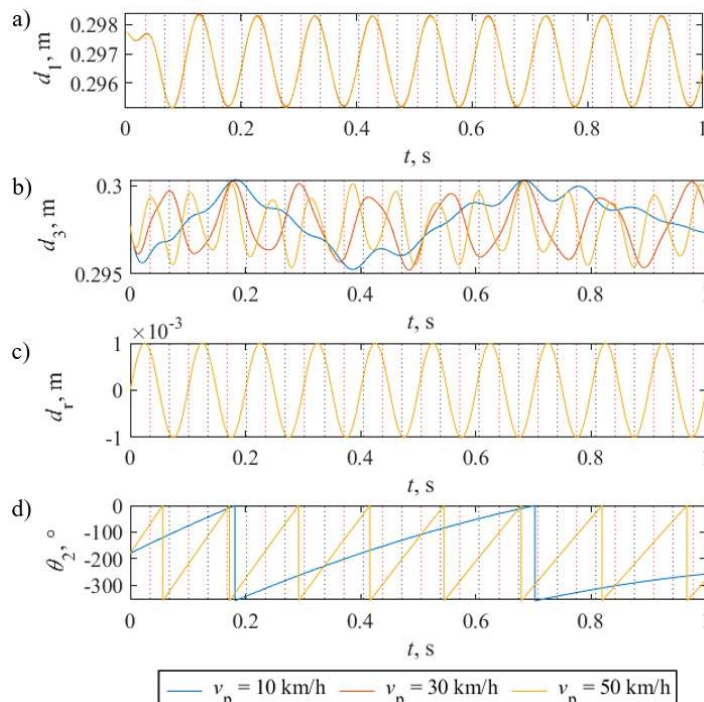
Rys. 6.19 Przebieg a) przemieszczenia przegubu pierwszego, b) przemieszczenia przegubu trzeciego, c) nierówności drogi i d) przemieszczenia drugiego przegubu dla sinusoidalnej nierówności drogi o różnych częstotliwościach.

Przemieszczenia poszczególnych przegubów oraz nierówność drogi, dla sinusoidalnej nierówności drogi o różnych częstotliwościach występowania nierówności, zostały

przedstawione na rysunku 6.19. Im wyższa częstotliwość występowania nierówności, tym wyższa częstotliwość przemieszczeń przegubów pierwszego i trzeciego. Wyższa częstotliwość występowania nierówności powoduje zmniejszenie ugięcia opony – amplituda przemieszczenia przegubu pierwszego jest mniejsza. Wynika to z wysokiej sztywności opony. Sztywność ta powoduje, że opona nie zdąży się odkształcić maksymalnie w drugą stronę zanim nastąpi ponowne ugięcie. Przesunięcie przegubu trzeciego ma maksymalne i minimalne wartości podobne dla wszystkich trzech przypadków, w niektórych momentach większe dla wyższych częstotliwości występowania nierówności. Wynika to z występowania prawie maksymalnej lub minimalnej wartości nierówności przy każdym obrocie koła przy zwiększonej częstotliwości występowania nierówności drogi. Gdyby obrót koła nie powodował zmiany zwrotu osi  $z_3$  (rys. 4.6, rozdział 4.4) przemieszczenie przegubu trzeciego tak, jak przemieszczenie przegubu pierwszego, miałyby mniejszą amplitudę dla wyższych częstotliwości występowania nierówności.

#### Badanie 4

Dla koła samochodowego wykonano **badanie 4** z tabeli 6.2. Badany był wpływ zmiany prędkości samochodu na ruch koła i harwestera energii. Badane wartości prędkości były równe 10 km/h, 30 km/h lub 50 km/h.





Rys. 6.20 Przebieg a) przemieszczenia przegubu pierwszego, b) przemieszczenia przegubu trzeciego, c) nierówności drogi i d) przemieszczenia drugiego przegubu dla różnych prędkości samochodu.

Na rysunku 6.20 przedstawiono przemieszczenia przegubów dla różnych prędkości samochodu. Można zauważyć, że prędkość samochodu nie wpływa na przemieszczenie przegubu pierwszego, ponieważ jest ono zależne tylko od nierówności drogi i parametrów koła. Prędkość samochodu wpływa na prędkość obrotu koła, powodując zmianę wykresu przemieszczenia przegubu drugiego. Dla większej prędkości pojazdu obrót koła jest szybszy (częstsze przemieszczenie przegubu drugiego). Przemieszczenie przegubu trzeciego jest zależne od przemieszczenia przegubu drugiego. Dla wyższych prędkości częstotliwość zmian przemieszczenia jest większa. Przy prędkości 30 km/h zmiany położenia harwestera na obwodzie koła są najbliższe częstotliwości zmian nierówności drogi, dlatego przemieszczenie trzeciego przegubu najbardziej przypomina sinusoidę.

## Badanie 5

Dla koła samochodowego wykonano **badanie 5** z tabeli 6.2. Badany był wpływ zmiany typu drogi na ruch koła i harwestera energii. Badane typy dróg były zgodne ze standardem normy ISO 8608:2016:

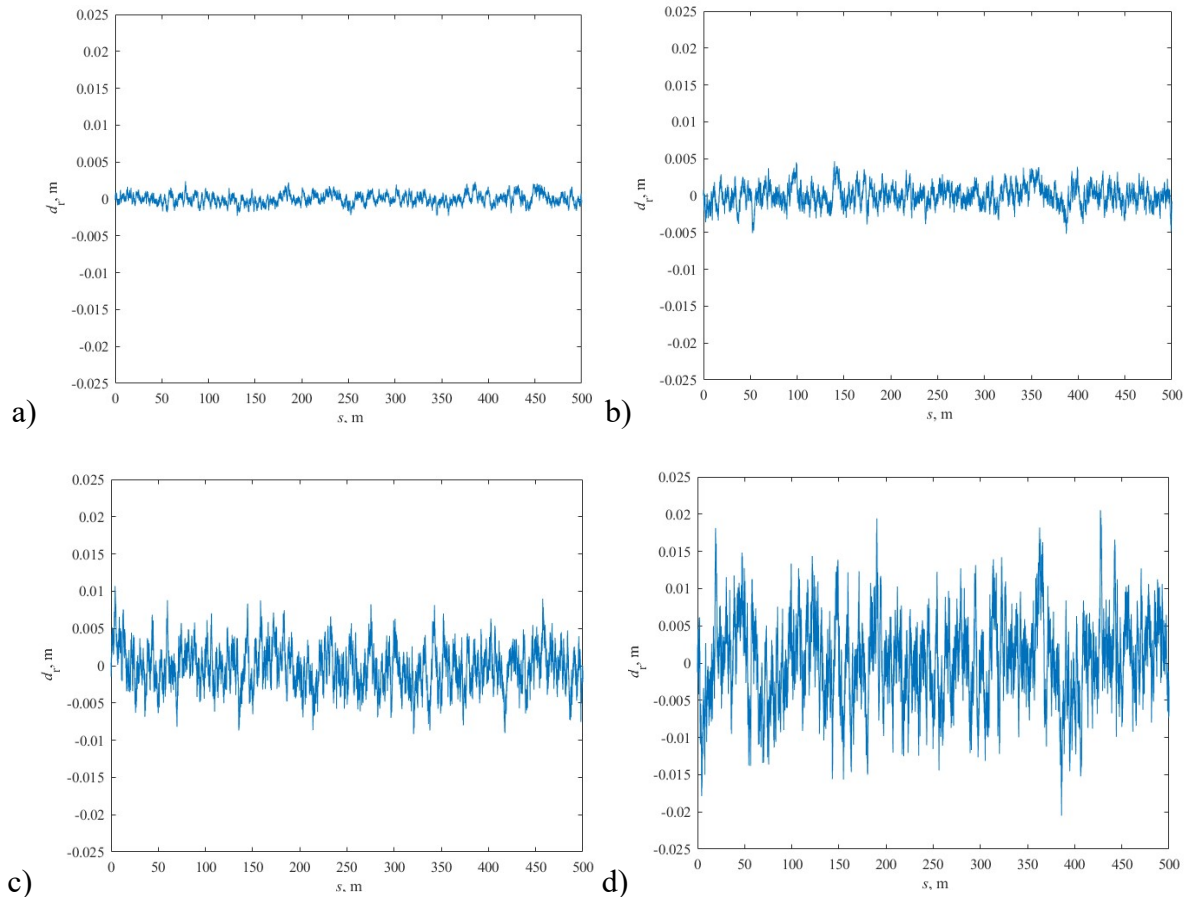
- droga typu A, czyli droga o bardzo dobrej nawierzchni (autostrady, drogi szybkiego ruchu),
- droga typu B, czyli droga o dobrej nawierzchni (nowo wyasfaltowane drogi oraz dobrze utrzymane asfaltowe drogi),
- droga typu C, czyli droga o przeciętnej nawierzchni (stare wyasfaltowane drogi)
- droga typu D, czyli droga o złej nawierzchni (zniszczone wyasfaltowane drogi oraz dobrze utrzymane nieasfaltowane drogi).

Następne typy dróg opisane w tej normie nie zostały uwzględnione w badaniu. Amplituda zmian nierówności zależy głównie od wartości współczynnika nierówności drogi  $\sigma$ , który określany jest dla typu drogi: dla typu A  $\sigma = 16 \times 10^{-6} \text{ m}^3$ , dla typu B  $\sigma = 64 \times 10^{-6} \text{ m}^3$ , dla typu C  $\sigma = 256 \times 10^{-6} \text{ m}^3$ , dla typu D  $\sigma = 1024 \times 10^{-6} \text{ m}^3$ . Częstotliwość występowania zmian zależy od prędkości pojazdu  $v_p$  poruszającego się po danej drodze. Nierówność drogi wylicza się również na podstawie szumu Gaussowskiego  $\omega_0$  oraz częstotliwości referencyjnej  $n_0$  [106, 107]:

$$\dot{d}_r = -2\pi n_0 v_p d_r + 2\pi \sqrt{\sigma v_p} \omega_0 \quad (6.5)$$

gdzie:  $\sigma$  – współczynnik nierówności drogi,  $v_p$  – prędkość pojazdu,  $\omega_0$  – częstość szumu Gaussowskiego,  $n_0$  – częstotliwości referencyjnej,  $d_r$  – nierówność drogi (przesunięcie pionowe).

Nierówność dla czterech wymienionych typów dróg przedstawiono na rysunku 6.21.

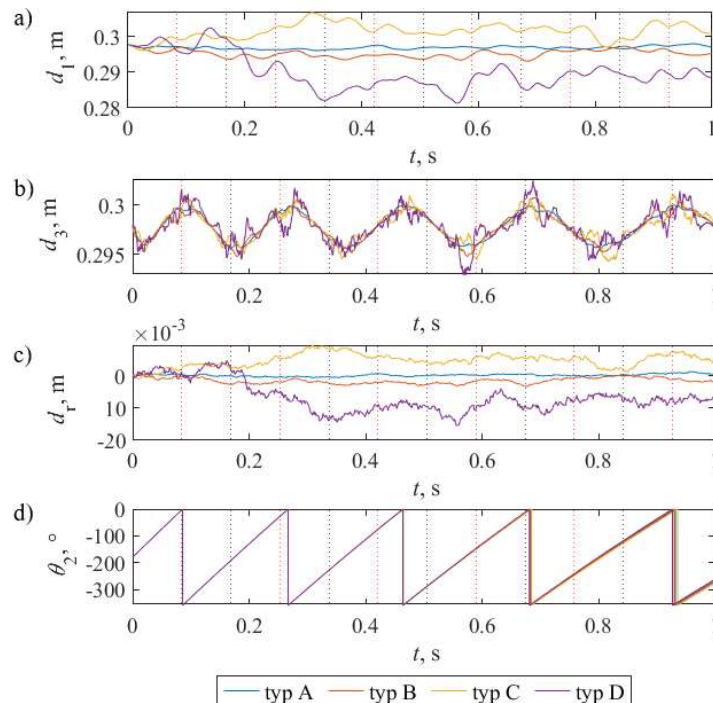


Rys. 6.21 Nierówność drogi dla: a) typu A, b) typu B, c) typu C, d) typu D.

Na rysunku 6.21 widać, że nierówność drogi dla typu A i B wynosi maksymalnie kilka mm, a dla typu C i D nawet kilka cm.

Na rysunku 6.22 przedstawiono przemieszczenie przegubów oraz nierówność drogi w zależności od typu drogi. Dla typu D przemieszczenie przegubu pierwszego i trzeciego jest największe. Przesunięcie przegubu pierwszego przypomina wygładzony wykres nierówności drogi, dlatego można uznać, że przesunięcie przegubu pierwszego jest takie, jak nierówność drogi. Wygładzenie wynika z tłumienia mniejszych drgań przez oponę. Dla gorszej nawierzchni drgania w przegubie trzecim są większe. Kiedy przegub z harwesternikiem jest ustawiony równoległe do nawierzchni drogi, czyli kąt przesunięcia przegubu drugiego jest równy  $-90^\circ$  i  $-270^\circ$ , w przesunięciu przegubu trzeciego nie występują dodatkowe

drżania, niezależnie od rodzaju nierówności drogi przemieszczenie przegubu jest w tym miejscu równe zawsze promieniowi koła.

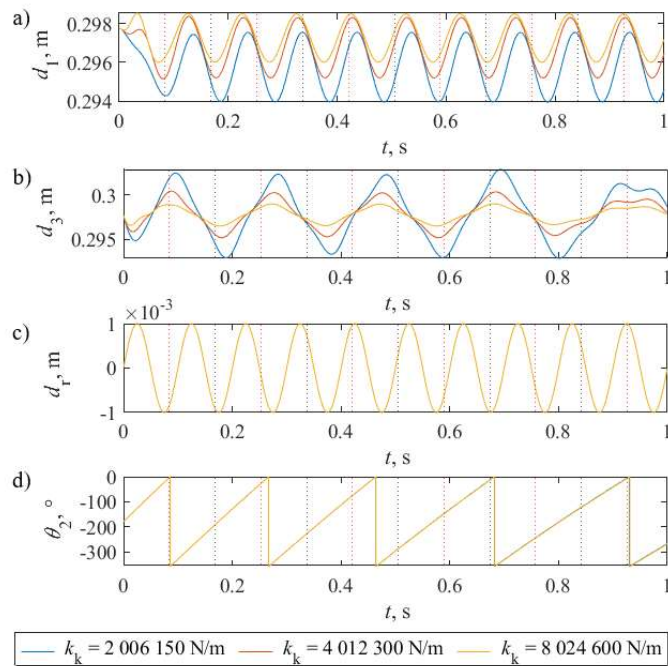


Rys. 6.22 Przebieg a) przemieszczenia przegubu pierwszego, b) przemieszczenia przegubu trzeciego, c) nierówności drogi i d) przemieszczenia drugiego przegubu dla różnych typów dróg.

## Badanie 6

Dla koła samochodowego wykonano **badanie 6** z tabeli 6.2. Badany był wpływ zmiany wartości współczynnika sztywności opony na ruch koła i harwestera energii. Współczynnik sztywności opony zależy od ciśnienia powietrza w oponie [66, 100, 101]. Badane wartości współczynnika sztywności były równe 2006150 N/m, 4012300N/m, 8024600 N/m.

Przemieszczenia poszczególnych przegubów oraz nierówność drogi dla różnych wartości współczynnika sztywności opony zostały przedstawione na rysunku 6.23. Przy większej sztywności opony występuje mniejsze ugięcie pod wpływem nierówności drogi o takiej samej amplitudzie. Jest to zgodne z równaniem na siłę sprężystości: siła jest równa współczynnikowi sztywności pomnożonemu przez przemieszczenie. W związku z tym, że siła nacisku koła i ćwiartki samochodu jest stała, to dla większego współczynnika sztywności będzie występowało mniejsze ugięcie opony. Dla niższych wartości sztywności występuje również przesunięcie w czasie (opóźnienie) ugięcia względem występowania nierówności drogi.

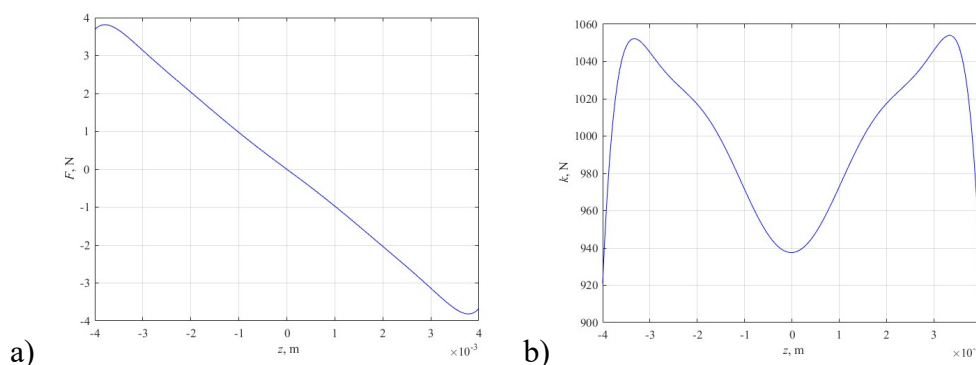


Rys. 6.23 Przebieg a) przemieszczenia przegubu pierwszego, b) przemieszczenia przegubu trzeciego, c) nierówności drogi i d) przemieszczenia drugiego przegubu dla różnych wartości współczynnika sztywności opony.

Przedstawione powyżej wyniki potwierdzają poprawność metody modelowania, jaką jest przedstawienie układu odzyskiwania energii koła samochodowego z harwesterem energii w postaci łańcucha kinematycznego robota. Trajektoria widoczna w **badaniu 1** jest zgodna z przewidywaniami, przedstawia ona ruch harwestera po okręgu przy występowaniu nierówności drogi, w tym przypadku następuje rozwarstwienie trajektorii. Przeguby przedstawiające poszczególne ruchy w kole samochodowym przemieszczają się zgodnie z przewidywaniami. Większa amplituda nierówności powoduje większe odkształcenie opony. Większa częstotliwość występowania nierówności powoduje mniejsze odkształcenie opony – częste ugięcie opony powodują, że nie zdąża ona odkształcić się maksymalnie w drugą stronę. Większy współczynnik sztywności opony wpływa na zmniejszenie jej odkształcenia, a współczynnik tłumienia na wygładzenie drgań. Większa prędkość pojazdu wpływa na szybsze obracanie się koła i powoduje zmniejszenie amplitudy odkształceń, jest to związane z częstotliwością występowania nierówności na obrót. W przypadku drogi typu D odkształcenia opony są największe, bo amplituda nierówności jest największa.

### 6.3 Badania symulacyjne modelu sprężyny magnetycznej o 1-DoF

W programie Matlab/Simulink zaimplementowano model wstrząsarki o 3-DoF ze sprężyną magnetyczną o 1-DoF zgodnie z rysunkiem 5.4 i opisem w rozdziale 5.4. Przyjęto, że siła powodująca ruch wstrząsarki (przedstawiona w rozdziale 4.5 równaniem 4.58) działa na pierwszy przegub wstrząsarki. W badaniach została uwzględniona sprężyna magnetyczna zbudowana z trzech magnesów trwałych neodymowych (N38) magnesowanych osiowo o przenikalności względnej 1,0535, koercji 937,4 k/m i gęstości 7500 kg/m<sup>3</sup>. Magnes lewitujący – ruchomy, jest magnesem o średnicy 10 mm i wysokości 3 mm. Magnesy utwierdzone są magnesami o średnicy 5 mm i wysokości 5 mm. Dla takiej sprężyny magnetycznej, w programie typu MES ANSYS Electronics, została wyznaczona siła działająca na magnes lewitujący. Siła została aproksymowana wielomianem 9 stopnia, który został wybrany na podstawie norm reszt regresji. Analizę reszt regresji przedstawiono w załączniku 5. Wynik aproksymacji siły wielomianem 9 stopnia został przedstawiony na rysunku 6.24 a). Na rysunku 6.24 b) przedstawiono wynik różniczkowania siły po przemieszczeniu – wykres zależności współczynnika sztywności sprężyny magnetycznej od przemieszczenia.



Rys. 6.24 a) Siła sprężystości b) współczynnik sztywności.

Parametry dotyczące sprężyny magnetycznej oraz wstrząsarki elektromagnetycznej przedstawiono w tabeli w załączniku 6, są one wartościami początkowymi w badaniach. Założono, że elementy ruchome wstrząsarki mają masy równe odpowiednio  $m_{v1} = m_v/9$ ;  $m_{v2} = 3m_v/9$  i  $m_{v3} = 5m_v/9$ . Masa całego elementu ruchomego wstrząsarki  $m_v$  wynosi 0,3204 kg. Masa magnesu  $m_h$  wynosi 0,00177 kg. Współczynniki sztywności i tłumienia zostały wyliczone w procesie optymalizacji. Założono, że przez cewkę wstrząsarki o promieniu 7,5 mm, o rezystancji 10,32  $\Omega$ , o 400 zwojach wykonanej z drutu o promieniu 0,1 mm płynie prąd sinusoidalny. Najwyższa wartość amplitudy prądu, który dla takiej wstrząsarki udało się osiągnąć to 0,75 A, najniższa to 0,35 A. W związku z tym te wartości zostały wykorzystane w badaniach symulacyjnych. Jako wartość początkową amplitudy prądu wybrano 0,6 A.

Współczynniki sztywności sprężyn występujących we wstrząsarce oraz współczynniki tłumień występujące we wstrząsarce i w sprężynie magnetycznej zostały wyliczone w wyniku optymalizacji przeprowadzonej w Matlabie przy dopasowaniu do punktów charakterystycznych wykresu amplitudowo-częstotliwościowego ruchu wstrząsarki otrzymanego w wyniku pomiarów.

Założono, że wartości początkowe dla przemieszczeń przegubów są równe 0, jednak sprężyny są początkowo ugięte. Początkowe ugięcie sprężyny można wyliczyć z siły odgrawitacyjnej działającej na środek ciężkości i współczynnika sztywności sprężyny. Obliczono, że początkowe ugięcie pierwszej sprężyny wstrząsarki  $d_{10}$  jest równe  $3,47 \times 10^{-5}$  m, początkowe ugięcie drugiej sprężyny wstrząsarki  $d_{20}$  jest równe  $1,8 \times 10^{-3}$  m, początkowe ugięcie trzeciej sprężyny wstrząsarki  $d_{30}$  jest równe  $3,11 \times 10^{-4}$  m, początkowe ugięcie sprężyny magnetycznej  $d_{40}$  jest równe  $1,81 \times 10^{-6}$  m.

W celu sprawdzenia wpływu zmiany wartości różnych parametrów na ruch magnesu lewitującego w sprężynie magnetycznej umieszczonej na wstrząsarce, a także potwierdzenia poprawności modelu przeprowadzono badania:

- 1) **badanie 1** – w eksperymencie tym zbadano wpływ zmiany wartości amplitudy sinusoidalnego prądu płynącego przez cewkę wstrząsarki na ruch elementów układu,
- 2) **badanie 2** – w eksperymencie tym zbadano wpływ zmiany geometrii magnesów zewnętrznych sprężyny magnetycznej na ruch elementów układu – zastąpiono magnesy cylindryczne magnesami pierścieniowymi i zmieniano ich wewnętrzny promień:  
a)  $r_{z0} = 0,0005$  m, b)  $r_{z0} = 0,001$  m, c)  $r_{z0} = 0,0015$  m,
- 3) **badanie 3** – w eksperymencie tym zbadano wpływ zmiany wartości amplitudy sinusoidalnego prądu płynącego przez cewkę wstrząsarki na ruch elementów układu przy uwzględnieniu cewek nawiniętych na sprężynę magnetyczną,
- 4) **badanie 4** – w eksperymencie tym zbadano wpływ zmiany obciążenia cewek nawiniętych na sprężynę magnetyczną,
- 5) **badanie 5** – w eksperymencie tym zbadano wpływ zmiany geometrii magnesów zewnętrznych sprężyny magnetycznej na ruch elementów układu przy uwzględnieniu cewek nawiniętych na sprężynę magnetyczną – zastąpiono magnesy cylindryczne magnesami pierścieniowymi i zmieniano ich wewnętrzny promień: a)  $r_{z0} = 0,0005$  m, b)  $r_{z0} = 0,001$  m, c)  $r_{z0} = 0,0015$  m,

Dwa pierwsze badania symulacyjne zostały wykonane przy założeniu, że na sprężynie magnetycznej nie ma cewek i w związku z tym siła przetwornika jest zerowa. W kolejnych badaniach siła przetwornika została uwzględniona i obliczona ze wzoru (4.59) (rozdział 4.5). Założono przy tym, że na sprężynę magnetyczną nawinięto dwie cewki połączone szeregowo o łącznej liczbie 800 zwojów. Cewki nawinięte są w taki sposób, że znajdują się 0,5 mm powyżej i poniżej środka sprężyny magnetycznej.

W tabeli 6.3 przedstawiono program badań.

Tabela 6.3 Program badań dotyczących ruchu układu odzyskiwania energii w kole.

Numer badania	Zmieniane parametry elementu:	Zmienna, jednostka	Wartości		
Bez cewki					
1	Natężenie prądu	$i_t$ , A	0,35	0,6	0,75
2	Promień wewnętrznego otworu pierścieniowego magnesu zewnętrznego	$r_{z0}$ , m	0,0005	0,001	0,0015
Z cewką					
3	Natężenie prądu	$i_t$ , A	0,35	0,6	0,75
4	Rezystancja obciążenia	$R_o$ , $\Omega$	10	20	30
5	Promień wewnętrznego otworu pierścieniowego magnesu zewnętrznego	$r_{z0}$ , m	0,0005	0,001	0,0015

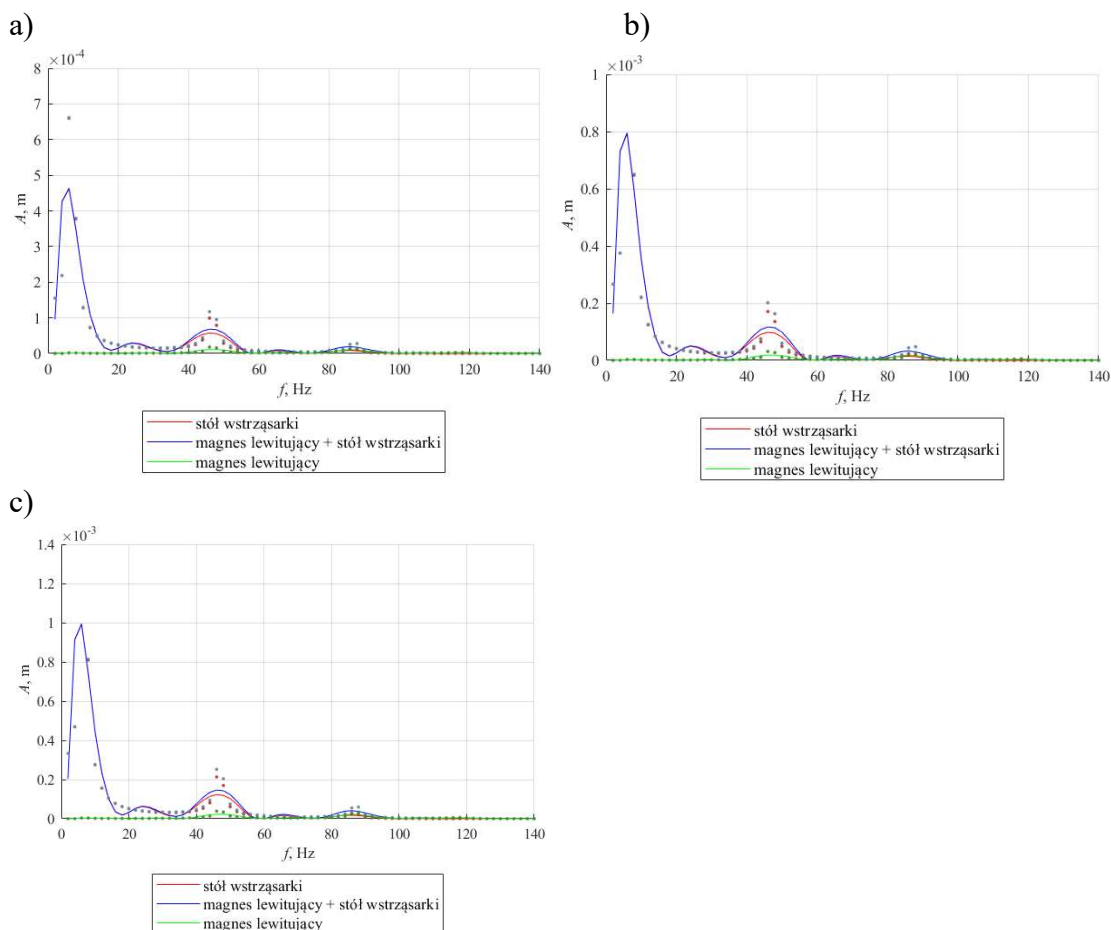
W badaniu 2 i badaniu 5, w programie typu MES ANSYS Electronics, zostały dodatkowo wyznaczone siły działające na magnesy lewitujące w każdej sprężynie magnetycznej. Siły te zostały aproksymowane wielomianem 9 stopnia, tak jak siła dla sprężyny magnetycznej opisanej we wstępie tego rozdziału. Siły te są zależne od parametrów magnesów. W tabeli w załączniku 7 zostały przedstawione współczynniki wielomianu aproksymującego siłę działającą na magnes lewitujący dla poszczególnych badań.

### Badanie 1

Dla sprężyny magnetycznej umieszczonej na wstrząsarce wykonano **badanie 1** z tabeli 6.3. Badany był wpływ zmiany amplitudy prądu płynącego w cewce wstrząsarki. Amplituda ta wynosiła 0,35 A, 0,6 A lub 0,75 A.

Na rysunku 6.25 przedstawiono wyniki symulacji ruchu magnesu lewitującego oraz stołu wstrząsarki w postaci charakterystyk amplitudowo-częstotliwościowych dla prądu o różnej amplitudzie płynącego w cewce wstrząsarki. W legendzie „stół wstrząsarki” oznacza ruch stołu wstrząsarki, „magnes lewitujący” oznacza ruch magnesu lewitującego w harwesterze, a „magnes lewitujący + stół wstrząsarki” oznacza ruch magnesu lewitującego w sprężynie magnetycznej umieszczonej na wstrząsarce. Wyniki symulacji zostały aproksymowane.

Na rysunku 6.25 można zauważyć, że im wyższy prąd płynący przez cewkę wstrząsarki, tym wyższa amplituda ruchu stołu wstrząsarki oraz magnesu lewitującego w harwesterze. Dla niższych wartości częstotliwości (do około 40 Hz) magnes lewitujący w harwesterze umieszczonym na stole wstrząsarki porusza się razem ze stołem wstrząsarki, względny ruch magnesu lewitującego w harwesterze jest bliski wartości zerowej. Przy częstotliwości wyższej niż 40 Hz amplituda ruchu magnesu lewitującego w harwesterze umieszczonym na stole wstrząsarki jest wyższa od amplitudy ruchu stołu wstrząsarki. Następuje to głównie dla wartości rezonansowych wstrząsarki ale też wartości rezonansowych magnesu lewitującego w harwesterze.



Rys. 6.25 Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa symulacji ruchu magnesu lewitującego i stołu wstrząsarki dla prądu o amplitudzie a) 0,35 A, b) 0,6 A, c) 0,75 A.

Wartość częstotliwości rezonansowej obliczono z uproszczonego równania na częstotliwość rezonansową. Do obliczeń wykorzystano współczynnik wielomianu aproksymującego sztywność sprężyny magnetycznej  $w_1$  jako współczynnik sztywności (6.6).

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{w_1}{m_h}} \quad (6.6)$$



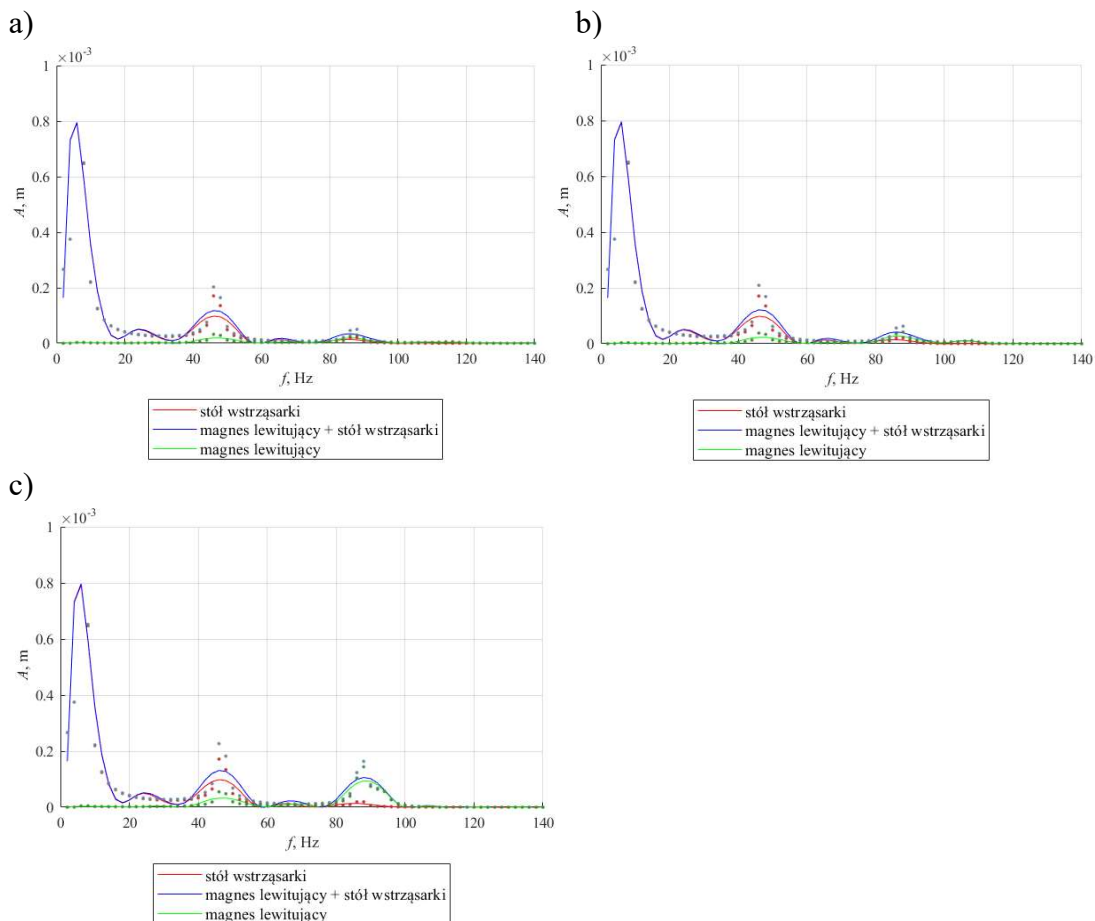
gdzie:  $w_1$  – współczynnik sztywności harwestera,  $m_h$  – masa magnesu lewitującego.

Wyliczona częstotliwość rezonansowa wynosi 117 Hz. Na wykresach na rysunku 6.25 występuje lekki wzrost amplitudy dla wartości około 118 Hz, jest on jednak niezauważalny w porównaniu do amplitud ruchu wstrząsarki dla około 4 Hz, 30 Hz, 46 Hz, 68 Hz i 84 Hz.

## Badanie 2

Dla sprężyny magnetycznej umieszczonej na wstrząsarce wykonano **badanie 2** z tabeli 6.3. Badany był wpływ zmiany geometrii magnesów zewnętrznych. Magnesy zewnętrzne zostały zmienione z magnesów cylindrycznych na pierścieniowe i zmieniany był ich promień wewnętrzny. Promień ten wynosił 0,0005 m, 0,001 m lub 0,0015 m.

Na rysunku 6.26 przedstawiono wyniki symulacji ruchu magnesu lewitującego oraz stołu wstrząsarki w postaci charakterystyk amplitudowo- częstotliwościowych dla różnych promieni wewnętrznych pierścieniowych magnesów zewnętrznych.



Rys. 6.26 Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa symulacji ruchu magnesu lewitującego i stołu wstrząsarki dla magnesów zewnętrznych pierścieniowych o promieniu wewnętrznym a) 0,0005 m, b) 0,001 m, c) 0,0015 m.

Na rysunku 6.26 można zauważyć, że amplituda ruchu magnesu lewitującego w harwesterze na wstrząsarce wzrasta wraz z powiększaniem się wewnętrznych promieni pierścieniowych magnesów zewnętrznych. Jednocześnie można zauważyć, że zmienia się częstotliwość rezonansowa dla sprężyny magnetycznej. W przypadku, gdy pierścieniowe magnesy zewnętrzne mają promień wewnętrzny równy 0,0015 m występuje wzrost amplitudy ruchu magnesu lewitującego w okolicy 88 Hz. Ten wyraźny wzrost amplitudy ruchu magnesu lewitującego może być spowodowany tym, że wzrost amplitudy ruchu stołu wstrząsarki występuje dla podobnej częstotliwości (84 Hz). Wyliczone ze wzoru (6.6) wartości częstotliwości rezonansowych dla poszczególnych sprężyn magnetycznych odpowiadają wartościom dla których występuje wzrost amplitudy ruchu magnesu na rysunku 6.26, czyli około 115 Hz dla badania 2 a), około 107 Hz dla badania 2 b) i około 93 Hz dla badania 2 c). Można zauważyć, że poprzez zmianę promienia wewnętrznego zewnętrznego magnesu pierścieniowego można zmienić częstotliwość rezonansową.

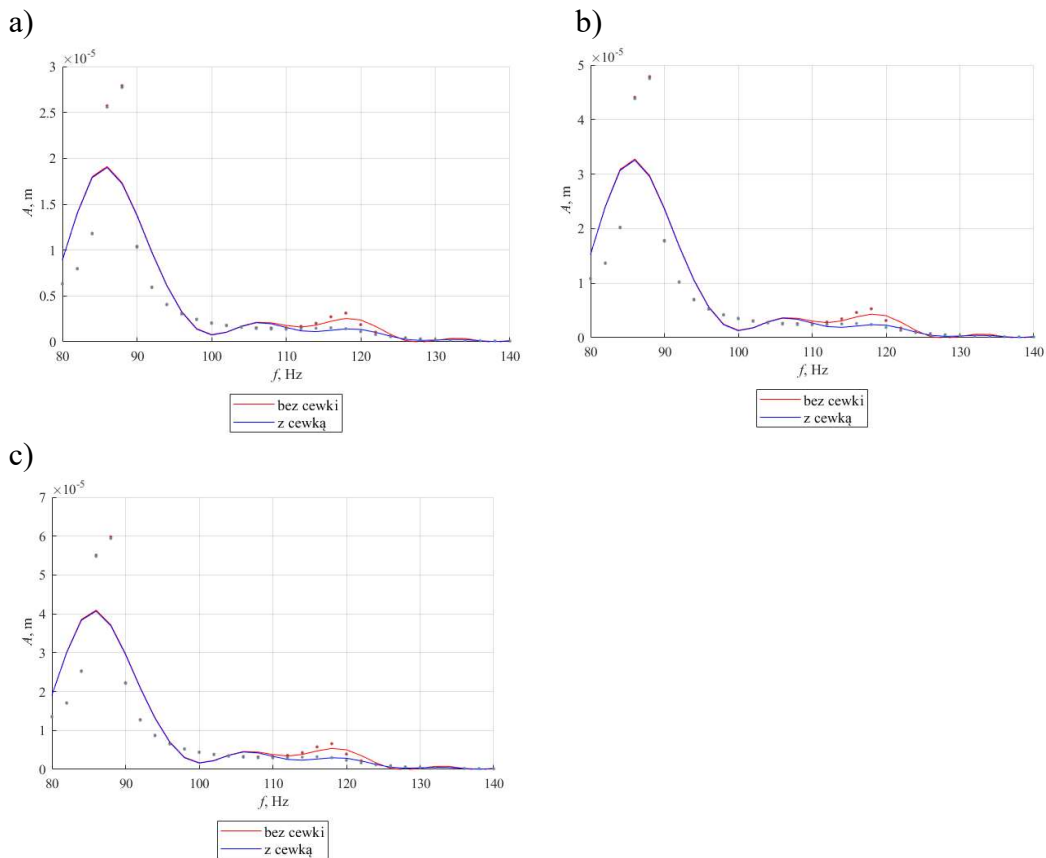
Dwa pierwsze badania symulacyjne zostały przeprowadzone dla sprężyny magnetycznej przy założeniu, że nie została nawinięta na nią żadna cewka. Trzy następne przeprowadzono z uwzględnieniem cewek nawiniętych na sprężynę magnetyczną oraz siły przetwarzania (z indukowania się napięcia w cewkach). W związku z tym, że w programie ANSYS możliwe jest obliczenie strumienia w cewce, obliczono napięcie z równania 4.60 (rozdział 4.5) i skorzystano z różniczki strumienia po położeniu magnesu oraz prędkości magnesu. W badaniu 3 i 5 założono, że cewki obciążone są rezystancją o oporze równym oporowi cewek, w celu uzyskania maksymalnej mocy.

### **Badanie 3**

Dla sprężyny magnetycznej z nawiniętymi cewkami umieszczonej na wstrząsarce wykonano **badanie 3** z tabeli 6.3. Badany był wpływ zmiany amplitudy prądu płynącego w cewce wstrząsarki. Amplituda ta wynosiła 0,35 A, 0,6 A lub 0,75 A.

Na rysunku 6.27 przedstawiono porównanie ruchu magnesu lewitującego w harwesterze na wstrząsarce dla **badania 1** (bez cewki) i **badania 3** (z cewką). W związku z tym, że dla niższych wartości częstotliwości siła przetwarzania jest mniejsza i nie wpływa w dużym stopniu na ruch magnesu lewitującego w harwesterze (różnice ruchu nie są widoczne) przybliżono fragment obrazu charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowej symulacji ruchu magnesu lewitującego w harwesterze na wstrząsarce od 80 Hz do 140 Hz (fragment w okolicach częstotliwości rezonansowej). Na rysunku 6.27 można zauważyć,

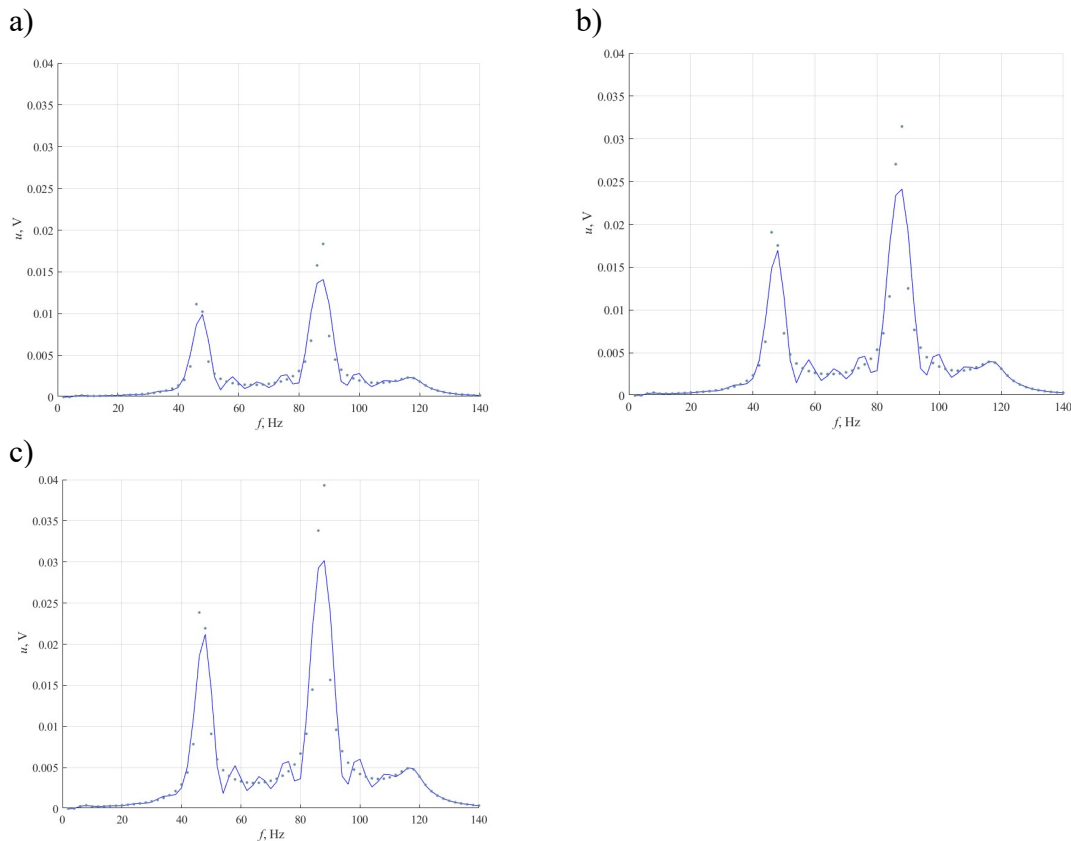
że uwzględnienie nawiniętych cewek i siły przetwarzania powoduje, że amplituda ruchu magnesu lewitującego w harwesterze na wstrząsarce jest niższa dla wartości częstotliwości bliskich częstotliwości rezonansowych. Dla wartości rezonansowych siła ta ma największy wpływ na ruch magnesu lewitującego, jej wartość jest wtedy najwyższa. Jest to spowodowane wyższym napięciem indukowanym w cewkach nawiniętych na sprężynie magnetycznej (równanie 4.59, rozdział 4.5).



Rys. 6.27 Porównanie charakterystyk amplitudowo-częstotliwościowych symulacji ruchu magnesu lewitującego w harwesterze - sprężynie magnetycznej z nawiniętymi cewkami i bez cewki dla prądu płynącego w cewce wstrząsarki o amplitudzie a) 0,35 A, b) 0,6 A, c) 0,75 A.

Na rysunku 6.28 przedstawiono charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe dla napięcia indukowanego w cewkach przy różnych natężeniach prądu płynącego w cewce wstrząsarki. Amplituda napięcia indukowanego w cewkach nawiniętych na sprężynie magnetycznej jest największa dla dwóch wartości częstotliwości rezonansowych stołu wstrząsarki (46 Hz i 84 Hz). Amplituda ruchu magnesu lewitującego w harwesterze na wstrząsarce jest dla tych wartości częstotliwości najwyższa. Dla 117 Hz, gdzie ruch względny magnesu lewitującego jest największy ze względu na częstotliwość rezonansową sprężyny magnetycznej można również zauważyć wzrost amplitudy napięcia. Jest on jednak mniejszy niż dla 46 Hz i 84 Hz.

Najwyższa wartość odzyskanej mocy dla natężenia prądu płynącego w cewce wstrząsarki o amplitudzie 0,75 A jest równa 19  $\mu\text{W}$  dla częstotliwości rezonansowej wstrząsarki ok. 84 Hz.



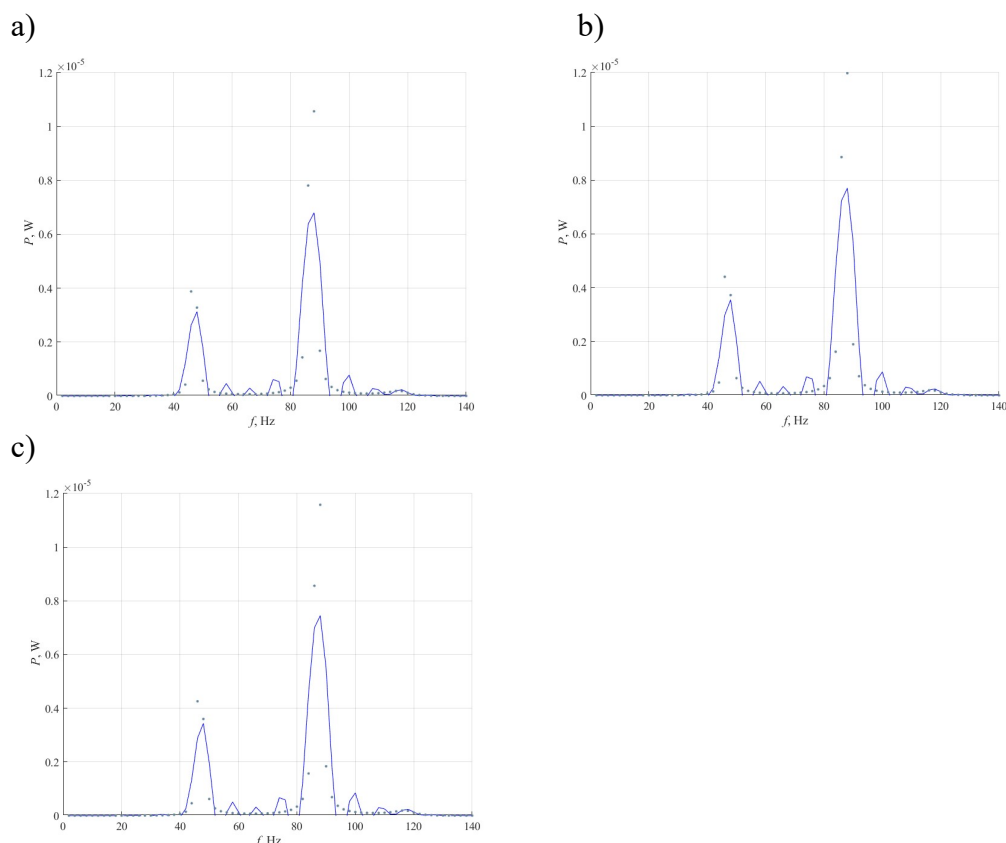
Rys. 6.28 Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa napięcia indukowanego w cewkach nawiniętych na sprężynie magnetycznej dla natężenia prądu płynącego w cewce wstrząsarki o amplitudzie a) 0,35 A, b) 0,6 A, c) 0,75 A.

#### Badanie 4

Dla sprężyny magnetycznej z nawiniętymi cewkami umieszczonej na wstrząsarce wykonano **badanie 4** z tabeli 6.3. Badany był wpływ rezystancji obciążenia cewek nawiniętych na sprężynę magnetyczną. Rezystancja obciążenia była równa 10  $\Omega$ , 20  $\Omega$  lub 30  $\Omega$ .

Zmiana obciążenia w małym stopniu wpływa na ruch magnesu, a tym samym na indukowane napięcie, dlatego przedstawiono wpływ na zmianę generowanej mocy. Na rysunku 6.29 przedstawiono charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe mocy generowanej w harwesterze obciążonej wybranymi rezystancjami (10  $\Omega$ , 20  $\Omega$  lub 30  $\Omega$ ). Dla rezystancji obciążenia  $R_o = 20 \Omega$ , która jest zbliżona do rezystancji dwóch cewek połączonych szeregowo, nawiniętych na sprężynie magnetycznej (20,64  $\Omega$ ) moc generowana jest największa. Moc generowana w harwesterze w przypadku umieszczenia go na wstrząsarce jest największa,

gdy magnes lewitujący w harwesterze porusza się z częstotliwością równą częstotliwości rezonansowej stołu wstrząsarki 46 Hz i 84 Hz oraz kiedy cewki obciążone są rezystancją równą rezystancji cewek. Moc generowana w harwesterze jest również znacząca, kiedy magnes lewitujący w harwesterze umieszczonym na wstrząsarce porusza się z częstotliwością równą częstotliwości rezonansowej harwestera (117 Hz).



Rys. 6.29 Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa mocy generowanej przez harwester obciążony rezystancją a) 10  $\Omega$ , b) 20  $\Omega$ , c) 30  $\Omega$ .

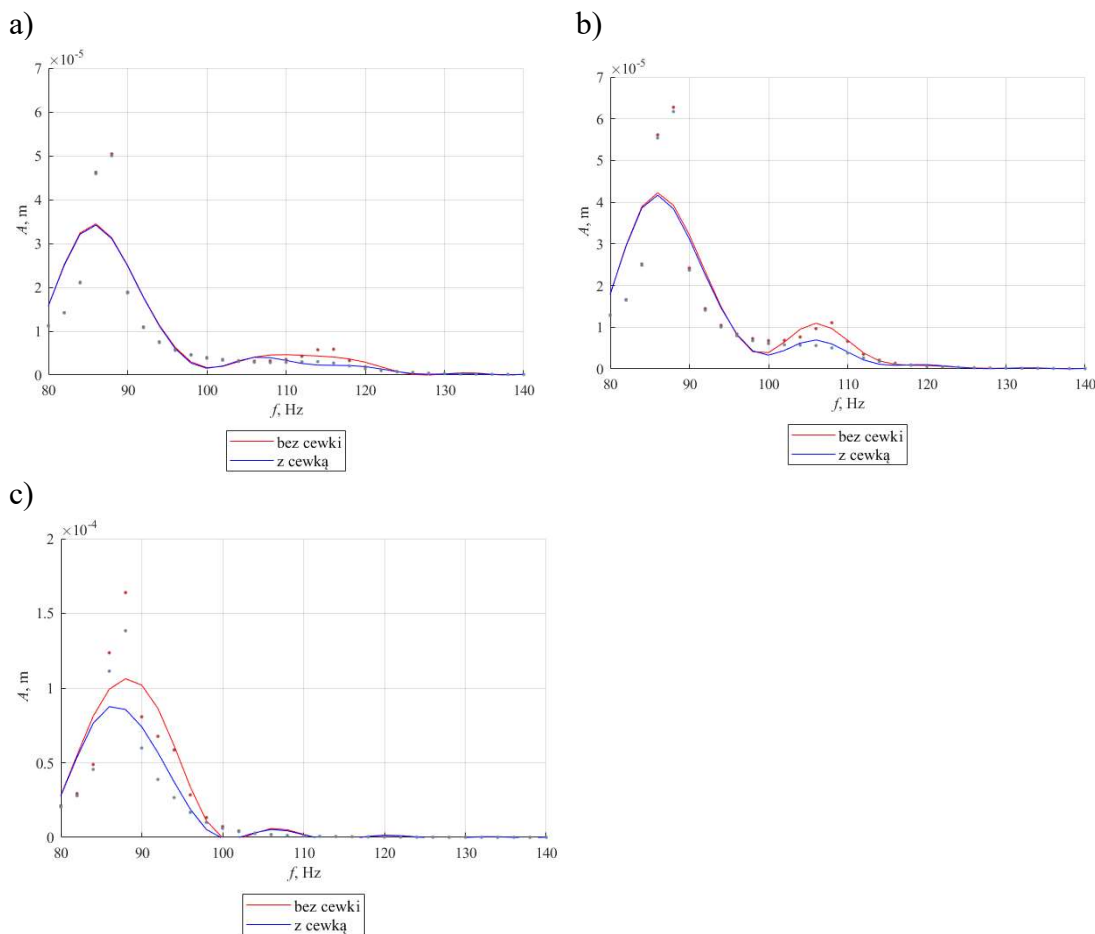
## Badanie 5

Dla sprężyny magnetycznej z nawiniętymi cewkami, umieszczonej na wstrząsarce, wykonano **badanie 5** z tabeli 6.3. Badany był wpływ zmiany geometrii magnesów zewnętrznych. Magnesy zewnętrzne zostały zmienione z magnesów cylindrycznych na pierścieniowe i zmieniany był ich promień wewnętrzny. Promień ten wynosił 0,0005 m, 0,001 m lub 0,0015 m.

Na rysunku 6.30 przedstawiono porównanie ruchu magnesu lewitującego w harwesterze na wstrząsarce dla **badania 2** (bez cewki) i **badania 5** (z cewką). Tak, jak dla **badania 3**, przybliżono fragment obrazu charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowej symulacji ruchu

magnesu lewitującego w harwesterze na wstrząsarce od 80 Hz do 140 Hz (fragment w okolicach częstotliwości rezonansowej).

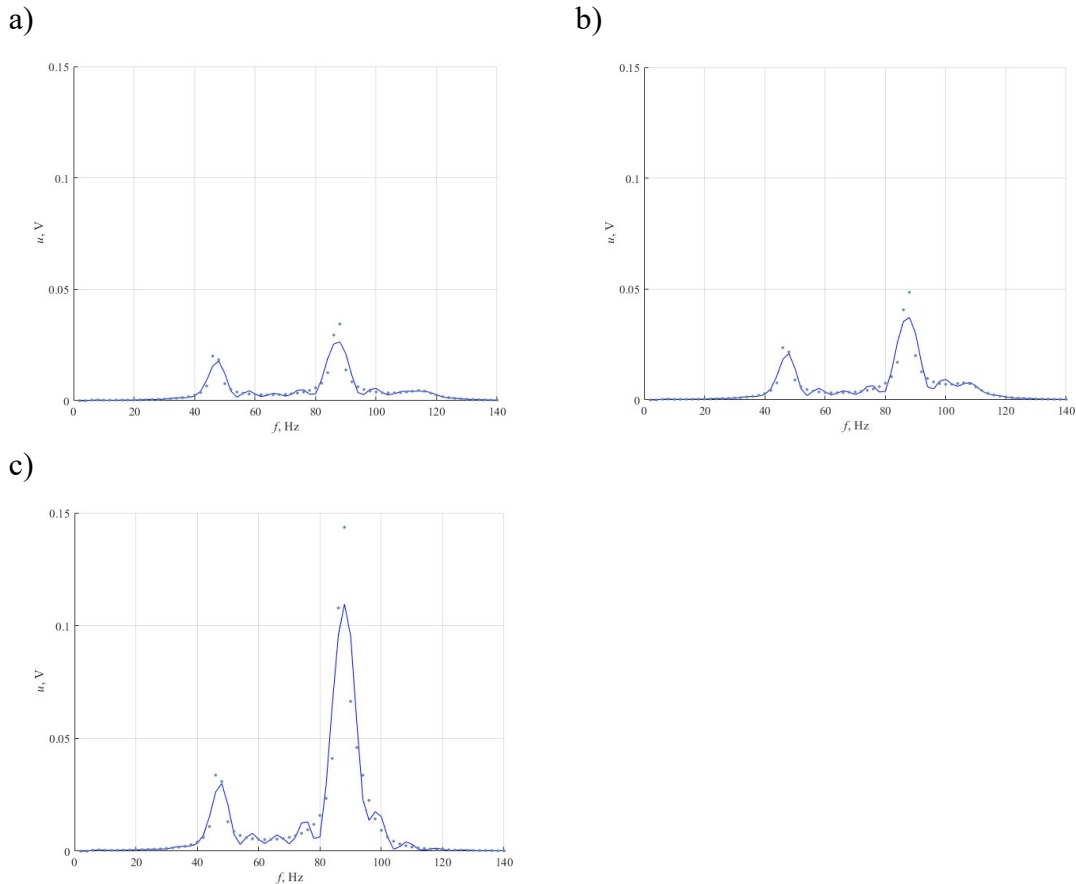
Na rysunku 6.30 można zauważyć, że uwzględnienie nawiniętej cewki i siły przetwarzania powoduje, że amplituda ruchu magnesu lewitującego w harwesterze na wstrząsarce jest niższa dla wartości częstotliwości rezonansowych harwestera. Można zauważyć, że wraz ze zmianą częstotliwości rezonansowej harwestera zmienia się częstotliwość, w której następuje większa różnica, potwierdza to teorię, że siła tłumienia jest najbardziej znacząca w okolicy częstotliwości rezonansowej sprężyny magnetycznej - harwestera.



Rys. 6.30 Porównanie charakterystyk amplitudowo-częstotliwościowych symulacji ruchu magnesu lewitującego w harwesterze - sprężynie magnetycznej z nawiniętymi cewkami i bez cewki dla magnesów zewnętrznych pierścieniowych o promieniu wewnętrznym a) 0,0005 m, b) 0,001 m, c) 0,0015 m.

Na rysunku 6.31 przedstawiono charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe dla napięcia indukowanego w cewkach nawiniętych na sprężynie magnetycznej dla pierścieniowych magnesów zewnętrznych o różnych promieniach wewnętrznych. Na rysunku 6.31 można zauważyć, że wraz ze zmianą częstotliwości rezonansowej zmienia się charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa napięcia indukowanego w cewkach. Kiedy częstotliwość

rezonansowa sprężyny magnetycznej jest w przybliżeniu równa częstotliwości rezonansowej stołu wstrząsarki, napięcie jest najwyższe. Wtedy też, ruch magnesu lewitującego w harwesterze, ma najwyższą amplitudę. Najwyższa amplituda mocy wynosi około 0,25 mW.



Rys. 6.31 Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa napięcia dla harwestera z pierścieniowymi magnesami zewnętrznymi o promieniu wewnętrznym a) 0,0005 m, b) 0,001 m, c) 0,0015 m.

Pozostałe wyniki zostały przedstawione w załączniku 8.

Przedstawione powyżej wyniki potwierdzają poprawność metody modelowania jaką jest przedstawienie sprężyny magnetycznej umieszczonej na wstrząsarce elektromagnetycznej w postaci łańcucha kinematycznego robota. Zmiany amplitudy ruchu elementów układu sprężyny magnetycznej i wstrząsarki, w wyniku zmiany amplitudy prądu płynącego w cewce wstrząsarki, są zgodne z oczekiwaniami: im wyższa amplituda prądu tym wyższa amplituda ruchu. Amplituda ruchu jest najwyższa dla częstotliwości rezonansowych elementów układu. Zmiana geometrii magnesów zewnętrznych wpływa na zmianę współczynnika sztywności sprężyny magnetycznej, a tym samym na zmianę częstotliwości rezonansowej harwestera. Po nawinięciu cewek na sprężynę magnetyczną indukowane w nich napięcie powoduje powstawanie siły przetwarzania, która zmniejsza amplitudę ruchu magnesu. Moc generowana

w harwesterze jest najwyższa, gdy jest on obciążony rezystancją równą rezystancji cewek nawiniętych na sprężynie magnetycznej i kiedy amplituda ruchu magnesu lewitującego jest najwyższa. Przy stałej amplitudzie drgań zewnętrznych amplituda ruchu magnesu lewitującego w harwesterze byłaby najwyższa dla częstotliwości rezonansowej harwestera.



## 7 Badania doświadczalne ruchu układów odzyskiwania energii

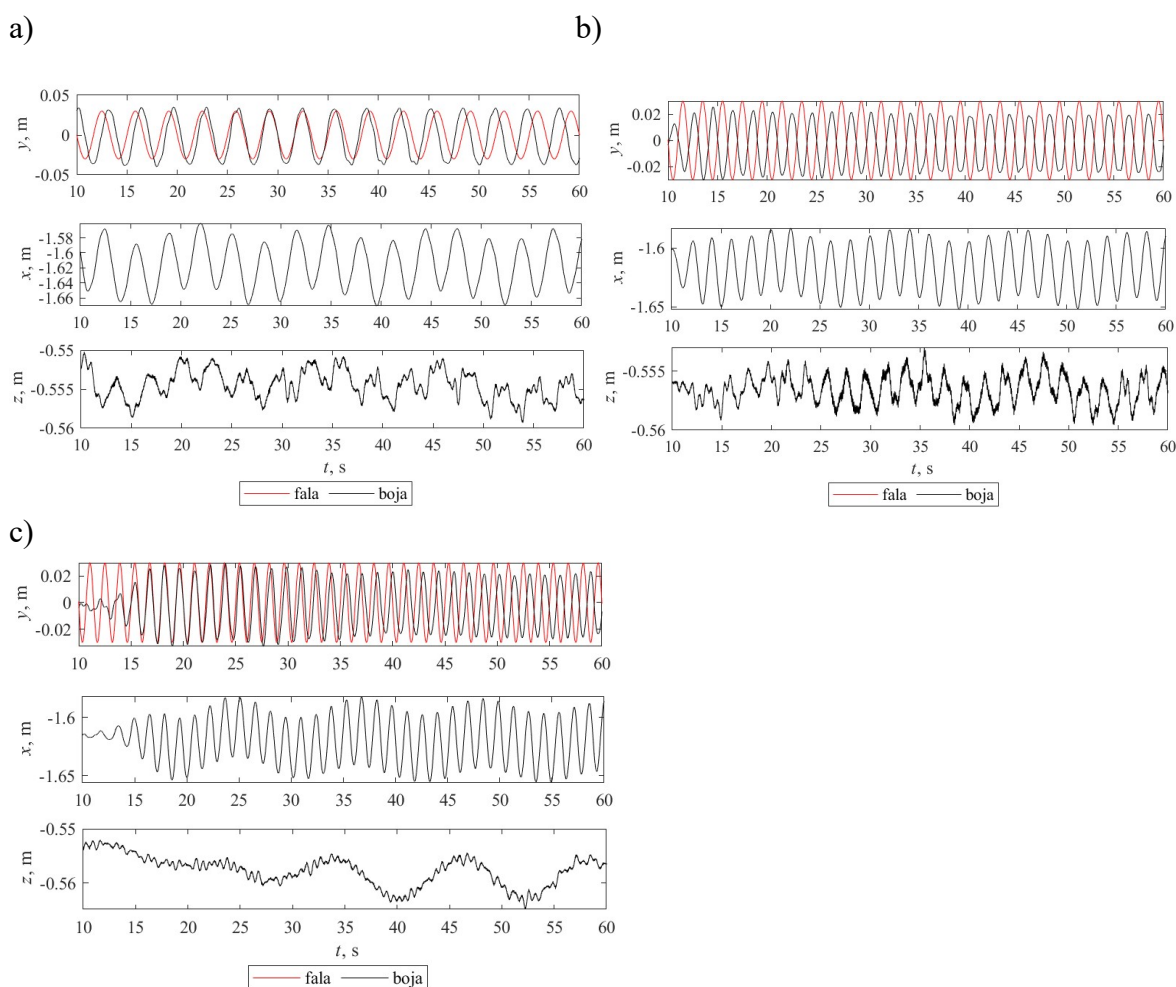
### 7.1 Badania doświadczalne ruchu boi

W związku z tym, że zbadanie ruchu boi wymaga przygotowania basenu lub dostępu do morza postanowiono skorzystać z gotowych danych dostępnych w artykułach oraz na wiarygodnych stronach internetowych. W danych na stronach internetowych boje wykorzystywane są do badania ruchu fal, temperatury i głębokości wody oraz prędkości wiatru, fal i prądów morskich. W przypadku boi kierunkowych, za pomocą czujników, badane są ich odchylenia oraz ruch pionowy [108]. Można zatem uznać, że taka boja może być reprezentowana przez model o 3 stopniach swobody. Większość wyników dostępnych na stronach internetowych zawiera dane pogodowe oraz dane dotyczące badanych elementów środowiskowych, a w związku z tym, że czujniki przekazują dane co kilkadziesiąt minut, wyniki w domenie czasu są niedostępne [109-111]. W niektórych pracach podane są wyniki pomiarów oraz wyniki symulacji ruchu boi [93, 108, 112-116]. W symulacjach ruchu boi wykorzystywana jest II Zasada Dynamiki Newtona, analiza hydrodynamiczna [93, 112, 113] oraz programy MES do symulacji przepływu cieczy [113- 115]. W [116] do symulacji ruchu boi zastosowano zmodyfikowaną metodę Cartana (MFM -Moving Frame Method) polegającą na przypisaniu układów współrzędnych do punktów obiektu oraz przekształceń między nimi na podstawie grup Liego.

W celu późniejszego porównania wyników z modelem skorzystano z danych dostępnych na stronie Uniwersytetu w Edynburgu, gdzie w zbiorniku wodnym badana była boja o kształcie sfery. Podane dane dotyczą ruchu w trzech osiach i obrotów wokół tych osi oraz sił działających na boję [117]. Ruch mierzony był z wykorzystaniem metod wizyjnych za pomocą kamery na podczerwień i odblaskowych markerów umieszczonych w postaci „drzewa” na szczycie boi. Na boję działają regularne fale oraz prądy morskie o znanej sile i różnej częstotliwości. W opisie danych, podanych na stronie, znajdują się także wymiary boi oraz parametry lin łączących boję z dnem zbiornika [117]. W przypadku takiej boi sferycznej ma ona aż 6-DoF, a jej ruch ograniczony jest zakotwiczeniem. Autorzy badań wykorzystali dane pomiarowe do określenia wpływu prądów morskich na ruch fal, który określany jest za pomocą boi pomiarowych [118]. Wybrano dane dotyczące działania wyłącznie fali o częstotliwości  $f=0,3$  Hz,  $f=0,5$  Hz,  $f=0,7$  Hz. Boja w kształcie sfery o promieniu 0,12 m, wykonana z materiału ABS (akrylonitryl-butadien-styren), posiada obciążniki (umieszczone wewnątrz niej), które powodują, że środek ciężkości boi znajduje się 40,14 mm poniżej środka geometrycznego boi. W związku z tym, że nie podano niektórych parametrów wprost m.in. masy boi, należało je

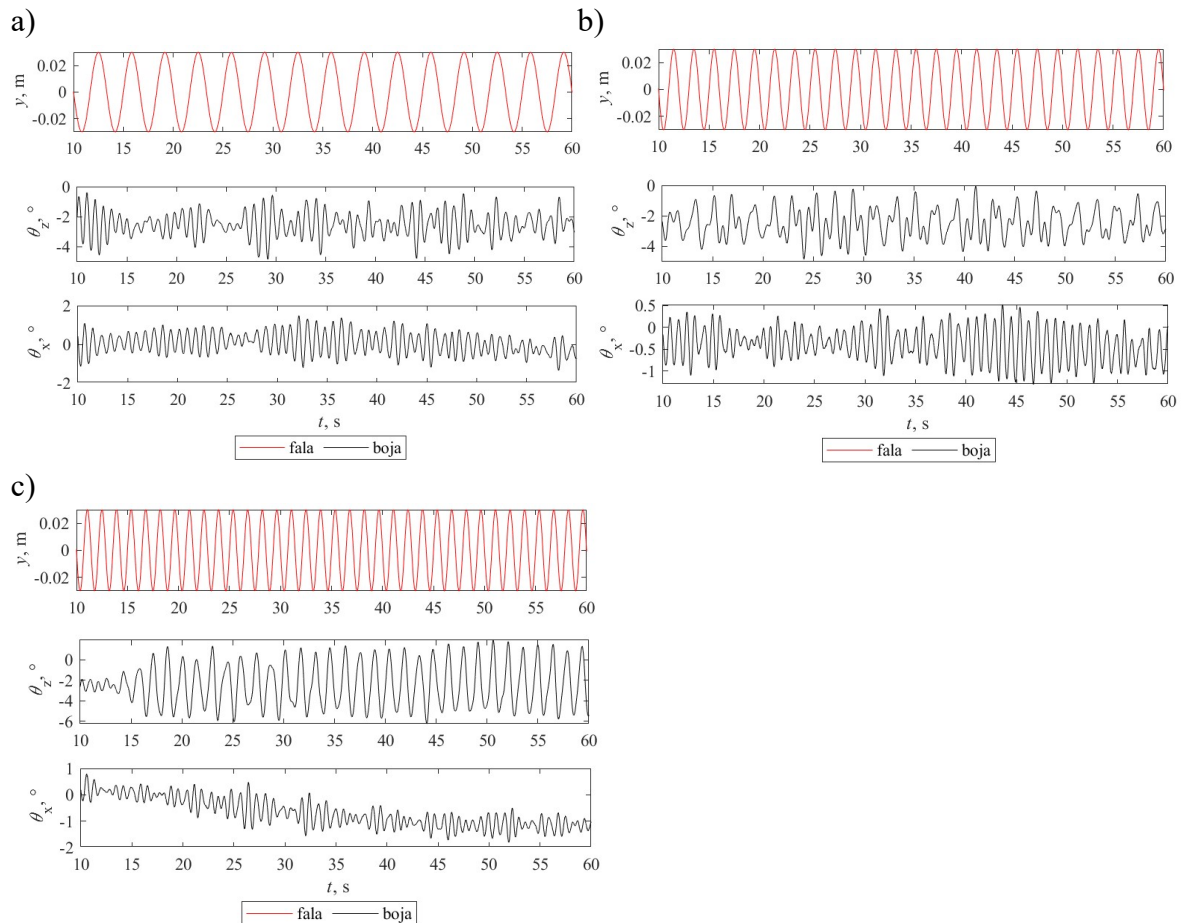
obliczyć lub oszacować. Wysokość zanurzenia boi wynosi 0,0799 m. Współczynnik sztywności liny kotwicznej boję wynosi 6,73 N/m, a współczynnik tłumienia 0,0135 Ns/m, długość naprężonej liny wynosi 1,7 m, a jej masa 0,005 kg. Masa boi wynosi 1,9 kg. Parametry stanowiska pomiarowego przedstawiono w tabeli w załączniku 9 wraz z parametrami fali. Amplituda fali wynosi 0,03 m.

Na rysunku 7.1 a) przedstawiono pozyskane ze strony Uniwersytetu w Edynburgu [117] przemieszczenie boi w trzech kierunkach dla częstotliwości fali 0,3 Hz, na rysunku 7.1 b) dla fali 0,5 Hz, a na rysunku 7.1 c) dla fali o 0,7 Hz.



Rys. 7.1 Przeszczenie boi w osiach  $x$ ,  $y$  i  $z$  na fali o amplitudzie 0,03 m i częstotliwości a) 0,3 Hz, b) 0,5 Hz, c) 0,7 Hz (z danych pozyskanych z [117]).

W danych pozyskanych ze strony Uniwersytetu w Edynburgu [117] zamieszczono także pomiary obrotów boi wokół własnych osi, boja ma 6-DoF. Na wykresach przedstawiono ruch wokół osi boi oraz falę powodującą ten ruch (rys. 7.2) dla 3 częstotliwości fali. W związku z tym, że ruch obrotowy wokół osi  $y$  jest nieznaczący dla odzyskiwanej energii nie przedstawiono go na wykresach.



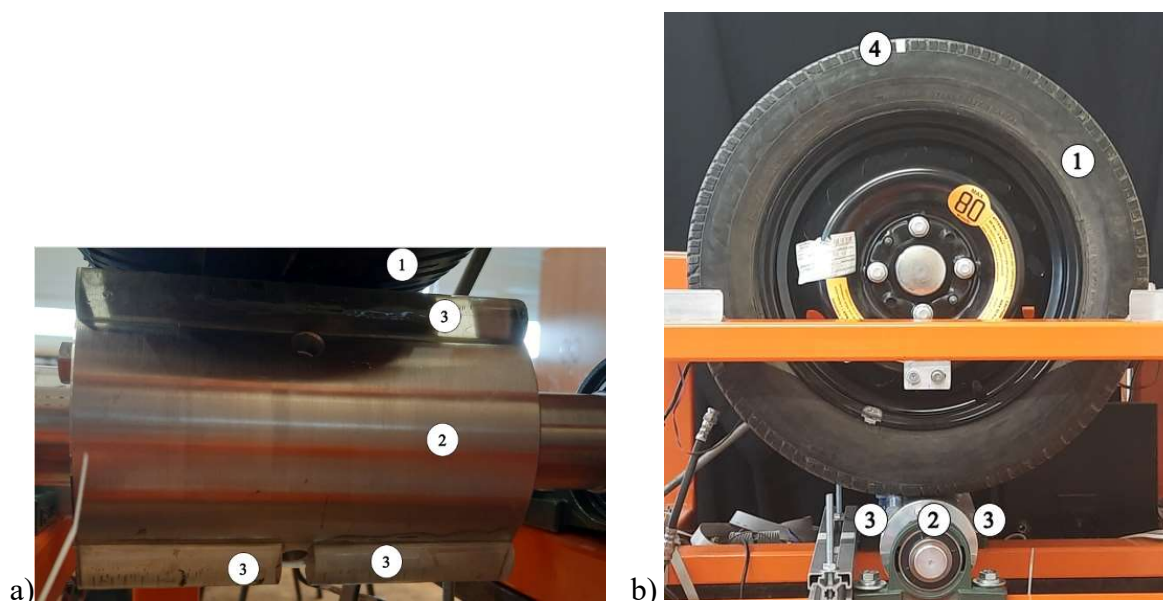
Rys. 7.2 Obroty boi wokół własnych osi na fali o amplitudzie 0,03 m i częstotliwości a) 0,3 Hz, b) 0,5 Hz, c) 0,7 Hz (z danych pozyskanych z [117]).

Na rysunku 7.1 można zauważyć, że ruch w osi pionowej jest częściowo opóźniony względem fali. To opóźnienie spowodowane jest prawdopodobnie oporem wody oraz sztywnością liny kotwicznej. Można zauważyć, że im wyższa częstotliwość fal, tym mniejsza amplituda ruchu we wszystkich osiach. Boja nie nadąża za zmianą fali, co skutkuje zmniejszeniem amplitudy. W osi poziomej zgodnie z kierunkiem działania fal, ruch jest zgodny z częstotliwością fal ale widać również wpływ przechylenia boi, ten sam wpływ ale mniejszy można zauważyć w ruchu w osi  $y$ . W osi  $z$  nie działa osobna siła i ruch wynika wyłącznie z nierówności fali, dlatego wartości są mniejsze, a przebieg jest nieregularny.

Na rysunku 7.2 można zauważyć, że boja kołysze się wokół osi  $z$  oraz wokół osi  $x$ . Amplituda drgań jest większa dla obrotu wokół osi  $y$  przy czym różnica między amplitudami zwiększa się wraz ze zwiększaniem częstotliwości. Można również zauważyć, że drgania wokół osi  $z$  mają, dla wyższej częstotliwości fali, zgodną częstotliwość.

## 7.2 Badania doświadczalne ruchu markera na kole

W celu zbadania ruchu koła zmodyfikowano stanowisko do badania układu hamulcowego koła samochodowego. Stanowisko to znajduje się na wydziale Automatyki, Elektroniki i Informatyki, zostało skonstruowane przez studenta, pana Szymona Sikorę, w ramach pracy dyplomowej prowadzonej przez dr hab. inż. Romana Czybę. Stanowisko zmodyfikowano poprzez usunięcie tarczy hamulcowej i wymianę wałka napędzającego. Wałek napędzający, wykorzystany w zmodyfikowanym stanowisku, symuluje nierówność drogi za pomocą trzech progów akrylowych umieszczonych w sposób przedstawiony na rys. 7.3 a). Stanowisko z kołem samochodowym zostało przedstawione na rysunku 7.3 b). Koło samochodowe zostało, na rysunku 7.3 b), oznaczone numerem 1, wałek napędzający koło – numerem 2, a progi akrylowe, będące nierównością drogi, numerem 3. Przekrój progów akrylowych został przedstawiony w załączniku 10. Badana była trajektoria ruchu elementu umieszczonego na brzegu koła, dlatego umieszczono na kole marker, oznaczony na rysunku 7.3 b) numerem 4. Wahacz, na którym umocowane jest koło, utwierdzony jest do ramy stanowiska za pomocą śruby (ograniczenie obniżenia oraz podniesienia się koła). Dzięki takiemu umocowaniu uwzględniona jest dodatkowa siła działająca na koło, zastępująca siłę pochodzącą od siły nacisku ćwiartki samochodu. Koło samochodowe napędzane jest silnikiem firmy Besel model Sh-71 2B, o mocy 0,55 kW oraz prędkości obrotowej 2790 obr/min przy 50 Hz, zasilanym przekształtnikiem częstotliwości Firmy SIEMENS MIMCROMASTER 440. Ruch koła i markera rejestrowany był przez szybką kamerę firmy Krontech Chronos 2.1-HD.



Rys. 7.3 Stanowisko z kołem samochodowym: a) wałek napędzający koło, b) stanowisko.

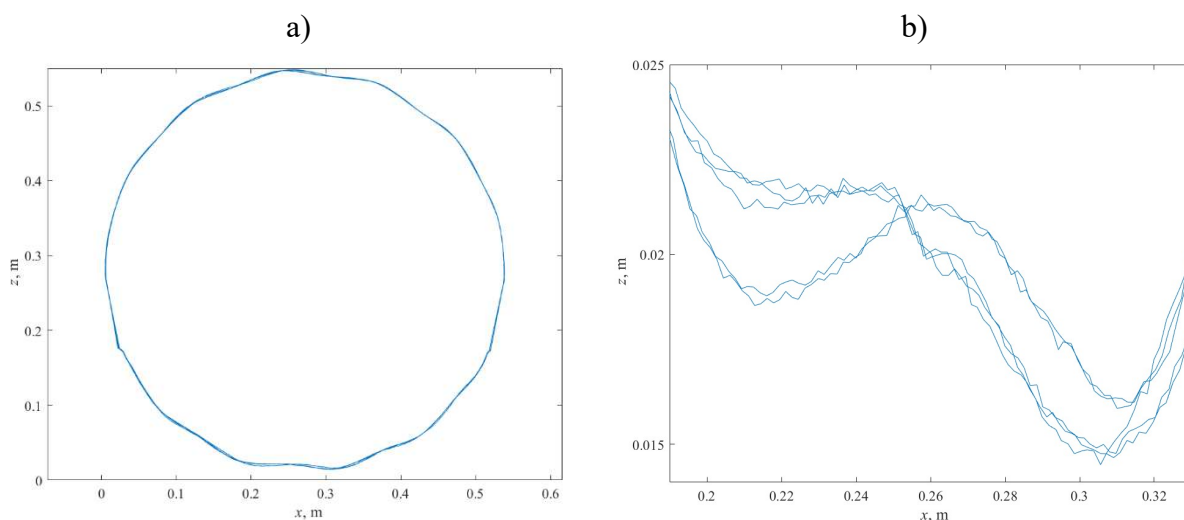
Ruch koła został zbadany dla dwóch różnych częstotliwości zadanych z falownika: 10 Hz i 15 Hz. Koło samochodowe ma oznaczenie 155/65 R13. Dzięki tym oznaczeniom można było przeliczyć lub wyszukać parametry koła. Sztywność i tłumienie opony zostały przeliczone przy przyjęciu, że na oponę działa tylko masa koła oraz początkowe ugięcie jest równe 1 mm. Parametry koła i wałka zostały przedstawione w tabeli w załączniku 11. Masa koła wynosi 5,10 kg, promień koła 0,2659 m. Współczynnik sztywności opony został wyliczony z siły odgrawitacyjnej i początkowego ugięcia statycznego 0,001 m. Jest on równy  $5,004 \times 10^5$  N/m. Założono, że współczynnik tłumienia opony jest równy  $2,502 \times 10^3$  Ns/m.

Do odczytania trajektorii ruchu markera umieszczonego na obrzeżu koła wykorzystano Matlab Computer Vision Toolbox. Narzędzie to umożliwia między innymi odczytanie obrazu i otrzymanie takich informacji, jak umiejscowienie krawędzi obiektu - detectMinEigenFeatures, wykrywanie charakterystycznych elementów obiektu - detectMSERFeatures, różnice pomiędzy klatkami umożliwiające wykrycie ruchomych elementów obrazu - vision.ForegroundDetector oraz przepływ tych elementów - opticalFlow.

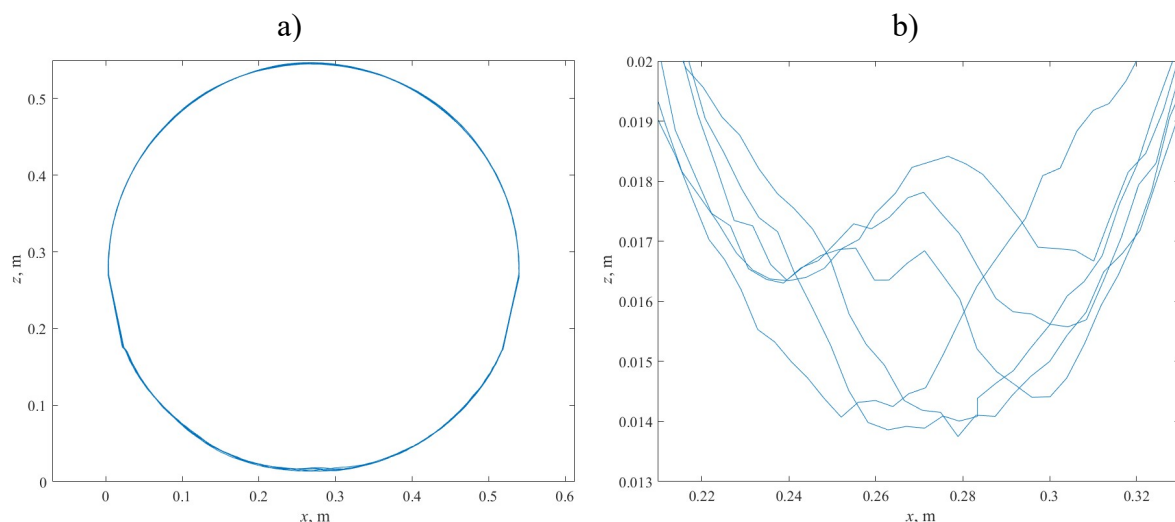
Narzędzie umożliwiające wykrycie ruchomych elementów - vision.ForegroundDetector wykrywa wszystkie elementy zmienne, dlatego należało nałożyć maskę tak, aby wykrywany był ruch na obrzeżu koła, a nie ruch elementów w środku koła czy na wałku napędzającym koło. Następnie, w związku z tym, że wykrywane były również drobne zmiany w oponie, należało ustawić minimalną wielkość wykrywanego obiektu. Ze względu na to, że pod wpływem ruchu, wykryty obiekt zmieniał swoją wielkość należało ustawić wykrywanie obiektu tak, aby był wykryty kiedy jest najmniejszy. Powodowało to wykrywanie innych mniejszych elementów, dlatego ustawiono w programie wykrywanie jedynie największego elementu. W rezultacie otrzymano trajektorię ruchu markera na obrzeżu koła dla 10 Hz rys. 7.5 a) i dla 15 Hz rys. 7.6 a). Obydwie trajektorie zostały przybliżone w celu przedstawienia ugięcia opony rys. 7.5 b) i rys. 7.6 b).

Zarówno na rysunku 7.5 a) i rysunku 7.6 a) można zauważyć „ścięcie” kołowego ruchu spowodowane ramą zasłaniającą obraz. Koło, podczas najeżdżania na nierówność (próg), unosi się, na trajektorii markera widoczne jest to w postaci ugięć. Można zauważyć, że kiedy marker znajduje się w pobliżu wałka i nad nim, widoczne jest kilka linii. Wynika to z tego, że marker znajdował się w różnym położeniu w stosunku do nierówności drogi – progu akrylowego, w zależności od obrotu. Na rysunkach 7.5 b) i 7.6 b) można dostrzec wyraźnie ugięcie spowodowane najechaniem opony na próg akrylowy. Ugięcie to jest rzędu kilku mm, przy czym dla 10 Hz można zauważyć, że ugięcie występuje w różnych miejscach, tak samo

jak nierówność drogi dla takiej prędkości koła. Na górnej części trajektorii również można dostrzec kilka linii, podczas ruchu opona zmieniała położenie środka – osi obrotu, dlatego też pod wpływem zmian ugięcia zmienia się także położenie górnego brzegu opony. Dla 10 Hz odkształcenia są wyraźniejsze, jest to spowodowane najprawdopodobniej dłuższym czasem umożliwiającym reakcję, jednak dla 15 Hz również można zauważyć odkształcenia spowodowane nierównościami drogi.



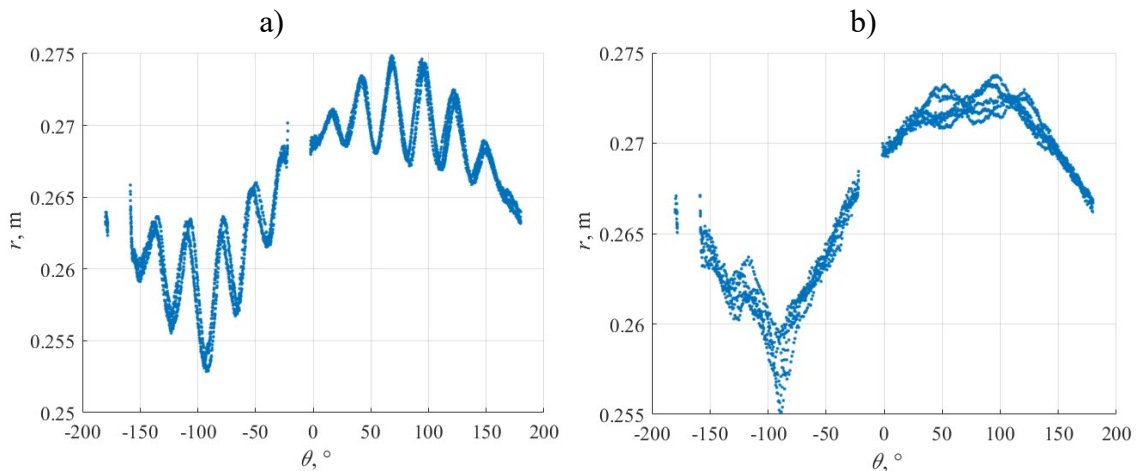
Rys. 7.5 Trajektorie ruchu markera dla 10 Hz: a) całość, b) przybliżenie na ugięcie opony.



Rys. 7.6 Trajektorie ruchu markera dla 15 Hz: a) całość, b) przybliżenie na ugięcie opony.

Wyniki trajektorii ruchu przekształcono na układ zależności długości promienia od kąta obrotu, czyli transformowano do biegunowego układu współrzędnych. Zostały one przedstawione na rysunku 7.7. Tak jak w przypadku trajektorii przedstawionej w kartezjańskim układzie współrzędnych, na rysunku 7.7 można zauważyć, że odkształcenia dla 10 Hz są wyraźniejsze i występują częściej. Odkształcenia występują mniej więcej dla takich samych kątów przy każdym obrocie dla 10 Hz, natomiast dla 15 Hz odkształcenia występują dla różnych

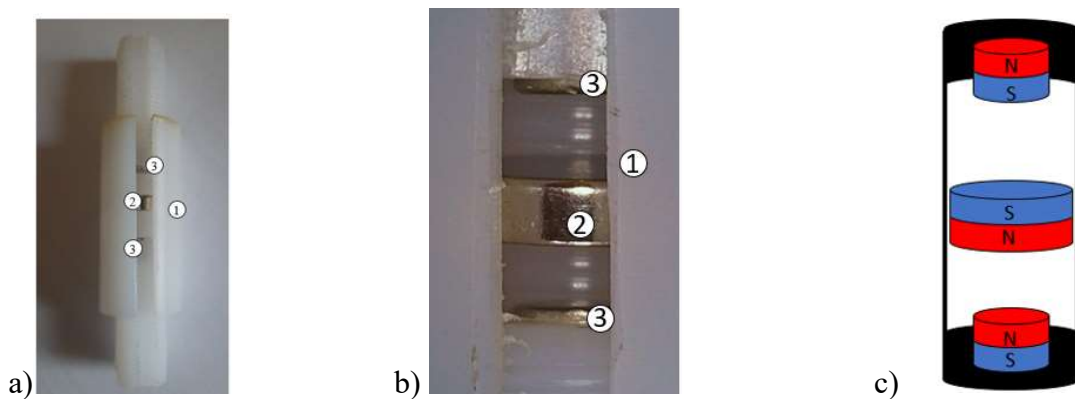
kątów w zależności od obrotu. Jest to spowodowane tym, że prędkość koła dopasowana jest z częstotliwością występowania nierówności drogi dla 10 Hz.



Rys. 7.7 Trajektoria odkształcenia opony przedstawiona w biegunowym układzie współrzędnych dla a) 10 Hz, b) 15 Hz.

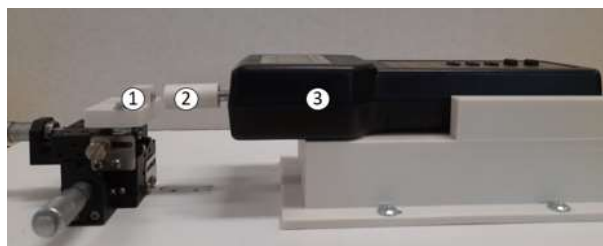
### 7.3 Badania doświadczalne ruchu sprężyny magnetycznej

Do zbadania ruchu sprężyny magnetycznej wykonano jej prototyp. Sprężyna magnetyczna zbudowana jest z dwóch magnesów zewnętrznych, które są nieruchome oraz jednego magnesu wewnętrznego – lewitującego. Prototyp sprężyny, przybliżenie na magnesy oraz ustawienie biegunów magnetycznych magnesów zostało przedstawione na rysunku 7.8. Magnesy zewnętrzne mają takie same wymiary i właściwości magnetyczne i fizyczne, są magnesami neodymowymi cylindrycznym o wysokości 5 mm i średnicy 5 mm. Umieszczone są w elementach śrubowych, które wkręcane są w tubę (numer 1) z poliamidu. W środku tuby umieszczono magnes neodymowy cylindryczny o wysokości 3 mm i średnicy 10 mm (numer 2). Śruby umożliwiają zmianę położenia magnesów zewnętrznych (numer 3) oraz zmianę magnesu wewnętrznego. Magnesy zewnętrzne ustawiono w odległości 11 mm. Właściwości magnetyczne magnesów zostały przedstawione w tabeli w załączniku 6.



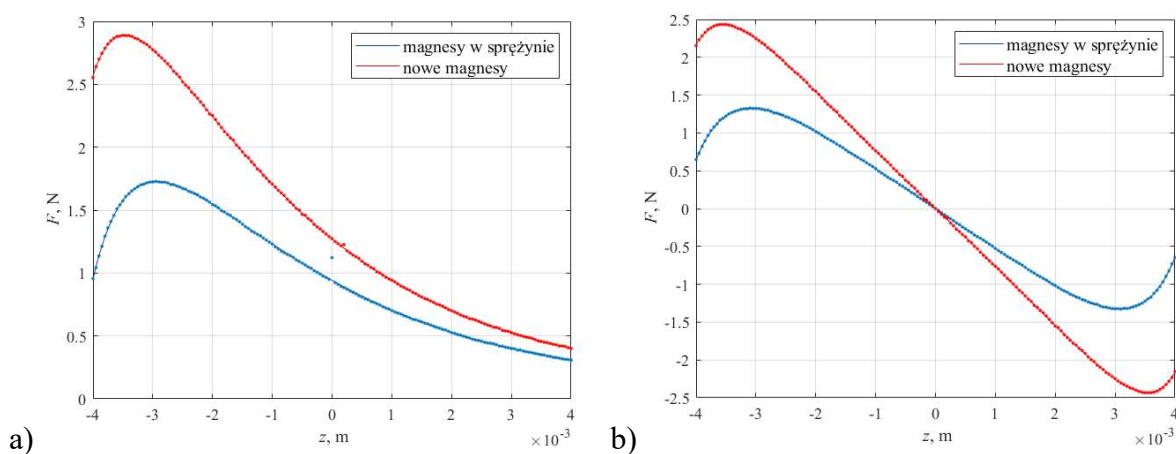
Rys. 7.8 Sprężyna magnetyczna: a) prototyp, b) przybliżenie na magnesy, c) ustawienie biegunów magnetycznych magnesów.

W celu wyznaczenia siły działającej na środkowy magnes wykonano pomiar siły odpychania pomiędzy dwoma magnesami: magnesem zewnętrznym i magnesem wewnętrznym. Stanowisko pomiarowe do badania siły oddziaływania między dwoma magnesami (rys.7.9) składa się z miernika siły Lutron FG-5000A (numer 3) i stolika mikrometrycznego o regulowanej drodze przesuwu, na którym umieszczono magnes zewnętrzny (numer 1), co umożliwia precyzyjną zmianę jego położenia względem magnesu wewnętrznego (numer 2) zamocowanego na siłomierzu. Stanowisko wykonano za pomocą technologii druku przyrostowego na drukarce 3D.



Rys. 7.9 Stanowisko badawcze do badania siły odpychania pomiędzy magnesami.

Wyznaczona w ten sposób siła jest siłą działającą tylko pomiędzy dwoma magnesami. W związku z tym, że magnesy zewnętrzne są takie same można uznać, że siły odpychania między magnesami zewnętrznymi a magnesem lewitującym są równe. Siłę działającą na magnes lewitujący, umieszczony pomiędzy dwoma magnesami zewnętrznymi, można obliczyć poprzez odejmowanie od siebie dwóch sił odpychania wyznaczonych między magnesem lewitującym a magnesem zewnętrznym w zakresie ruchu magnesu w tubie ( $\pm 4$  mm) [80, 81, 83]. Na rysunku 7.10 przedstawiono wykresy siły wyznaczonej z wykorzystaniem stanowiska pomiarowego oraz siły uzyskanej z dodania dwóch przeciwnie działających sił. Siłę przedstawiono dla nowych magnesów oraz dla magnesów pracujących w sprężynie magnetycznej. Wykonano także aproksymację tej siły wielomianem 9 stopnia.



Rys. 7.10 Siła odpychania a) dla dwóch magnesów, b) dla trzech magnesów.



W tabeli 7.1 przedstawiono współczynniki wielomianu 9 stopnia, którym odwzorowano siłę oddziałującą na wewnętrzny magnes sprężyny magnetycznej dla 1 – nowych magnesów, 2 – magnesów w pracującej sprężynie magnetycznej.

Tabela 7.1 Współczynniki wielomianu 9 stopnia aproksymacji siły.

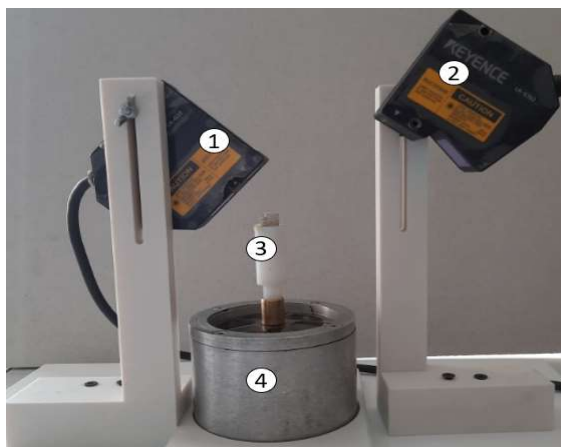
<i>l.p.</i>	$w_9$	$w_8$	$w_7$	$w_6$	$w_5$	$w_4$	$w_3$	$w_2$	$w_1$
1	$-7,51 \times 10^{21}$	$-3,22 \times 10^5$	$1,44 \times 10^{17}$	9,07	$-1,81 \times 10^{12}$	$-8,18 \times 10^{-5}$	$9,36 \times 10^6$	$2,71 \times 10^{-10}$	756,29
2	$-3,96 \times 10^{21}$	$4,27 \times 10^5$	$4,11 \times 10^{16}$	-13,21	$-1,03 \times 10^{12}$	$1,23 \times 10^{-4}$	$-7,06 \times 10^5$	$-3,66 \times 10^{-10}$	527,05

Na rysunku 7.10 można zauważyć, że siła odpychania magnesów rośnie wraz ze zbliżaniem się magnesów, jednak kiedy magnes wewnętrzny znajduje się w pobliżu magnesu zewnętrznego następuje lekkie zmniejszenie siły. Może być to spowodowane oddziaływaniem siły przyciągania między przeciwnymi biegunami tych magnesów oraz ich nie osiowością, ze względu na lekkie przesunięcie magnesów. Można również zauważyć, że w zakresie ruchu magnesu wewnętrznego ( $\pm 1$  mm) siła ta jest liniowa. Siła wyliczona dla magnesów w sprężynie magnetycznej jest znacznie mniejsza niż siła dla nowych magnesów. Może być to spowodowane zmianą własności magnetycznej na skutek poddania działaniu pola magnetycznego wstrząsarki, drganiom, przenoszeniu magnesów, a także samemu ustawieniu magnesów względem siebie. Różnice mogą być także spowodowane niejednorodnym namagnesowaniem magnesów.

Pomiary ruchu magnesu zostały wykonane na stanowisku laboratoryjnym do badania drgań magnesu (rys. 7.11), które składa się ze elektromagnetycznego generatora drgań (wstrząsarki) (numer 4), sprężyny magnetycznej w obudowie (numer 3) oraz dwóch głowic laserowych (numer 1 – głowica LK-G32, numer 2 – głowica LK-G152. Ruch wstrząsarki zapewnia zewnętrzne drgania, które powodują ruch sprężyny magnetycznej, będącej elementem układu odzyskiwania energii. Do pomiaru drgań magnesu lewitującego w harwesterze oraz drgań całego układu odzyskiwania energii wykorzystano laserowe czujniki przemieszczenia firmy KEYENCE odpowiednio LK-G32 dla drgań magnesu lewitującego oraz LK-G152 dla stołu wstrząsarki. Głowica laserowa LK-G32 ma powtarzalność równą  $0,05 \mu\text{m}$ , a głowica laserowa LK-G152 ma powtarzalność równą  $0,5 \mu\text{m}$ , umożliwiając zatem wyznaczenie przemieszczenia z dużą dokładnością. Elementy stanowiska zostały wykonane za pomocą technologii druku przyrostowego na drukarce 3D. Pomiary zostały wykonane z wykorzystaniem programu LK-Navigator 2, w którym dla obydwu głowic ustawiono czas próbkowania równy  $200 \mu\text{s}$ . Program ten umożliwia zapisanie wyniku z głowic laserowych w postaci przemieszczenia.

Wstrząsarka była zasilana z generatora AGILENT 33210, którego sygnał wzmacniany był przez wzmacniacz IRS2092. Przez nieliniową charakterystykę wzmacniacza i zakłócony sygnał

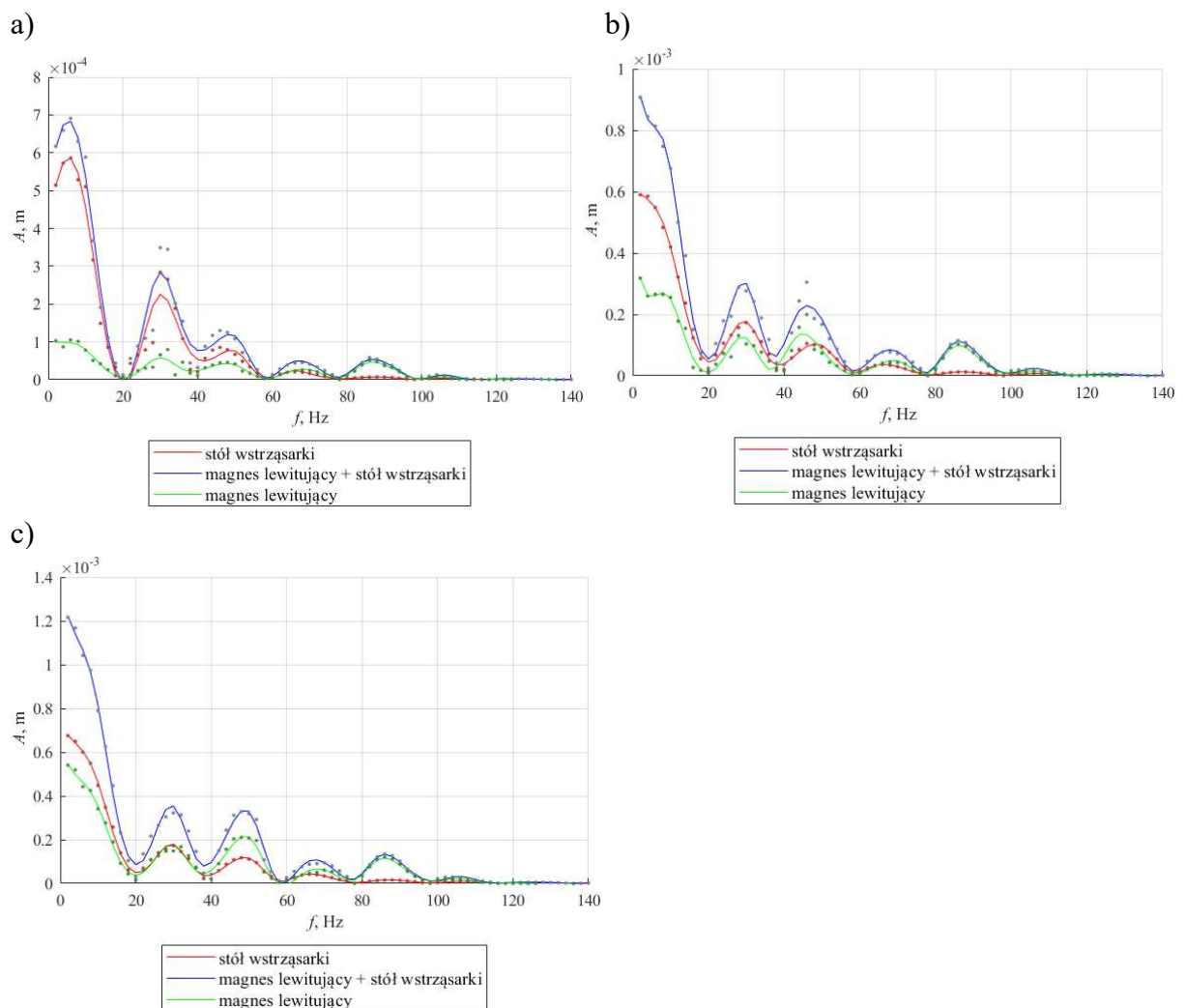
napięcia postanowiono utrzymywać stałą amplitudę natężenia prądu sinusoidalnego. Natężenie prądu obserwowano na oscyloskopie.



Rys. 7.11 Stanowisko pomiarowe do badania drgań magnesu.

Przeprowadzono pomiary przy zasileniu wstrząsarce natężeniem prądu o minimalnej amplitudzie możliwej do uzyskania przez wzmacniacz: 0,35 A, przy maksymalnej amplitudzie 0,75 A oraz przy amplitudzie, znajdującej się pomiędzy tymi dwoma wartościami 0,6 A zmieniając częstotliwość natężenia prądu. Wyniki, w formie charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowej przemieszczenia magnesu lewitującego w harwesterze na wstrząsarce (oznaczonego „magnes lewitujący+stół wstrząsarce”), stołu wstrząsarce (oznaczonego „stół wstrząsarce”) oraz magnesu lewitującego w harwesterze (oznaczonego „magnes lewitujący”), przedstawiono na rysunku 7.12. Wyniki przemieszczenia magnesu lewitującego w harwesterze uzyskano przez odejmowanie wyników przemieszczenia magnesu lewitującego w harwesterze na wstrząsarce od przemieszczenia stołu wstrząsarce. Amplituda została wyznaczona za pomocą Szybkiej Transformaty Fouriera (FFT) z uwzględnieniem obliczeń dla odpowiedniej częstotliwości ruchu. Na rysunku 7.12 można zauważyć, że im wyższy prąd zasilający wstrząsarke, tym wyższa amplituda ruchu stołu wstrząsarce oraz magnesu lewitującego w harwesterze. Można również zauważyć, że dla niższych wartości częstotliwości (do około 40 Hz) amplituda ruchu magnesu lewitującego w harwesterze na wstrząsarce jest wyższa od amplitudy ruchu stołu wstrząsarce. Im wyższy jest prąd wstrząsarce, tym różnica amplitud jest wyższa, czyli ruch samego magnesu lewitującego w harwesterze ma wyższą amplitudę. Może to być spowodowane obrotem magnesu lewitującego w harwesterze wewnątrz komory. Można zauważyć, że przy minimalnej amplitudzie ruchu stołu wstrząsarce dla około 86 Hz amplituda ruchu magnesu jest znacznie wyższa. Można zatem uznać, że jest to częstotliwość rezonansowa sprężyny magnetycznej. Z wyliczonej siły działającej na magnes lewitujący w harwesterze i z jej aproksymacji można wyliczyć wartość częstotliwości przyjmując, że współczynnik  $w_1$  jest współczynnikiem sprężystości (równanie 6.6 rozdział 6.3). Wyliczona tak częstotliwość

rezonansowa dla nowych magnesów wynosi 103,59 Hz, a dla magnesów w sprężynie magnetycznej 86,7 Hz. Różnica w tym przypadku oraz występowanie wyraźnej częstotliwości rezonansowej dla sprężyny magnetycznej w 86 Hz może być spowodowana obrotem magnesu lewitującego w harwesterze wewnątrz komory, a także rozmagnesowaniem i nie osiowością magnesów zewnętrznych i lewitującego, co skutkuje zmianą siły oddziaływania pomiędzy nimi, a w rezultacie zmianą częstotliwości rezonansowej. Analizując ruch stołu wstrząsarki można zauważyć wzrost amplitudy w okolicy 2 Hz, 30 Hz, 46 Hz oraz 68 Hz. Te wartości mogą oznaczać częstotliwości rezonansowe wstrząsarki. Zostały one wykorzystane do modelowania i wyznaczenia współczynników sztywności wstrząsarki w rozdziale 6.3. Wstrząsarka zbudowana jest z dwóch sprężyn planarnych oraz łączącego je sworznia, na którym znajduje się magnes i nawinięta cewka. Sprężyny planarne mogą mieć kilka częstotliwości rezonansowych. W modelu można je przybliżyć jako kilka sprężyn liniowych o różnych współczynnikach sztywności.



Rys. 7.12 Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa wyznaczonego doświadczalnie przemieszczenia magnesu i wstrząsarki dla prądu płynącego w cewce wstrząsarki o amplitudzie a) 0,35 A, b) 0,6 A, c) 0,75 A.

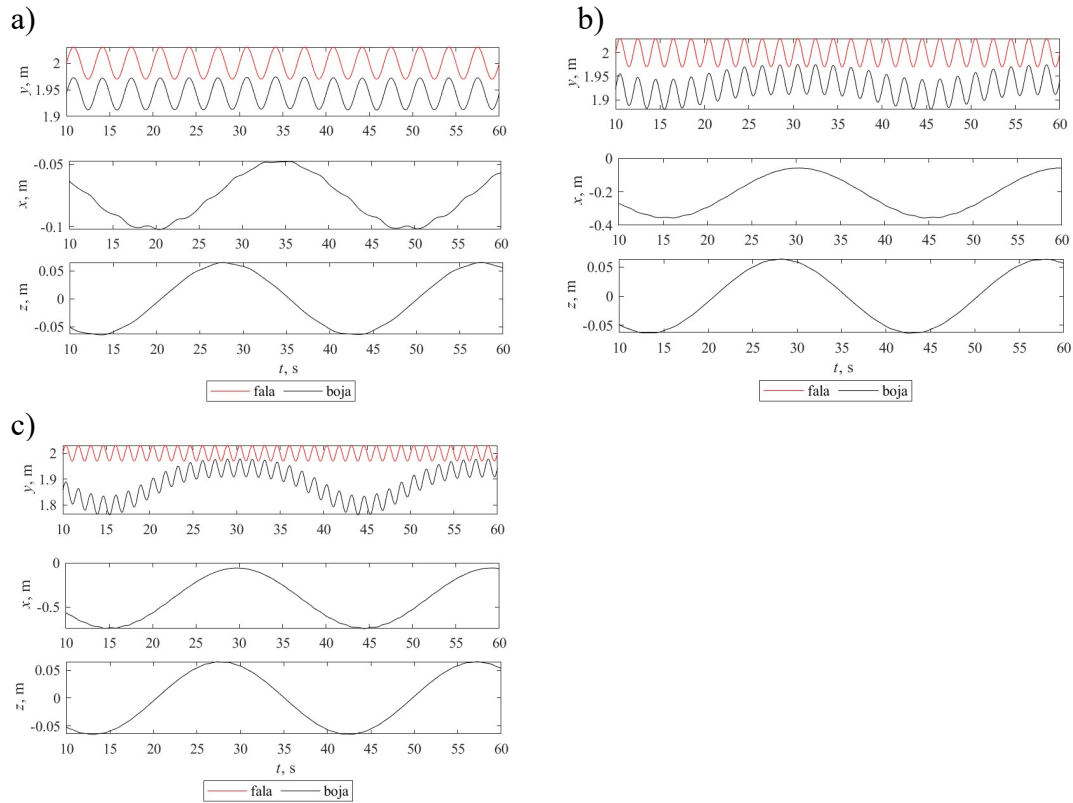
## 8 Weryfikacja i dyskusja wyników

### 8.1 Porównanie badań symulacyjnych i doświadczalnych ruchu boi

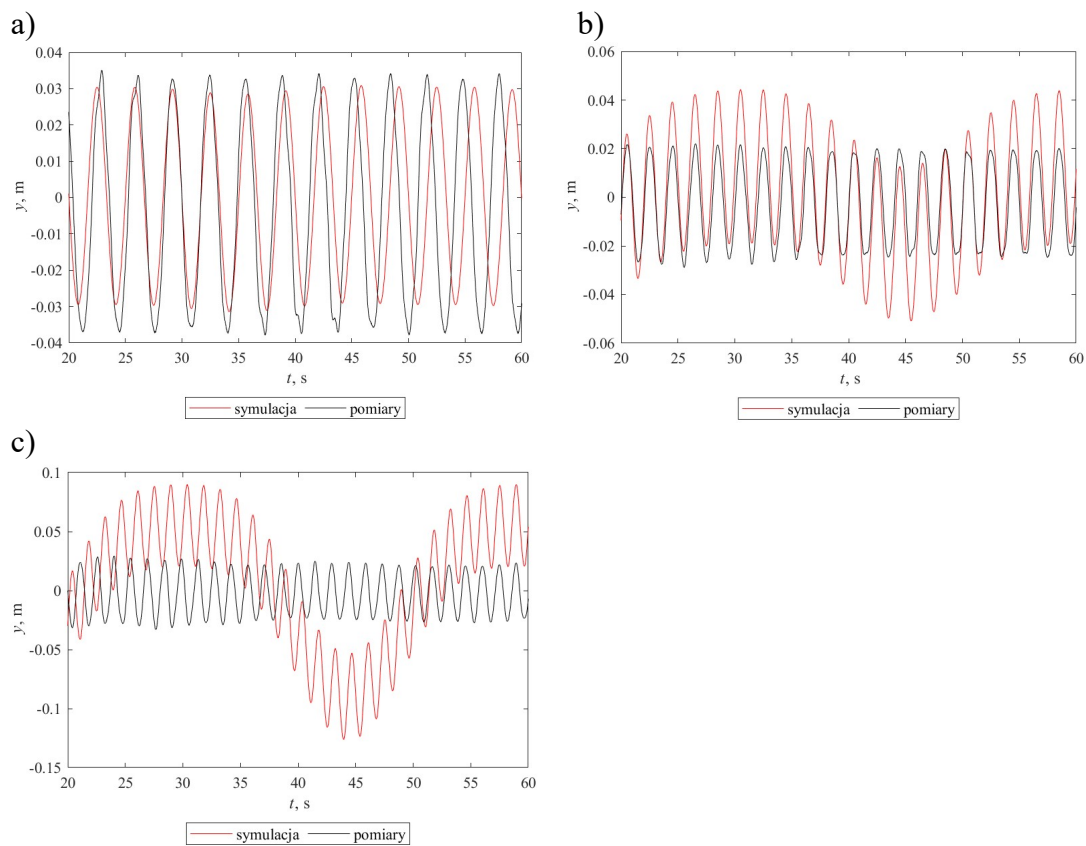
Dane z badań symulacyjnych i doświadczalnych ruchu boi różnią się w nieznaczny sposób. W badaniach boja miała kształt sfery z obciążnikami i była przyczepiona do dna liną elastyczną. Natomiast w symulacji założono, że boja ma kształt walca, a lina kotwicząca jest sztywna i stanowi balans dla boi, zatem boja nie obraca się względem liny kotwiczącej, tylko względem podłoża razem z liną. Model ten należałoby uzupełnić o kilka stopni swobody albo uwzględnić obroty w boi zakładając linę kotwiczącą jako siłę zewnętrzną działającą na boję. W symulacji założono także, że boja jest jednolita, natomiast w badaniach boja miała obciążniki w dolnej części sfery, powodowało to powstanie balastu, który powodował ograniczenie obrotu boi. W przypadku boi kulistej bez balastu boja obracałaby się na falach. Należało zatem zmodyfikować model tak, aby uwzględnione były zmiany w geometrii. Porównując wyniki z symulacji i z badań, mimo różnych boi można zauważyć, że model zachowuje się podobnie, m.in. im większa częstotliwość tym większa różnica między falą a ruchem boi. Zauważono także, że przy założeniu całego ciężaru jako sferycznej boi, bez rozłożenia ciężaru na balast, boja w symulacji obraca się wokół osi  $z$ . Dlatego należało rozłożyć ciężar tak, aby część ciężaru boi uwzględniona została w linie, która w przypadku symulacji spełnia rolę balastu, założono masę boi jako 1,1 kg, a masę liny jako 0,8 kg.

Na rysunku 8.1 przedstawiono wyniki symulacji dla boi sferycznej dla fal o częstotliwości 0,3 Hz, 0,5 Hz i 0,7 Hz. Można zauważyć, że im wyższa częstotliwość fali, tym większe kołysanie się boi. Przemieszczenie w osi  $x$  rośnie z częstotliwością, tak samo jak w przypadku boi z badań przeprowadzonych przez Uniwersytet w Edynburgu, a przemieszczenie w osi  $z$  pozostaje stałe i na znacznie mniejszym poziomie niż przemieszczenie w osi  $x$ . Ruch boi w osi  $x$  i  $z$  w symulacji jest spokojniejszy. Różnice pomiędzy badaniami a symulacją mogą wynikać zarówno z uproszczenia sił działających w osi  $x$  i  $z$ , a także z założenia mas boi i balastu, ze względu na brak danych.

W celu porównania ruchu boi z badań symulacyjnych i pomiarowych na rysunku 8.2 przedstawiono ruch boi w osi  $y$ . Ze względu na to, że w badaniach pomiaru dokonywano ponad boją na „drzewie” z markerami, natomiast w symulacji mierzone było przemieszczenie środka ciężkości boi względem dna zbiornika, należało sprowadzić ruch boi do tego samego poziomu. Na rysunku 8.2 można zauważyć, że boja w symulacji przechyla się mocniej. Z pomiaru fali w [118] wynika, że mimo założenia regularności fal, fale te były nieregularne, co również ma wpływ na ruch boi.



Rys. 8.1 Przesunięcie boi z symulacji w osiach  $x$ ,  $y$  i  $z$  na fali o amplitudzie  $0,03 \text{ m}$  i częstotliwości a)  $0,3 \text{ Hz}$ , b)  $0,5 \text{ Hz}$ , c)  $0,7 \text{ Hz}$ .

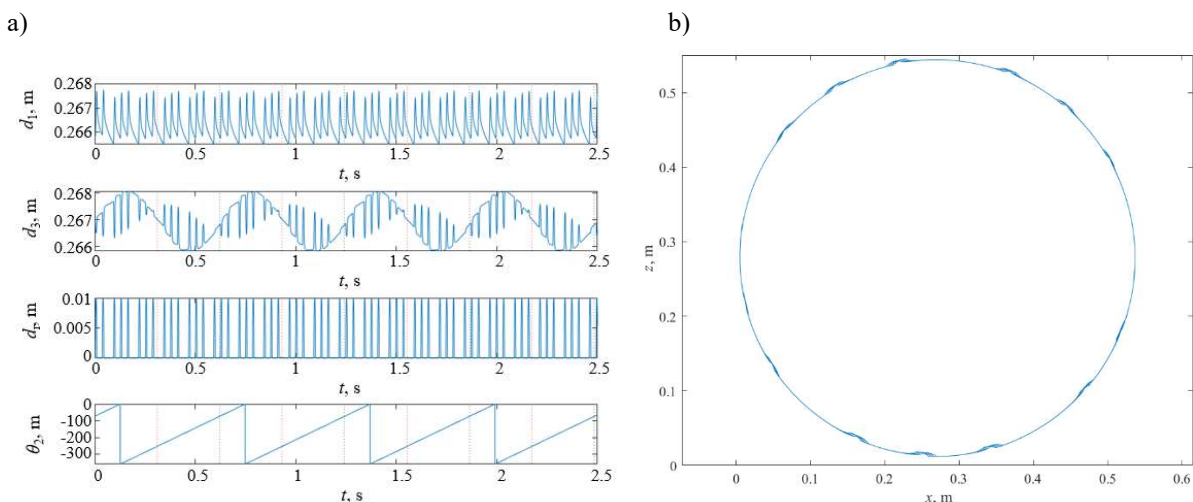


Rys. 8.2 Przesunięcie boi z symulacji i z badań w osi  $y$  na fali o amplitudzie  $0,03 \text{ m}$  i częstotliwości a)  $0,3 \text{ Hz}$ , b)  $0,5 \text{ Hz}$ , c)  $0,7 \text{ Hz}$ .

## 8.2 Porównanie badań symulacyjnych i doświadczalnych ruchu koła

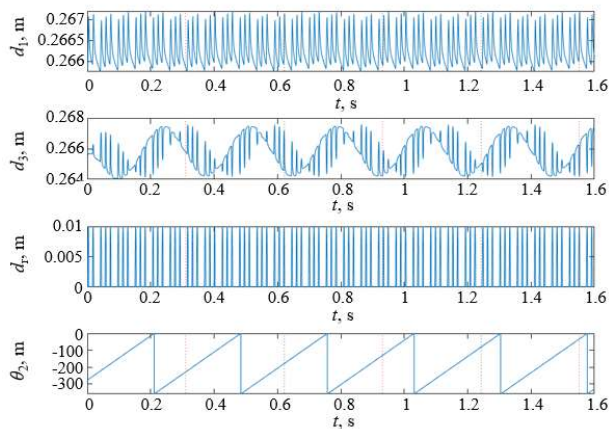
Podczas badań zauważono, że trajektoria ruchu harwestera w modelu symulacyjnego koła samochodowego jest podobna do trajektorii ruchu markera na obrzeżu koła samochodowego. Wykorzystane w symulacji koło ma inne parametry, są to parametry z Citroena Xsara II (tabela w załączniku 3), od parametrów koła na stanowisku laboratoryjnym (tabela w załączniku 11). W symulacji założono, że koło znajduje się w samochodzie, chociaż nie zostały uwzględnione amortyzatory występujące w zawieszeniu, a oś koła zmienia położenie zgodnie z nierównością drogi. W badaniach oś koła umocowana jest na wahaczu, którego ruch ograniczony jest śrubą przez co można uznać, że ruch osi koła w pionie będzie ograniczony. Jeśli ruch ten byłby całkowicie ograniczony tak, że oś koła byłaby nieruchoma, a w związku z tym nie następowałaby zmiana położenia markera w górnej części trajektorii ruchu, należałoby zastosować model koła o 2-DoF. W tym przypadku następuje zmiana położenia osi, a tym samym położenia markera, można zatem uznać, że model o 3-DoF swobody jest odpowiedni do symulacji ruchu takiego markera.

W związku z tym, że koło samochodowe występujące w pomiarach na stanowisku z kołem samochodowym ma inne wymiary od modelu koła samochodowego bezpośrednie porównanie jest możliwe poprzez powtórzenie symulacji dla wymiarów koła samochodowego z badań. Wyniki symulacji w postaci przemieszczeń przegubów oraz trajektorii ruchu harwestera przedstawiono poniżej na rysunkach 8.3 a) oraz 8.3 b) dla 10 Hz oraz na rysunkach 8.4 a) oraz 8.4 b) dla 15 Hz.

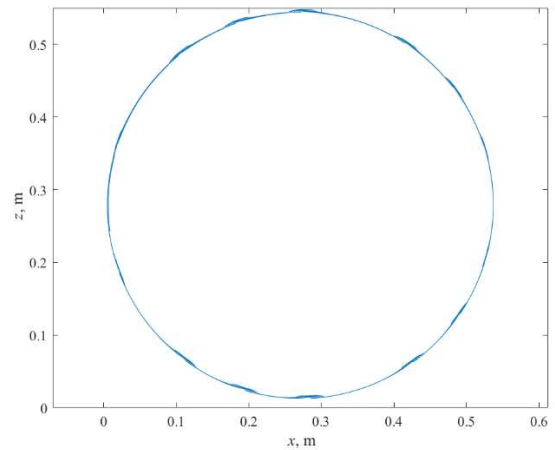


Rys. 8.3 Wyniki symulacji układu koła o 3-DoF dla 10 Hz a) przemieszczenia przegubów, b) trajektoria ruchu harwestera.

a)



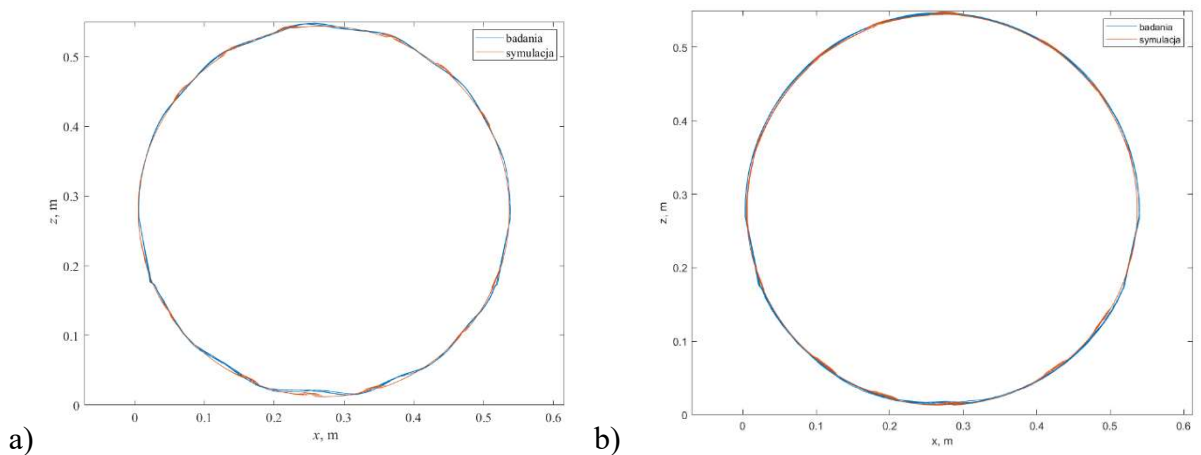
b)



Rys. 8.4 Wyniki symulacji układu koła o 3-DoF dla 15 Hz a) przemieszczenia przegubów, b) trajektoria ruchu harwestera.

Można zauważyć, że ruch przegubu pierwszego odpowiada nierówności drogi, a ruch przegubu trzeciego także zmienia się wraz z nierównością drogi, w zależności od położenia harwestera względem tej nierówności. Trajektoria ruchu odzwierciedla zmianę położenia osi obrotu pod wpływem nierówności oraz ugięcia przegubów – opony, pod wpływem tych nierówności. Ugięcia te są największe, kiedy harwester znajduje się dokładnie w punkcie styku z podłożem oraz ponad nim.

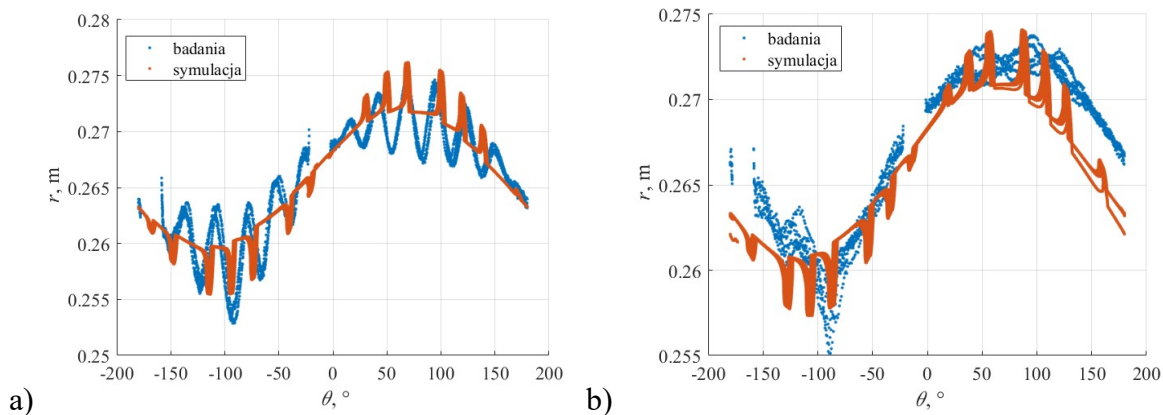
W celu porównania wyników symulacji oraz wyników badań, przedstawiono trajektorię harwestera oraz trajektorię ruchu markera na jednym rysunku (rys. 8.5 a) dla 10 Hz, (rys. 8.5 b) dla 15 Hz.



Rys. 8.5 Trajektoria ruchu harwestera i trajektoria ruchu markera a) dla 10 Hz, b) dla 15 Hz.

W związku z tym, że na kartezjańskim układzie współrzędnych drgania są prawie niewidoczne i porównanie między symulacją a badaniami rzeczywistymi jest utrudnione, postanowiono również przeprowadzić transformację wykresów na biegunowy układ współrzędnych. Na rysunku 8.6 przedstawiono ruch markera i harwestera w biegunowym układzie

współrzędnych (a – układ zależności promienia od kąta obrotu dla 10 Hz, b – układ zależności promienia od kąta obrotu dla 15 Hz).



Rys. 8.6 Trajektoria ruchu markera i harwestera przedstawiona w biegunowym układzie współrzędnych jako zależność promienia od kąta obrotu a) dla 10 Hz, b) dla 15 Hz.

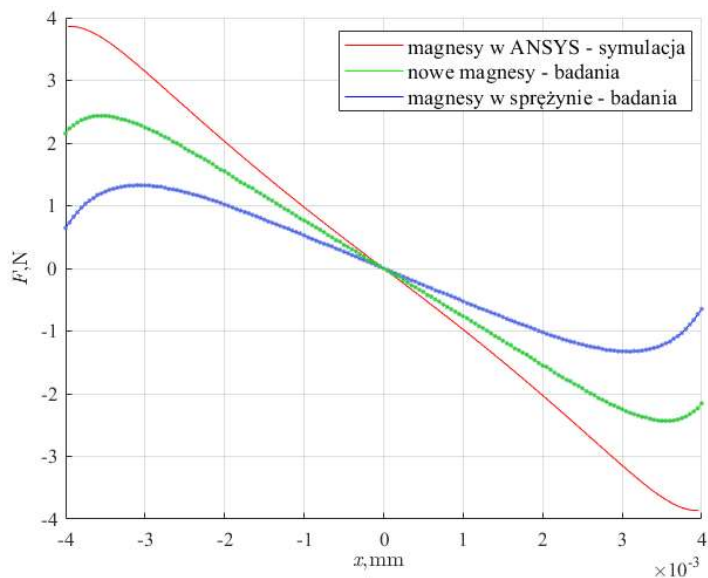
Na rysunkach 8.5 i 8.6 można zauważyć, że wyniki z badań symulacyjnych i doświadczalnych są podobne, jednak występuje w nich przesunięcie, a wynik ugięcia dla symulacji jest niższy. Może to wynikać z różnicy pomiędzy przyjętymi wartościami współczynników sztywności i tłumienia a rzeczywistymi wartościami, a także różnicą w prędkości koła. W symulacji przyjęto, że koło porusza się ze stałą prędkością wynikającą z przeliczenia prędkości obrotowej silnika, jednak w rzeczywistości ruch koła spowalniany jest przez progi. Dodatkowo przesunięcie wyników może być spowodowane innym ustawieniem nierówności względem koła w przypadku symulacyjnym i rzeczywistym. Zarówno w przypadku symulacji jak i badań można zauważyć, że większa prędkość koła spowodowała mniejsze odkształcenie. W badaniach rzeczywistych ugięcie następuje w dwóch kierunkach, natomiast w symulacji ugięcie występuje tylko w jednym kierunku. W modelu założono, że opona wraca do kształtu poprzedniego równego promieniowi koła, nie uwzględniono, że może nastąpić ugięcie w odwrotnym kierunku, które spowodowane jest opadaniem środka osi obrotu.

Zamodelowanie ruchu harwestera w kole samochodowym z wykorzystaniem przekształcenia jednorodnego jest możliwe w celu uzyskania ruchu harwestera, a w konsekwencji ruchu elementu odzyskującego energię. Wyniki trajektorii ruchu harwestera uzyskane symulacyjnie i trajektorii ruchu markera uzyskane podczas badań doświadczalnych są podobne i potwierdzają przydatność zaproponowanej metody modelowania. W przypadku rzeczywistego koła jadącego po drodze można zwiększyć dokładność poprzez uwzględnienie obrotów i przechyleń koła. Wyniki są zależne także od sił działających na koło, dlatego ważne jest wyznaczenie współczynników sprężystości i tłumienia opony oraz siły wynikającej z nacisku opony na podłoże oraz określenie nierówności drogi.



### 8.3 Porównanie badań symulacyjnych i doświadczalnych ruchu sprężyny magnetycznej

Wyniki badań symulacyjnych ruchu sprężyny magnetycznej zostały porównane z wynikami badań doświadczalnych. W związku z tym, że zauważono różnice we współczynnikach siły sprężystości uzyskanej z pomiarów oraz uzyskanej z analizy w programie ANSYS, wykresy sił porównano i przedstawiono poniżej.

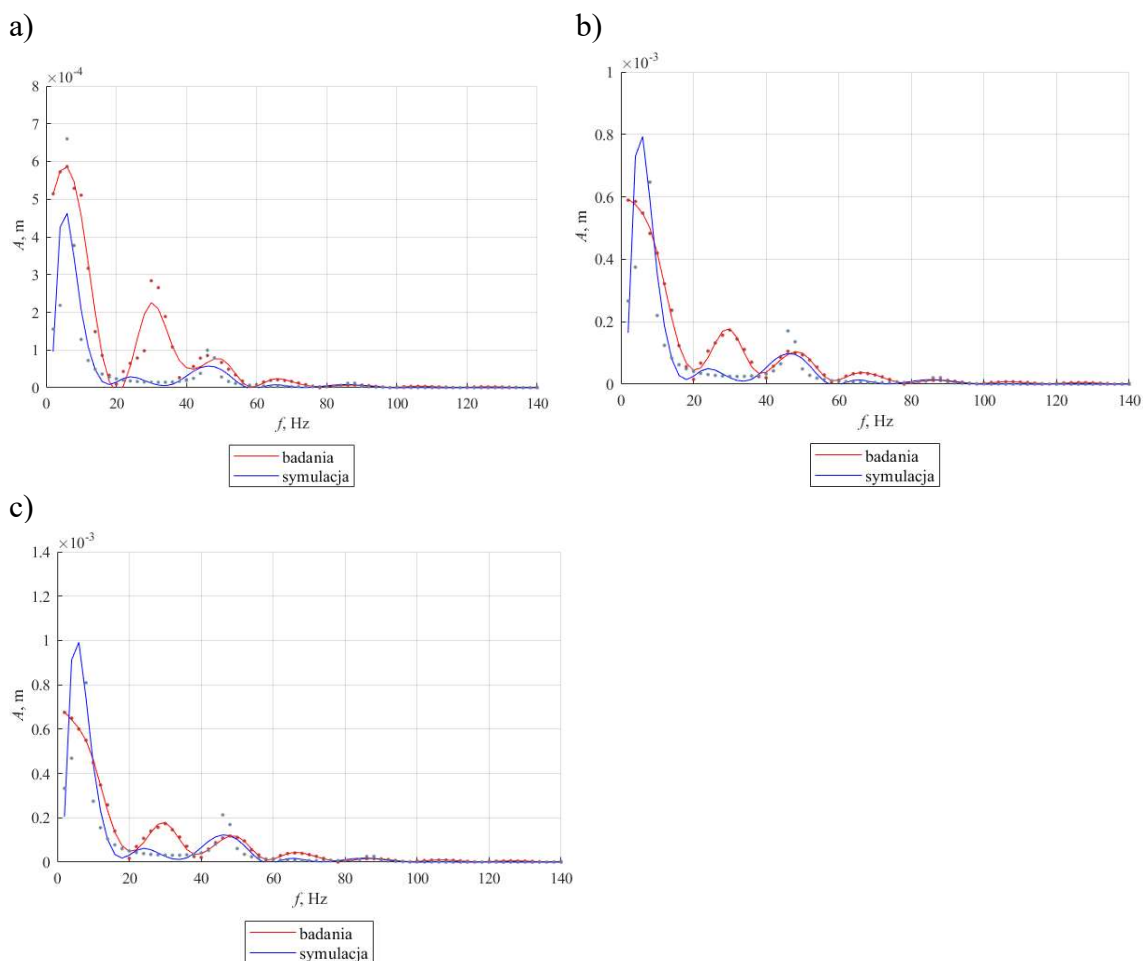


Rys. 8.6 Porównanie siły sprężystości uzyskanej z pomiarów oraz z analizy w programie ANSYS.

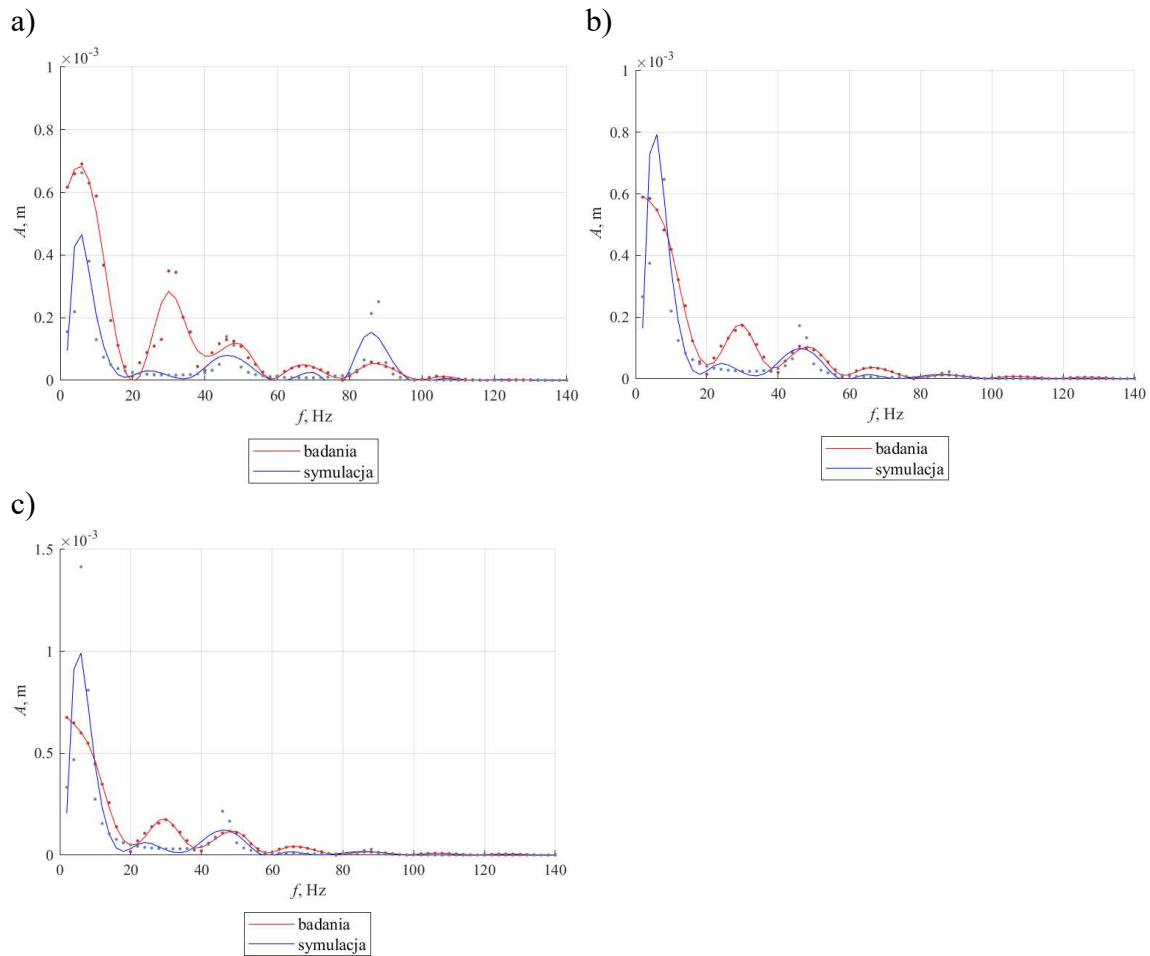
Na rysunku 8.6 można zauważyć, że siła uzyskana z analizy w programie ANSYS ma wyższe wartości niż siła uzyskana w wyniku pomiarów. Kształt wykresów sił jest jednak taki sam dla pomiaru i symulacji, w obydwu przypadkach występuje pewna liniowość wykresu w zakresie ruchu magnesu. Nachylenie odcinka liniowego jest większe dla siły z analizy w programie ANSYS. Kiedy magnes wewnętrzny znajduje się w pobliżu magnesów zewnętrznych następuje zmniejszenie siły sprężystości, co może być spowodowane działaniem siły przyciągania pomiędzy różnoimiennymi biegunami magnesów. Różnice w wartościach pomiędzy symulacją a pomiarami mogą być spowodowane nieosiowością magnesów w rzeczywistych pomiarach, czyli przesunięciem tych magnesów, a także rozmagnesowaniem się i niejednorodnym namagnesowaniem magnesów oraz innymi własnościami magnetycznymi podanymi w karcie producenta niż własności magnetyczne rzeczywistych magnesów. Pod wpływem ruchu sprężyny magnetycznej na wstrząsarce elektromagnetycznej, magnesy również zmieniają swoje własności magnetyczne, co skutkuje zmniejszeniem się wartości siły. W związku z tym, że dla wartości współczynnika  $w_1=527,05$  N/m częstotliwość rezonansowa jest równa 86,7 Hz, postanowiono powtórzyć symulacje dla tych wartości siły. Porównano symulacje ruchu magnesu na wstrząsarce

oraz ruchu stołu wstrząsarki z pomiarami na rzeczywistym obiekcie zarówno dla siły wyliczonej w programie ANSYS (rys. 8.7 i rys.8.9) jak i siły w działającej sprężynie magnetycznej (rys. 8.8 i 8.10).

Zarówno dla siły wyliczonej z symulacji w programie ANSYS jak i dla siły z pomiarów sprężyny magnetycznej amplituda ruchu wstrząsarki (rys.8.7 i rys. 8.8) jest taka sama. Zmiana w amplitudzie ruchu magnesu w sprężynie magnetycznej w niewielkim stopniu wpływa na ruch stołu wstrząsarki i nie uwidocznia się to w zmianie amplitudy ruchu. Można zauważyć, że ruch stołu wstrząsarki w symulacji jest bardziej zależny od prądu niż ruch zaobserwowany w badaniach doświadczalnych. W celu przybliżenia amplitudy ruchu stołu wstrząsarki z symulacji do pomiarów można uwzględnić więcej stopni swobody oraz zamodelować sprężynę planarną jako połączenie przegubów obrotowych. Następnie należy przeprowadzić optymalizację w celu wyznaczenia współczynników sztywności i tłumienia. Różnica w amplitudzie może być także spowodowana drganiami stołu pod wpływem drgań wstrząsarki.



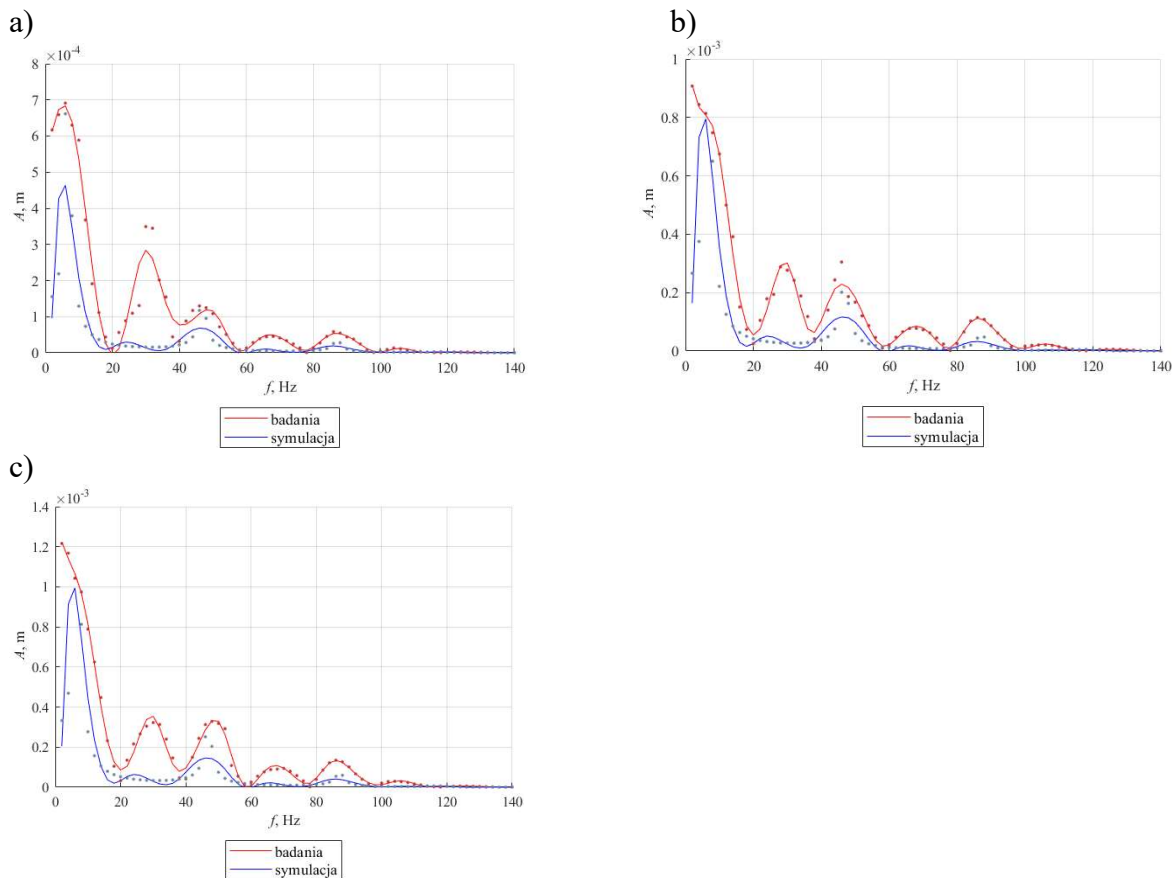
Rys. 8.7 Porównanie charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowej przemieszczenia stołu wstrząsarki dla symulacji z siłą w programie ANSYS i pomiarów przy natężeniu prądu płynącego w cewce wstrząsarki o amplitudzie a) 0,35 A, b) 0,6 A, c) 0,75 A.



Rys. 8.8 Porównanie charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowej przemieszczenia stołu wstrząsarki dla symulacji z siłą wyliczoną dla sprężyny magnetycznej i pomiarów przy natężeniu prądu płynącego w cewce wstrząsarki o amplitudzie a) 0,35 A, b) 0,6 A, c) 0,75 A.

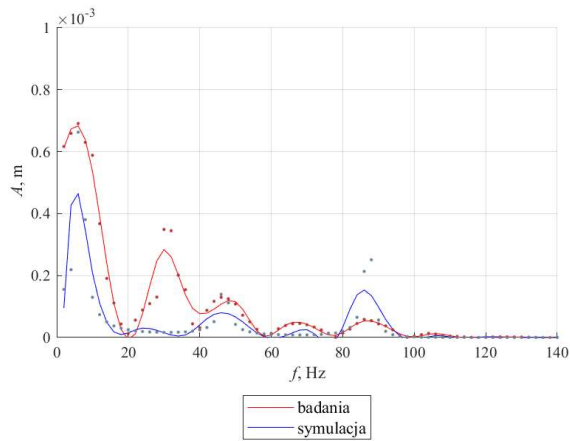
Dla siły wyliczonej w programie ANSYS częstotliwość rezonansowa sprężyny magnetycznej występuje dla 117 Hz, a dla siły w działającej sprężynie magnetycznej 86,7 Hz, natomiast z pomiarów przemieszczenia wynika, że częstotliwość rezonansowa jest równa około 86 Hz. Można zauważyć to także na wynikach amplitudy symulacji (rys. 8.9 i rys. 8.10). Dla siły wyliczonej w programie ANSYS wzrost amplitudy w okolicy 86 Hz spowodowany jest głównie wzrostem amplitudy wstrząsarki, natomiast dla siły otrzymanej z pomiarów występuje wyraźny wzrost amplitudy w okolicy 87 Hz. Różnice w częstotliwości rezonansowej mogą być spowodowane wyższym tłumieniem w sprężynie magnetycznej w rzeczywistości niż w symulacji oraz obrotem magnesu. Można zauważyć, że w symulacjach amplituda ruchu magnesu na wstrząsarce dla niższych wartości częstotliwości (do około 20 Hz) ma podobną wartość do amplitudy ruchu wstrząsarki, natomiast w badaniach amplituda ruchu magnesu na wstrząsarce jest wyższa, co może być wynikiem obrotu magnesu oraz nieliniowości siły tłumienia.

Porównując wyniki dla symulacji dla siły sprężystości wyliczonej w programie ANSYS oraz dla siły sprężystości wyliczonej z pomiarów doświadczalnych z pomiarami przemieszczenia, można zauważyć, że w celu osiągnięcia dokładnych wyników z symulacji modelu należy zmierzyć siłę działającą między magnesami w działającej sprężynie magnetycznej. Między rzeczywistymi właściwościami magnetycznymi, a podanymi w kartach producenta może występować znaczna różnica, istotna dla działania sprężyny magnetycznej.

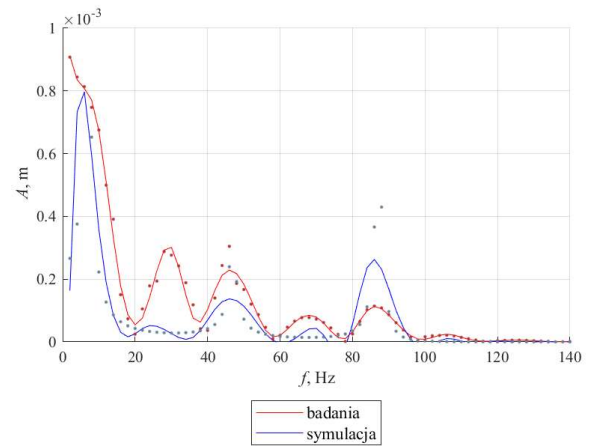


Rys. 8.9 Porównanie charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowej przemieszczenia magnesu lewitującego w harvesterze na wstrząsarce dla symulacji z siłą w programie ANSYS i pomiarów przy natężeniu prądu płynącego w cewce wstrząsarki o amplitudzie a) 0,35 A, b) 0,6 A, c) 0,75 A.

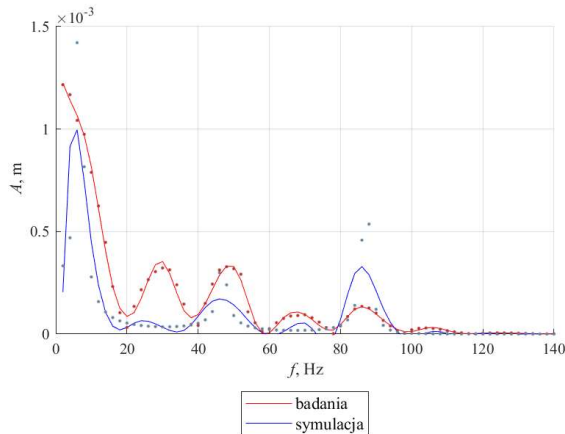
a)



b)



c)



Rys. 8.10 Porównanie charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowej przemieszczenia magnesu lewitującego w harwesterze dla symulacji z siłą wyznaczoną dla sprężyny magnetycznej i pomiarów przy natężeniu prądu płynącego w cewce wstrząsarki o amplitudzie a) 0,35 A, b) 0,6 A, c) 0,75 A.

Zamodelowanie sprężyny magnetycznej na wstrząsarce z wykorzystaniem przekształcenia jednorodnego jest możliwe, a wyniki amplitudy przemieszczenia w zależności od częstotliwości są zbliżone do wyników uzyskanych z pomiarów. Dokładniejszy model uwzględniający przeguby obrotowe sprężyn planarnych wstrząsarki oraz przegub obrotowy w ruchu magnesu, a także dopasowanie siły działającej pomiędzy magnesami i współczynników tłumienia może zniwelować różnice wartości amplitud oraz częstotliwości.

## 9 Podsumowanie

W pracy przedstawiono nowy sposób modelowania ruchu układów odzyskiwania energii z wykorzystaniem notacji Denavita-Hartenberga (D-H). Notacja D-H stosowana jest w robotyce do wyznaczania trajektorii ruchu końcówki roboczej manipulatora. Spośród przykładów podanych w rozdziale 2.1, który przedstawia ogólny podział układów odzyskiwania energii, wybrano następujące: boję odzyskującą energię z falowego ruchu wody, układ odzyskiwania energii z odkształcenia opony, sprężynę magnetyczną odzyskującą energię z drgań. Generator układu odzyskiwania energii (harwester) został potraktowany w tych układach jako końcówka robocza manipulatora. W rozdziale 2 opisano przykładowe układy odzyskiwania energii i przeanalizowano ich ruch, co umożliwiło przedstawienie ich w postaci łańcuchów kinematycznych. Ruch liniowy w pionie i poziomie przedstawiono jako przeguby pryzmatyczne, a obrót, przechylenie się i kołysanie jako przeguby obrotowe. W celu ustalenia kolejności występowania przegubów w łańcuchu kinematycznym konieczne było przeanalizowanie ruchu elementów układu odzyskiwania energii pod kątem ich wzajemnego oddziaływania.

W rozdziale 3.1 przedstawiano procedury opisu łańcuchów kinematycznych: kinematyki prostej, kinematyki środków ciężkości i kinematyki prędkości środków ciężkości stosowanej w robotyce. W rozdziale 3.2 opisano ogólnie siły zewnętrzne i potencjalne działające na poszczególne elementy łańcucha kinematycznego obiektu. Siły te pochodzą ze środowiska w jakim znajduje się badany obiekt. Siły zewnętrzne wyrażone w bazowym układzie współrzędnych zostały przekształcone w taki sposób, aby uwzględnione było ich działanie na dany przegub. Siły sprężystości i siły tłumienia elementów sprężystych, działają tylko w danym przegubie. Ogólne równania dynamiki dla łańcucha kinematycznego układu przedstawiono w rozdziale 3.3 korzystając z przekształconego równania Eulera-Lagrange'a po obliczeniu macierzy bezwładności oraz macierzy Christoffela.

W rozdziale 4 przedstawiono łańcuchy kinematyczne układów odzyskiwania energii o najmniejszej liczbie swobody. Każdemu przegubowi przedstawiającemu ruch wykonywany przez układ odzyskiwania energii przypisano układ współrzędnych i określono parametry kinematyczne łańcucha takie, jak: długości członów, odsunięcia przegubów, kąty skręcenia członów i kąty przegubów – odpowiadające parametrom elementów układu odzyskiwania energii. Dzięki takiemu przypisaniu, określone zostały pozycje i orientacje poszczególnych układów współrzędnych w postaci macierzy przekształceń jednorodnych. Analizując siły działające w wybranych układach odzyskiwania energii, stwierdzono, że są to siły

oddziaływania grawitacyjnego, siły unoszenia i wyporu, sztywności, tłumienia oraz siły zewnętrzne wprawiające układy w ruch. Dla każdego z wybranych układów odzyskiwania energii wyprowadzono równania ruchu.

Wyprowadzenie równań dynamiki i przedstawienie ich w postaci kanonicznej umożliwiło implementację modeli matematycznych ruchu układów odzyskiwania energii w programie Simulink/Matlab. Implementacja ta przedstawiona jest w rozdziale 5. W modelach matematycznych uwzględniono siły zewnętrzne działające na układy odzyskiwania energii oraz ograniczenia wynikające z budowy tych układów i środowiska w jakim się znajdują.

Przeprowadzono symulację ruchu każdego z układów odzyskiwania energii dla różnych parametrów charakteryzujących te układy, takich jak masy, wymiary geometryczne, czy siły zewnętrzne wprawiające układ w ruch. Wyniki badań symulacyjnych przedstawiono w rozdziale 6.

W celu weryfikacji modeli matematycznych przeprowadzono badania ruchu wybranych układów odzyskiwania energii, których wyniki badań przedstawiono w rozdziale 7.

W rozdziale 8 przeprowadzono weryfikację modeli matematycznych. W tym celu powtórzono symulacje z wykorzystaniem danych z przeprowadzonych badań doświadczalnych.

Wyniki badań symulacyjnych i badań doświadczalnych potwierdzają, że możliwe jest opisanie ruchu elementu układów odzyskiwania energii z wykorzystaniem modeli matematycznych, bazujących na przekształceniu jednorodnym. Przedstawione układy odzyskiwania energii mogą zostać poprawnie zamodelowane poprzez zastosowanie odpowiedniej kombinacji i kolejności przegubów łańcucha kinematycznego. Modele matematyczne układów odzyskiwania energii przy zmianie parametrów ich charakteryzujących (sztywności, mas, wymiarów geometrycznych, itd.) zachowują się zgodnie z oczekiwaniami. Taki sposób modelowania zapewnia ujednoczenie i zwięzły opis matematyczny układów odzyskiwania energii. Podczas badań zauważono, że analiza sił zewnętrznych jest bardzo istotna w procesie wyznaczania ruchu elementu układu odzyskiwania energii. Różnice między siłami rzeczywistymi, a siłami założonymi w symulacjach mogą prowadzić do znaczących rozbieżności wyników. Rozbieżności te są w szczególności kluczowe przy optymalizacji układów odzyskiwania energii pod kątem wyznaczenia częstotliwości rezonansowych. Istotne jest również przeanalizowanie ruchu występującego w układzie odzyskiwania energii. Ruch poszczególnych elementów może mieć znaczący wpływ na amplitudę ruchu harwestera oraz na częstotliwość rezonansową układu.

Kierunek dalszych prac skupiać się będzie głównie na analizie i badaniu sił występujących w różnych elementach łańcucha kinematycznego układu odzyskiwania energii. Modele matematyczne będą rozwijane przez dodanie kolejnych stopni swobody. Sprawdzenia wymaga także zjawisko spadku siły magnetycznej w sprężynie magnetycznej. Badane będą procesy starzeniowe magnesów trwałych, które skutkują zmianą częstotliwości rezonansowej, a w rezultacie zmniejszeniem odzyskiwanej energii z drgań o określonej wcześniej częstotliwości rezonansowej.



## 10 Bibliografia

- [1] S. Heo, Y. S. Yang, J. Lee, S.-k. Lee i J. Kim, „Micro energy management for energy harvesting at maximum power point,” w *2011 International Symposium on Integrated Circuits*, Singapore, 2011.
- [2] C. Bou-Mosleh, P. Rahme, P. Beaino, R. Mattar i E. A. Nassif, „Contribution to clean energy production using a novel wave energy converter: Renewable energy,” w *International Conference on Renewable Energies for Developing Countries 2014*, Beirut, 2014.
- [3] Y. Jia, S. Li i Y. Shi, „An Analytical and Numerical Study of Magnetic Spring Suspension with Energy Recovery Capabilities,” *Energies*, tom 11, nr 11, p. 3126, 2018.
- [4] L. Wu, Y. Wang, C. Jia i C. Zhang, „Battery-less piezoceramics mode energy harvesting for automobile TPMS,” w *2009 IEEE 8th International Conference on ASIC*, Changsha, 2009.
- [5] M. Q. Le, J.-F. Capsal, M. Lallart, Y. Hebrard, A. Van Der Ham, N. Reffe, L. Geynet i P.-J. Cottinet, „Review on energy harvesting for structural health monitoring in aeronautical applications,” *Progress in Aerospace Sciences*, tom 79, pp. 147-157, 2015.
- [6] L. Sucupira i J. Castro-Gomes, „Review of Energy Harvesting for Buildings Based on Solar Energy and Thermal Materials,” *CivilEng*, tom 2, nr 4, pp. 852-873, 2021.
- [7] J. S. Partridge i R. W. G. Bucknall, „Potential for harvesting electrical energy from swing and revolving door use,” *Cogent Engineering*, tom 5, nr 1, 2018.
- [8] B. D. Hoff i S. M. Tamer, „System for harvesting energy from door or door hardware movement”. Stany Zjednoczone Patent US9431927B2, 7 maj 2013.
- [9] S. Roundy i J. Tola, „An energy harvester for rotating environments using offset pendulum dynamics,” w *2013 Transducers & Eurosensors XXVII: The 17th International Conference on Solid-State Sensors, Actuators and Microsystems (TRANSDUCERS & EUROSENSORS XXVII)*, Barcelona, 2013.
- [10] A. Harb, „Energy harvesting: State-of-the-art,” *Renewable Energy*, pp. 2641-2654, 1 Październik 2011.
- [11] T. Li, P. Fan, Z. Chen i K. B. Letaief, „Optimum Transmission Policies for Energy Harvesting Sensor Networks Powered by a Mobile Control Center,” *IEEE Transactions on Wireless Communications*, pp. 6132 - 6145, 9 czerwiec 2016.
- [12] I. Martins, J. Esteves i G. D. P. d. S. F. Marques, „Permanent-magnets linear actuators applicability in automobile active suspensions,” *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, pp. 86-94, 30 styczeń 2006.
- [13] G. Manla, N. M. White i J. Tudor, „Harvesting energy from vehicle wheels,” w *TRANSDUCERS 2009 - 2009 International Solid-State Sensors, Actuators and Microsystems Conference*, Denver, 2009.
- [14] J. Bijak, T. Trawiński i M. Szczygieł, „A car wheel energy harvesting system regarded as a robotic kinematic chain system,” *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, pp. 263-278, 2 czerwiec 2022.
- [15] J. Bijak, T. Trawiński i M. Szczygieł, „A tidal energy harvesting system in point of view of the robotic notation,” *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, pp. S221-S233, 20 styczeń 2021.
- [16] J. Bijak, T. Trawiński i M. Szczygieł, „Power Buoy represented by the kinematic chain of a robot,” *Przegląd Elektrotechniczny*, pp. 75-79, 5 kwiecień 2020.

- [17] J. Bijak, T. Trawiński, M. Szczygieł i Z. Kowalik, „Modelling and Investigation of Energy Harvesting System Utilizing Magnetically Levitated Permanent Magnet,” *Sensors*, tom 22, nr 17, p. 6384, 2022.
- [18] T. Trawiński, „Metody Lagrange’a i Newtona-Eulera w formułowaniu równań dynamiki systemów pozycjonowania głowic HDD,” *Przegląd Elektrotechniczny*, pp. 156-159, 5 grudzień 2010.
- [19] M. W. Spong, S. Hutchinson i M. Vidyasagar, *Dynamika i Sterowanie Robotów*, Warszawa: Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, 1997.
- [20] P. Kielan, M. Szczygieł i T. Trawiński, „System of 3D printers cooperating via the Internet - studying the impact of network delays on the operation of the system,” *Przegląd Elektrotechniczny*, pp. 194-197, 5 grudzień 2018.
- [21] T. Trawiński, „Mathematical model of multiactuator for HDD head positioning system,” w *American Institute of Physics AIP Conference Proceedings*, Melville, 2018.
- [22] D. Słota, T. Trawiński i R. Witula, „Inversion of dynamic matrices of HDD head positioning system,” *Applied Mathematical Modelling*, pp. 1497-1505, 2 marzec 2011.
- [23] T. Trawiński, A. Kochan, P. Kielan i D. Kurzyk, „Inversion of selected structures of block matrices of chosen mechatronic systems,” *Bulletin of the Polish Academy of Sciences: Technical Sciences*, pp. 853-863, 28 grudzień 2016.
- [24] S. M. Kamruzzaman, X. Fernando i M. Jaseemuddin, „Energy harvesting wireless sensors for smart cities,” w *2017 IEEE Canada International Humanitarian Technology Conference (IHTC)*, Toronto, 2017.
- [25] X. Tang, X. Wang, R. Cattley, F. Gu i A. D. Ball, „Energy Harvesting Technologies for Achieving Self-Powered Wireless Sensor Networks in Machine Condition Monitoring: A Review,” *Sensors*, pp. 4113-4152, 23 listopad 2018.
- [26] M. A. Green, „Photovoltaic principles,” *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, pp. 11-17, 3 kwiecień 2002.
- [27] S. Priya i D. J. Inman, *Energy Harvesting Technologies*, New York: Springer, 2009.
- [28] B. Han, S. Vassilaras, C. Papadias, R. Soman, M. Kyriakides, T. Onoufriou, R. Nielsen i N. Prasad, „Harvesting energy from vibrations of the underlying structure,” *Journal of Vibration and Control*, pp. 2255-2269, 5 październik 2013.
- [29] P. Györke i B. Pataki, „Energy harvesting wireless sensors for smart home applications,” w *2015 IEEE International Instrumentation and Measurement Technology Conference (I2MTC) Proceedings*, Pisa, 2015.
- [30] C. Dagdeviren, Z. Li i Z. L. Wang, „Energy Harvesting from the Animal/Human Body for Self-Powered Electronics,” *Annual review of biomedical engineering*, pp. 85-108, 20 czerwiec 2017.
- [31] A. Proto, M. Penhaker, S. Conforto i M. Schmid, „Nanogenerators for Human Body Energy Harvesting,” *Trends in Biotechnology*, pp. 610-624, 2 czerwiec 2017.
- [32] E. Romero, M. R. Neuman i R. O. Warrington, „Rotational energy harvester for body motion,” w *2011 IEEE 24th International Conference on Micro Electro Mechanical Systems*, Cancun, 2011.
- [33] Q. Zhang, L. Gu, K. Yang, M. A. Halim, R. Rantz i S. Roundy, „Kinetic energy harvesting using improved eccentric rotor architecture for wearable sensors,” w *2016 IEEE SENSORS*, Orlando, 2016.
- [34] A. Haroun, I. Yamada i S. Warisawa, „Investigation of Kinetic Energy Harvesting from Human Body Motion Activities using Free/Impact Based Micro Electromagnetic Generator,” *Journal of Diabetes and Cholesterol Metabolism (DCM)*, pp. 12-16, 3 listopad 2016.

- [35] Y. Rao, K. Meecham i D. Arnold, „A compact human-powered energy harvesting system,” *Journal of Physics Conference Series*, pp. 89-100, 2 grudzień 2013.
- [36] C. R. Saha, T. O'Donnell, N. Wang i P. McCloskey, „Electromagnetic generator for harvesting energy from human motion,” *Sensors and Actuators A: Physical*, pp. 248-253, 15 wrzesień 2008.
- [37] F. R. Pathan, „Kinetic energy harvesting from human hand movement by mounting micro electromagnetic generator,” w *2019 The 2nd International Conference on Electrical Engineering and Green Energy*, Rome, 2019.
- [38] L. Xie i R. Du, „Harvest human kinetic energy to power portable electronics,” *Journal of Mechanical Science and Technology*, p. 2005–2008, 12 lipiec 2012.
- [39] J. Selvarathinam i A. Anpalagan, „Energy Harvesting From the Human Body for Biomedical Applications,” *IEEE Potentials*, pp. 6-12, 14 listopad 2016.
- [40] S. Khalid, I. Raouf, A. Khan, N. Kim i H. S. Kim, „A Review of Human - Powered Energy Harvesting for Smart Electronics : Recent Progress and Challenges,” *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing-Green Technology*, p. 821–851, 29 lipiec 2019.
- [41] T. Von Buren, P. D. Mitcheson, T. C. Green, E. M. Yeatman, A. S. Holmes i G. Troster, „Optimization of inertial micropower Generators for human walking motion,” *IEEE Sensors Journal*, pp. 28 - 38, 16 styczeń 2006.
- [42] P. D. Mitcheson, „Energy harvesting for human wearable and implantable bio-sensors,” w *2010 Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology*, Buenos Aires, 2010.
- [43] J. Blums, I. Gornevs, G. Terlecka, V. Jurkans i A. Vilumsone, „Wearable human motion and heat energy harvesting system with power management,” w *Energy Harvesting*, London, IntechOpen, 2018, pp. 21-38.
- [44] P. D. Mitcheson, E. Yeatman, G. K. Rao, A. S. Holmes i T. C. Green, „Energy Harvesting from Human and Machine Motion for Wireless Electronic Devices,” *Proceedings of the IEEE*, pp. 1457-1486, 3 wrzesień 2008.
- [45] X. Yang, B. Zhang, J. Li i Y. Wang, „Model and Experimental Research on an Electromagnetic Vibration-Powered Generator With Annular Permanent Magnet Spring,” *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, pp. 5201504-5201504, 9 grudzień 2011.
- [46] X. Yang, Y. Cao, S. Liu, Y. Wang, G. Dong i W. Yang, „Optimization Design of a Vibration-Powered Generator With Annular Permanent Magnetic Spring and Soft Magnetic Pole,” *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, pp. 1-4, 25 październik 2013.
- [47] T. Wang, Z. Zhu i S. Zhu, „Comparison of Vibration Energy Harvesters with Fixed and Unfixed Magnetic Springs,” *Electronics Letters*, pp. 646-647, 1 maj 2018.
- [48] D. F. Berdy, D. J. Valentino i D. Peroulis, „Design and optimization of a magnetically sprung block magnet vibration energy harvester,” *Sensors and Actuators A: Physical*, pp. 69-79, 1 październik 2014.
- [49] M. E. Kiziroglou i E. M. Yeatman, „Materials and techniques for energy harvesting,” w *Functional Materials for Sustainable Energy Applications*, Sawston, Woodhead Publishing Series in Energy, 2012, pp. 541-572.
- [50] S. Boisseau, G. Despesse i B. A. Seddik, „Electrostatic conversion for vibration energy harvesting,” w *Small-Scale Energy Harvesting*, London, IntechOpen, 2012.
- [51] H. Aliniagerdroudbari, R. Esmaeeli, S. R. Hashemi, M. Alhadri, W. Zakri i S. Farhad, „A piezoelectric sandwich structure for harvesting energy from tire strain to power up intelligent tire sensors,” w *2019 IEEE Power and Energy Conference at Illinois (PECI)*, Champaign, 2019.

- [52] S. B. Horowitz, *Development of a MEMS-based acoustic energy harvester*, 2005.
- [53] M. F. Bin Ab Rahman i S. L. Kok, „Investigation of useful ambient vibration sources for the application of energy harvesting,” w *2011 IEEE Student Conference on Research and Development*, Cyberjaya, 2011.
- [54] C. Wei i X. Jing, „A comprehensive review on vibration energy harvesting: Modelling and realization,” *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, tom 74, pp. 1-18, 2017.
- [55] M. Niroomand i H. R. Foroughi, „A rotary electromagnetic microgenerator for energy harvesting from human motions,” *Journal of Applied Research and Technology*, tom 14, nr 4, 2016.
- [56] S. Li, J. Yuan i H. Lipson, „Ambient wind energy harvesting using cross-flow fluttering,” *Journal of Applied Physics*, tom 109, nr 2, 2011.
- [57] „Vortex Bladeless,” [Online]. Available: <https://vortexbladeless.com>. [Data uzyskania dostępu: 25 lipiec 2022].
- [58] M. Engelmann, E. Davis i D. Symonds, „Non-resonant, rotary-drive wave energy conversion device for distributed remote sensing and communications applications,” w *OCEANS'11 MTS/IEEE KONA*, Waikoloa, 2011.
- [59] P. E. Sitorus, T. Q. Le, J. H. Ko, Q.-T. Truong, I. H. Tambunan, T. Kang i H. C. Park, „Progress on development of a lab-scale flapping-type tidal energy harvesting system in KIOST,” w *2013 IEEE Conference on Clean Energy and Technology (CEAT)*, Langkawi, 2013.
- [60] V. Krithika, K. Chittal, M. Nandhini, M. M. Kumar, S. Balaji i T. R. Kumar, „Design and fabrication of tidal energy harvester,” w *2017 IEEE International Conference on Power, Control, Signals and Instrumentation Engineering (ICPCSI)*, Chennai, 2017.
- [61] H. B. Karayaka, H. Mahlke, D. Bogucki i M. Mehrubeoglu, „A rotational wave energy conversion system development and validation with real ocean wave data,” w *2011 IEEE Power and Energy Society General Meeting*, Detroit, 2011.
- [62] R. Dinzi, H. Hutagalung i F. Fahmi, „Feasibility study of ocean wave energy for wave power plant at Sibolga-Tapanuli Tengah,” w *2017 International Conference on Control, Electronics, Renewable Energy and Communications (ICCREC)*, Yogyakarta, 2017.
- [63] Q. Zhai, L. Zhu i S. Lu, „Life Cycle Assessment of a Buoy-Rope-Drum Wave Energy Converter,” *Energies*, tom 11, nr 9, 2018.
- [64] H. M. Chen i D. R. DelBalzo, „Electromagnetic spring for Sliding Wave Energy Converter,” w *OCEANS 2015 - MTS/IEEE Washington*, Washington, 2015.
- [65] R. Darus i Y. M. Sam, „Modeling and control active suspension system for a full car model,” w *2009 5th International Colloquium on Signal Processing & Its Applications*, Kuala Lumpur, 2009.
- [66] C. Szczepaniak, *Podstawy modelowania systemu człowiek-pojazd-otoczenie*, Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN, 1999.
- [67] K. I. Lee, B. J. Lim, S. H. Kim i Y. Hong, „Energy harvesting by rotation of wheel for tire monitoring system,” w *SENSORS, 2012 IEEE*, Taipei, 2012.
- [68] S. Sivaramakrishnan, *Discrete Tire Modeling for Anti-lock Braking System Simulations*, 2013.
- [69] B. Li, X. Yang, Y. Zhang i J. Yang, „In-Plane Flexible Ring Tire Model Development for Ride Comfort & Braking/Driving Performance Analysis under Straight-line Driving Control,” *SAE Technical Paper*, 2015.

- [70] M. Kissai, B. Monsuez, A. Tapus i D. Martinez, „A new linear tire model with varying parameters,” w *2017 2nd IEEE International Conference on Intelligent Transportation Engineering (ICITE)*, Singapore, 2017.
- [71] K. Xia, „Finite element modeling of tire/terrain interaction: Application to predicting soil compaction and tire mobility,” *Journal of Terramechanics*, tom 48, nr 2, pp. 113-123, 2011.
- [72] M. Brinkmeier, U. Nackenhorst, S. Petersen i O. von Estorff, „A finite element approach for the simulation of tire rolling noise,” *Journal of Sound and Vibration*, tom 309, nr 1-2, pp. 20-39, 2008.
- [73] I. Lopez, R. E. A. Blom, N. B. Roozen i H. Nijmeijer, „Modeling the vibrations of a rotating tyre: A modal approach,” *Journal of Sound and Vibration*, tom 307, nr 3-5, pp. 481-494, 2007.
- [74] M. Belrzaeg, A. Ali Ahmed, A. Q. Almabrouk, M. Khaleel, A. Ali Ahmed i M. Almkhtar, „Vehicle dynamics and tire models: An overview,” *World Journal of Advanced Research and Reviews*, tom 12, nr 1, pp. 331-348, 2021.
- [75] B. D. Mahajan i A. A. Divekar, „Modeling and system identification of a quarter car suspension using Simulink,” w *2016 IEEE International Conference on Recent Trends in Electronics, Information & Communication Technology (RTEICT)*, Bangalore, 2016.
- [76] G. Hurtado Hurtado, J. A. Romero i C. S. Lopez-cajun, „Energy harvesting simulator,” w *2016 12th Congreso Internacional de Ingeniería (CONIIN)*, Santiago de Queretaro, 2016.
- [77] P. Carneiro, M. P. Soares dos Santos, A. Rodrigues, J. A. Ferreira, J. A. Simões, A. T. Marques i A. L. Kholkin, „Electromagnetic energy harvesting using magnetic levitation architectures: A review,” *Applied Energy*, 15 luty 2020.
- [78] H. T. Nguyen, D. A. Genov i H. Bardaweel, „Vibration energy harvesting using magnetic spring based nonlinear oscillators: Design strategies and insights,” *Applied Energy*, 1 lipiec 2020.
- [79] M. Salauddin, M. A. Halim i J. Y. Park, „A magnetic-spring-based, low-frequency-vibration energy harvester comprising a dual Halbach array,” *Smart Material and Structures*, tom 25, nr 9, 9 kwiecień 2016.
- [80] H. T. Nguyen, D. A. Genov i H. Bardaweel, „Mono-stable and bi-stable magnetic spring based vibration energy harvesting systems subject to harmonic excitation: Dynamic modeling and experimental verification.,” *Mechanical Systems and Signal Processing*, 1 grudzień 2019.
- [81] A. R. M. Faisal, C. Hong i G.-S. Chung, „Multi-frequency electromagnetic energy harvester using a magnetic spring cantilever,” *Sensors and Actuators A: Physical*, tom 182, pp. 106-113, 2012.
- [82] H. Liao, T. Ye, Y. Pang, C. Feeney, L. Liu, Z. Zhang, C. Saha i N. Wang, „Modelling and Optimization of a Magnetic Spring Based Electromagnetic Vibration Energy Harvester,” *Journal of Electrical Engineering & Technology*, tom 17, p. 463-474, 2022.
- [83] R. Olaru, A. Arcire, C. Petrescu, M. M. Mihai i B. Gîrtan, „A novel vibration actuator based on active magnetic spring,” *Sensors and Actuators A: Physical*, tom 264, pp. 11-17, 2017.
- [84] T. Todaka, M. Enokizono, E. Fujita i Y. Ogura, „Moving simulation of vibration systems using permanent magnets,” *IEEE Transactions on Magnetics*, tom 37, nr 5, pp. 3456 - 3459, 2001.
- [85] F. Lu, Y. Liu i D. Han, „Electromagnetic Vibration Energy Harvester with Magnetic Springs for Broadband and Frequency Up-conversion,” w *2021 IEEE 4th International Electrical and Energy Conference (CIEEC)*, Wuhan, 2021.
- [86] P. Kielan, M. Szczygieł i T. Trawiński, „System of 3D printers cooperating via the Internet - studying the impact of network delays on the operation of the system,” *Przeegląd Elektrotechniczny*, tom 910, nr 12, 2018.

- [87] R. D. Gregg, „Geometric control and motion planning for three-dimensional bipedal locomotion,” *Engineering*, 2011.
- [88] R. Lampariello, S. Abiko i G. Hirzinger, „Dynamics modeling of structure-varying kinematic chains for free-flying robots,” w *2008 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Pasadena, 2008.
- [89] G. Salvietti, M. Malvezzi, G. Gioioso i D. Prattichizzo, „On the use of homogeneous transformations to map human hand movements onto robotic hands,” w *2014 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, Hong Kong, 2014.
- [90] T. Trawiński, „System pozycjonowania głowic pamięci masowej z przegubami pryzmatycznymi. Cz. I Model matematyczny,” *Prace Naukowe Politechniki Śląskiej. Elektryka*, tom 4, nr 212, pp. 7-20, 2009.
- [91] A. Al Mahfazur Rahman, M. Moniruzzaman i M. Al Mamun, „Estimation of energy potential of point absorber buoy type wave energy converter,” w *2017 3rd International Conference on Electrical Information and Communication Technology (EICT)*, Khulna, 2017.
- [92] N. Haritos, „Morison forcing of compliant vertical cylinders under the relative velocity assumption,” w *11th Australasian Fluid Mechanics Conference*, Hobart, 1992.
- [93] G. S. Asgeirsson, *Hydrodynamic Investigation of Wave Power Buoys*, Sztokholm, 2013.
- [94] R. P. Feynmann, R. B. Leighton i M. Sands, *Feynmana wykłady z fizyki tom II cz.2*, Warszawa: Polskie Wydawnictwo Naukowe PWN, 1974.
- [95] J. X. Tao, V. Nguyen, A. Carpinteri i Q. Wang, „Energy harvesting from wind by a piezoelectric harvester,” *Engineering Structures*, tom 133, pp. 74-80, 2017.
- [96] T. Trajdos, *Podręczniki Akademickie. Elektronika Informatyka Telekomunikacja. Matematyka, cz.III*, Warszawa: Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, 1999.
- [97] H. Dufera, „PB500, 500 KW Utility-Scale Powerbuoy Project,” United States. Department of Energy. Office of Energy Efficiency and Renewable Energy, New Jersey, 2016.
- [98] P. Boccotti, *Wave mechanics and wave loads on marine structures*, Oxford: Butterworth-Heinemann, 2014.
- [99] S. Ambühl, M. Kramer i J. D. Sørensen, „Reliability-Based Structural Optimization of Wave Energy Converters,” *Energies*, tom 7, nr 12, pp. 8178-8200, 2014.
- [100] K. Kulikowski i D. Szpica, „Determination of directional stiffnesses of vehicles' tires under a static load operation,” *Eksploatacja i Niezawodność - Maintenance and Reliability*, tom 16, nr 1, pp. 66-72, 2014.
- [101] Ş. Ekinci, K. Çarman, M. Tasyurek i M. Mirik, „Relationship between Deflection and Contact Area of Drive Tire,” *International Journal of Materials, Mechanics and Manufacturing*, tom 4, nr 3, 2016.
- [102] B. Leistriz, M. Katzschmann i H. Töpfer, „Vibration energy generators for low-frequency spectral excitations,” *Procedia Engineering*, tom 87, pp. 420-423, 2014.
- [103] E. Bonisoli, A. Canova, F. Freschi, S. Moos, M. Repetto i S. Tornincasa, „Dynamic Simulation of an Electromechanical Energy Scavenging Device,” *IEEE Transactions on Magnetics*, tom 46, nr 8, pp. 2856 - 2859, 2010.
- [104] J. J. Parise, L. L. Howell i S. P. Magleby, „Ortho-planar linear-motion springs,” *Mechanism and Machine Theory*, tom 36, nr 11-12, pp. 1281-1299, 2001.
- [105] S. Eriksson, „Design of Permanent-Magnet Linear Generators with Constant-Torque-Angle Control for Wave Power,” *Energies*, tom 12, nr 7, 2019.

- [106] J. Cao, H. Liu, P. Li i D. J. Brown, „State of the art in vehicle active suspension adaptive control systems based on intelligent methodologies,” *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, tom 9, nr 3, pp. 392 - 405, 2008.
- [107] J. J. Rath, K. C. Veluvolu i M. Defoort, „Simultaneous estimation of road profile and tire road friction for automotive vehicle,” *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, tom 64, nr 10, pp. 4461-4471, 2015.
- [108] C.-C. Teng, R. Bouchard i T. B., „Determination of pitch and roll angles from data buoys,” w *Oceans '04 MTS/IEEE Techno-Ocean '04 (IEEE Cat. No.04CH37600)*, Kobe, 2004.
- [109] „National Data Buoy Center,” [Online]. Available: <https://www.ndbc.noaa.gov>. [Data uzyskania dostępu: 28 czerwiec 2022].
- [110] „Cefas WaveNet,” [Online]. Available: <https://wavenet.cefas.co.uk/Map>. [Data uzyskania dostępu: 28 czerwiec 2022].
- [111] „Foras na Mara Marine Institute,” [Online]. Available: <http://www.marine.ie/Home/site-area/data-services/real-time-observations/wave-buoys>. [Data uzyskania dostępu: 28 czerwiec 2022].
- [112] M.-C. Huang, „Time Domain Simulation of Data Buoy Motion,” *Proceedings of the National Science Council*, tom 22, nr 6, pp. 820-830, 1998.
- [113] L. Sjökvist, M. Götteman, M. Rahm, R. Waters, O. Svensson, E. Strömstedt i M. Leijon, „Calculating buoy response for a wave energy converter—A comparison of two computational methods and experimental results,” *Theoretical and Applied Mechanics Letters*, tom 7, nr 3, pp. 164-168, 2017.
- [114] J. Palm, C. Eskilsson, G. Moura Paredes i L. Bergdahl, „CFD study of a moored floating cylinder: Comparison with experimental data,” w *RENEW 2014*, Lisbon, 2014.
- [115] S.-M. Jeong, B.-H. Son i C.-Y. Lee, „Estimation of the Motion Performance of a Light Buoy Adopting Ecofriendly and Lightweight Materials in Waves,” *Journal of Marine Science and Engineering*, tom 8, nr 2, 2020.
- [116] T. R. Rykkje, T. Tørresen i H. Løkkebø, „Modelling Buoy Motion at Sea,” w *ASME 2019 International Mechanical Engineering Congress and Exposition*, Salt Lake City, 2019.
- [117] T. Davey, S. Draycott, A. Pillai, R. Gabl i L.-B. Jordan, „Wave buoy in current - experimental data,” 2021. [Online]. Available: <https://datashare.ed.ac.uk/handle/10283/3980>. [Data uzyskania dostępu: 28 czerwiec 2022].
- [118] S. Draycott, A. Pillai, R. Gabl, P. K. Stansby i T. Davey, „An experimental assessment of the effect of current on wave buoy measurements,” *Coastal Engineering*, tom 174, 2022.
- [119] P. D. Mitcheson, E. Yeatman, G. K. Rao, A. S. Holmes i T. C. Green, „Energy Harvesting from Human and Machine Motion for Wireless Electronic Devices,” *Proceedings of the IEEE*, pp. 1457-1486, 3 wrzesień 2008.
- [120] U. Zafar, *Literature review of wind turbines*, Weimar, 2018.
- [121] A. Kumar, M. Khan i B. Pandey, „Wind Energy: A review paper,” *Gyancity Journal of Engineering and Technology*, tom 4, pp. 29-37, 2018.
- [122] R. J. Ang, Y. K. Tan i S. K. Panda, „Energy harvesting for autonomous wind sensor in remote area,” w *IECON 2007 - 33rd Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*, Taipei, 2007.
- [123] T. Ackermann i L. Söder, „Wind energy technology and current status: a review,” *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, tom 4, nr 4, pp. 315-374, 2000.

- [124] J. Adhikari i S. K. Panda, „Overview of high altitude wind energy harvesting system,” w *2013 5th International Conference on Power Electronics Systems and Applications (PESA)*, Hong Kong, 2013.
- [125] F. Han, A. W. Bandarkar i Y. Sozer, „Energy Harvesting from Moving Vehicles on Highways,” w *2019 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE)*, Baltimore, 2019.
- [126] J. A. R. Azevedo i F. Mendonca, „Small scale wind energy harvesting with maximum power tracking,” *AIMS Energy*, tom 3, nr 3, pp. 297-315, 2015.
- [127] M. Jakubowski, Ł. Mech i K. Wolniewicz, „A methodology of wind turbines selection for the given wind conditions,” *Journal of Mechanical and Energy Engineering*, tom 1, nr 2, pp. 171-178, 2017.
- [128] K. Liu, M. Yu i W. Zhu, „Enhancing wind energy harvesting performance of vertical axis wind turbines with a new hybrid design: A fluid-structure interaction study,” *Renewable Energy*, tom 140, pp. 912-927, 2019.
- [129] D. Allaei i Y. Andreopoulos, „INVELOX: Description of a new concept in wind power and its performance evaluation,” *Energy*, tom 69, pp. 336-344, 2014.
- [130] D. Howey, A. Bansal i A. Holmes, „Design and performance of a centimetre-scale shrouded wind turbine for energy harvesting,” *Smart Materials and Structures*, tom 20, nr 8, 2011.
- [131] M. Perez, S. Boisseau, P. Gasnier, J. Willemin, M. Geisler i J.-L. M. Reboud, „A cm scale electret-based electrostatic wind turbine for low-speed energy harvesting applications,” *Smart Materials and Structures*, tom 25, nr 4, 2016.
- [132] L. Zhao, L. Tang, J. Liang i Y. Yang, „Synergy of Wind Energy Harvesting and Synchronized Switch Harvesting Interface Circuit,” *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, tom 22, nr 2, pp. 1093 - 1103, 2017.
- [133] A. Slocum, J. Kluger i S. Mannai, „Energy Harvesting and Storage System Stabilized Offshore Wind Turbines,” w *2019 Offshore Energy and Storage Summit (OSES)*, Brest, 2019.
- [134] Y. Da i A. Khaligh, „Hybrid offshore wind and tidal turbine energy harvesting system with independently controlled rectifiers,” w *2009 35th Annual Conference of IEEE Industrial Electronics*, Porto, 2009.
- [135] R. Morais, S. G. Matos, M. A. Fernandes, A. L. G. Valente, S. F. S. P. Soares, P. J. S. G. Ferreira i M. J. C. S. Reis, „Sun, wind and water flow as energy supply for small stationary data acquisition platforms,” *Computers and Electronics in Agriculture*, tom 64, nr 2, pp. 120-132, 2008.
- [136] G. Ye i K. Soga, „Energy Harvesting from Water Distribution Systems,” *Journal of Energy Engineering*, tom 138, nr 1, pp. 7-17, 2012.
- [137] M. Takao, K. Yamada, M. M. Ashraful Alam, S. Okuhara, Y. Kinoue i S. Nagata, „Counter-rotating impulse turbine for wave energy conversion — Performance improvement by means of middle vane,” w *2017 IEEE 6th International Conference on Renewable Energy Research and Applications (ICRERA)*, San Diego, 2017.
- [138] J. Zhao, T. Sun, C. Sheng i X. Yan, „A concept design of a small ocean vehicle with flap-foils to harvest wave energy,” w *OCEANS 2016 - Shanghai*, Shanghai, 2016.
- [139] A. Têtu, F. Ferri, M. B. Kramer i J. H. Todalshaug, „Physical and Mathematical Modeling of a Wave Energy Converter Equipped with a Negative Spring Mechanism for Phase Control,” *Energies*, tom 11, nr 9, 2018.
- [140] P. Kracht, S. Perez-Becker, J. B. Richard i B. Fischer, „First results from wave tank testing of different control strategies for a point absorber wave energy converter,” w *2014 Ninth International Conference on Ecological Vehicles and Renewable Energies (EVER)*, Monte-Carlo, 2014.



- [141] M. Hodana, G. Holtzer, K. Kalandyk, A. Szymańska, B. Szymański i S. Żymanowska-Kumon, Odnawialne źródła energii, Kraków: Stowarzyszenie na Rzecz Efektywności Energetycznej i Rozwoju Odnawialnych Źródeł Energii "HELIOS", 2012.
- [142] Wielka Encyklopedia Powszechna, Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN, 2002.



## Załącznik 1

Tabela 1.1 Parametry początkowe dla boi

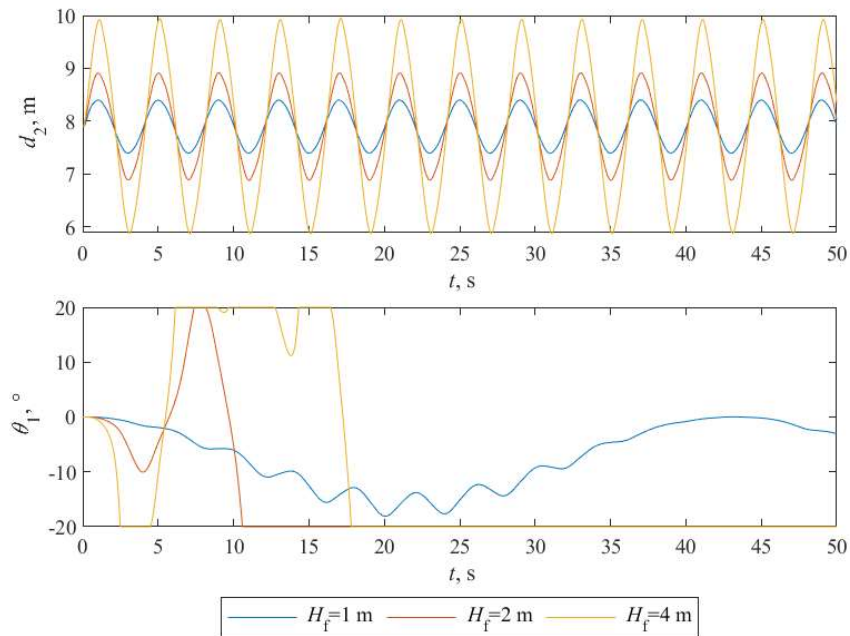
Parametr	Wartość
Masa boi, kg	2000
Promień boi $r$ , m	2,5
Wysokość boi $h$ , m	2
Masa liny, kg	86,16
Gęstość słonej wody $\rho$ , kg/m <sup>3</sup>	1020
Przyspieszenie ziemskie $g$ , m/s <sup>2</sup>	9,81
Głębokość zbiornika $d_p$ , m	8

Masa boi została uwzględniona dla wszystkich analizowanych przypadków. Masa liny w boi o 1-DoF została uwzględniona w masie boi, w porównaniu do boi ma niewielką wartość (stanowi 4% masy boi).

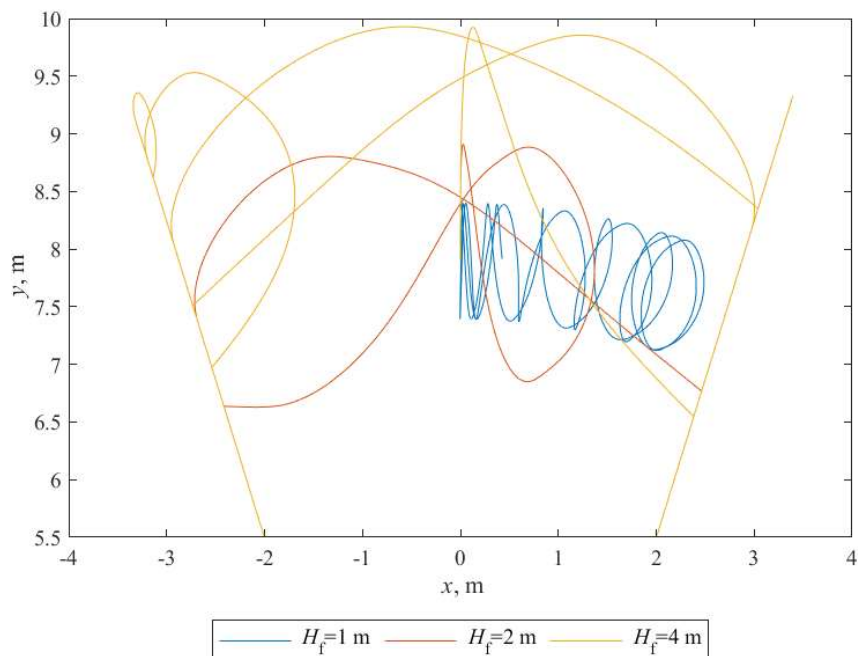
## Załącznik 2

### Badanie 1

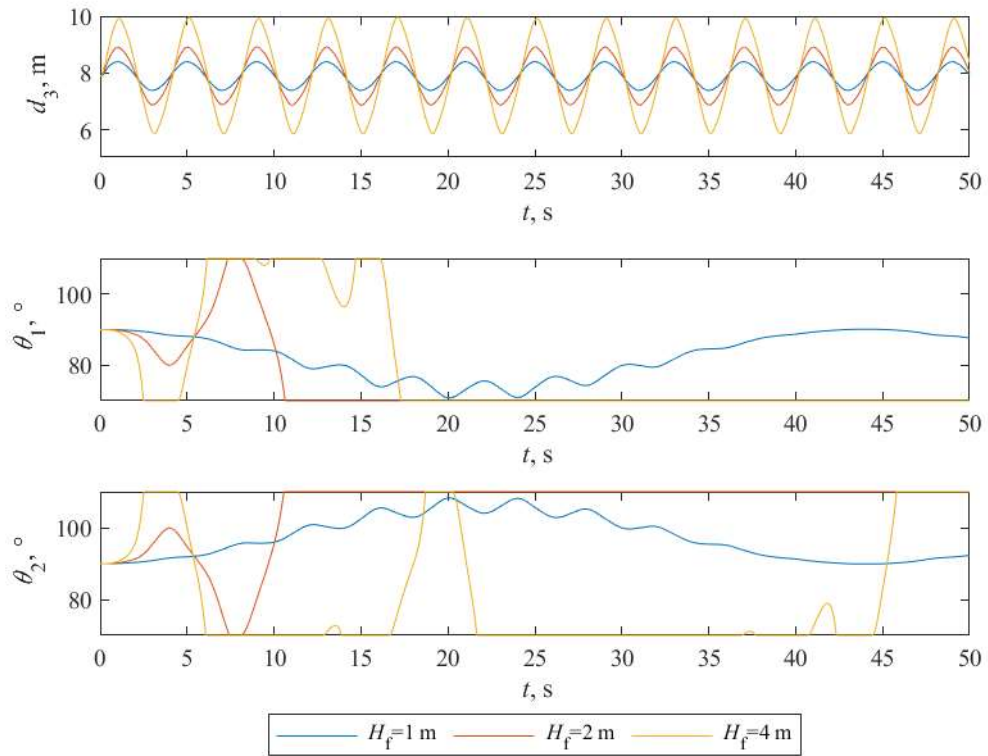
Dla boi o każdym rozpatrywanym stopniu swobody badany był wpływ zmiany wysokości fali  $H_f$  na jej ruch.



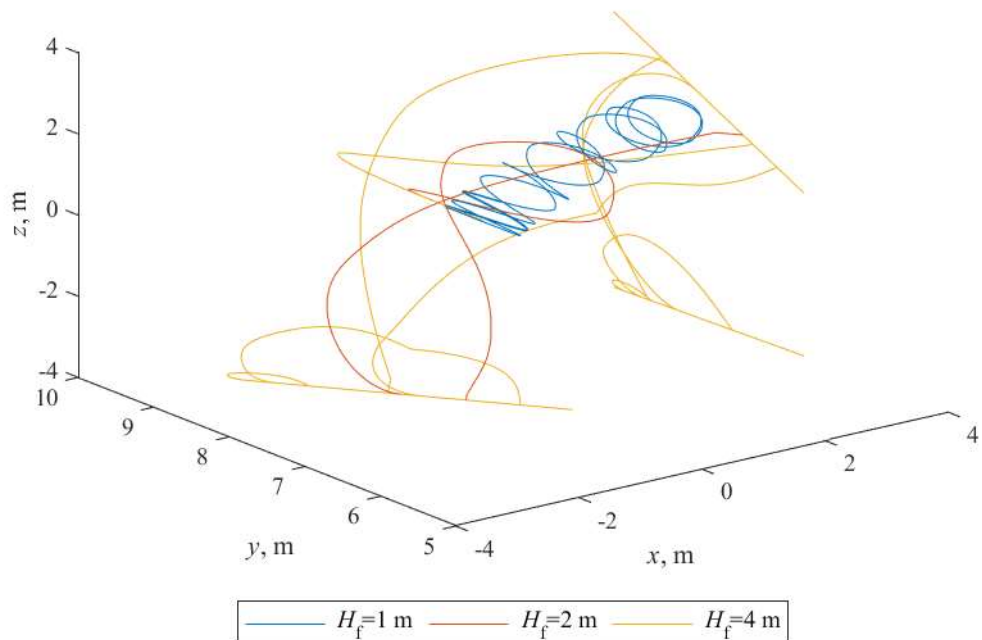
Rys. 2.1 Przeszczenie przegubu obrotowego  $\theta_1$  i przyzmatycznego  $d_2$  boi o 2-DoF dla różnych wartości wysokości fali  $H_f$ .



Rys. 2.2 Trajektoria ruchu środka ciężkości boi o 2-DoF dla różnych wartości wysokości fali  $H_f$ .



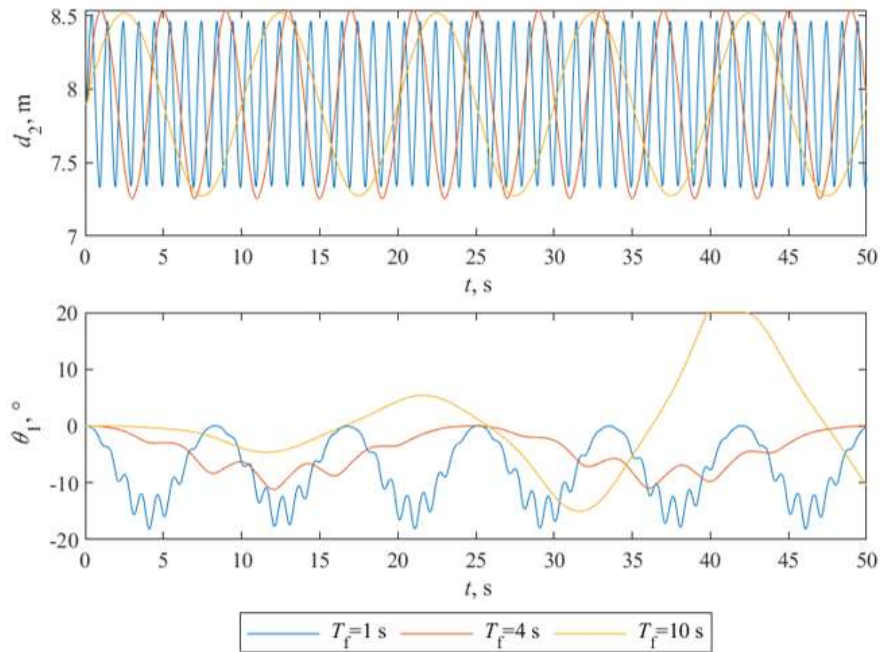
Rys. 2.3 Przeszczenie przegubów obrotowych  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  i przyrzatycznego  $d_3$  boi o 3-DoF dla r3nych wartosci wysokořci fali  $H_f$ .



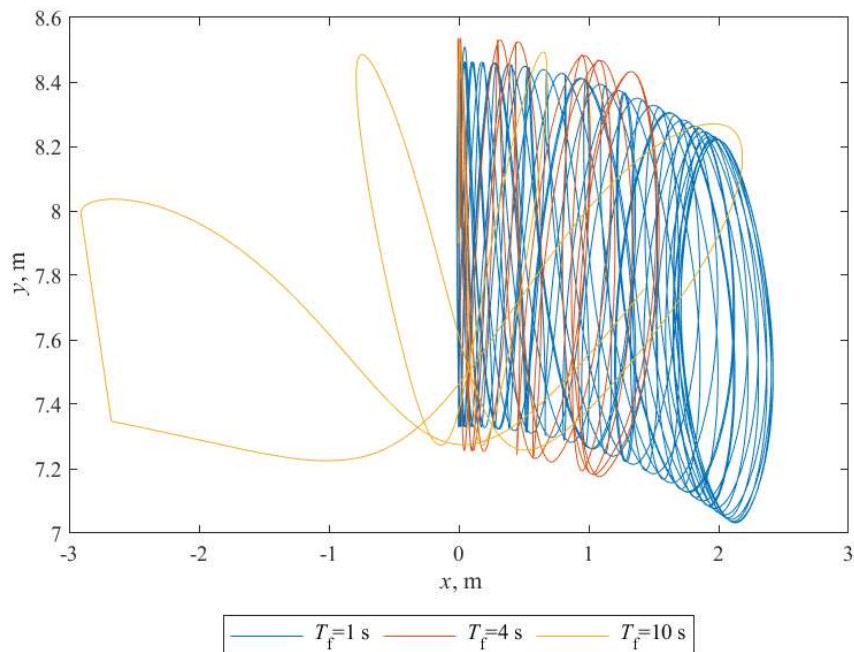
Rys. 2.4 Trajektoria ruchu řrodka cięężkości boi o 3-DoF dla r3nych wartosci wysokořci fali  $H_f$ .

## Badanie 2

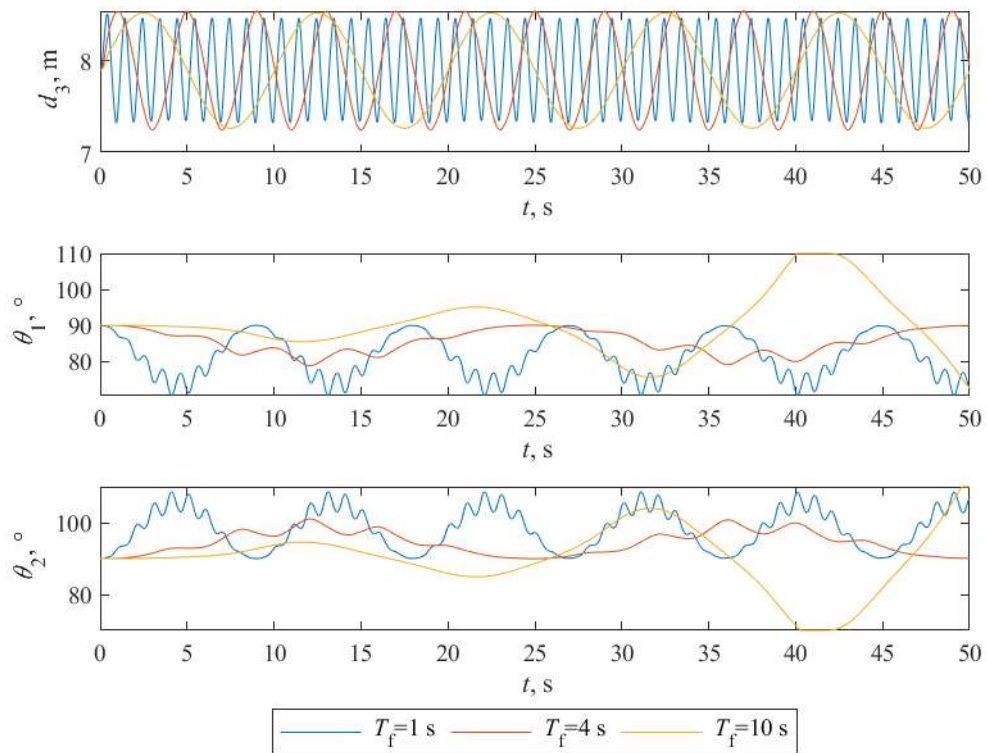
Dla boi o każdym rozpatrywanym stopniu swobody badany był wpływ zmiany okresu fali  $T_f$  na jej ruch.



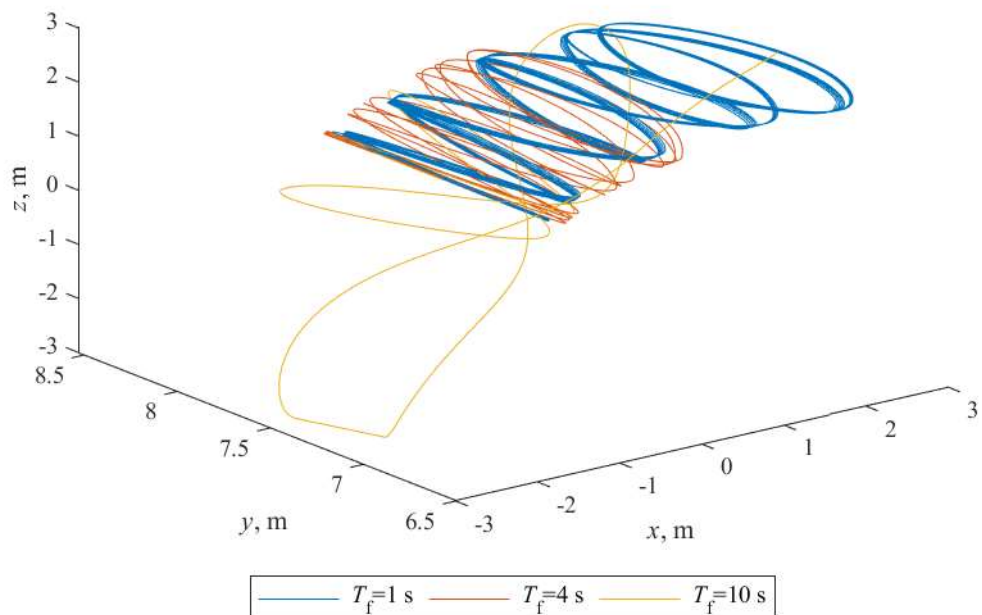
Rys. 2.5 Przeszczenie przegubu obrotowego  $\theta_1$  i przyzmatycznego  $d_2$  boi o 2-DoF dla różnych wartości okresu fali  $T_f$ .



Rys. 2.6 Trajektoria ruchu środka ciężkości boi o 2-DoF dla różnych wartości okresu fali  $T_f$ .



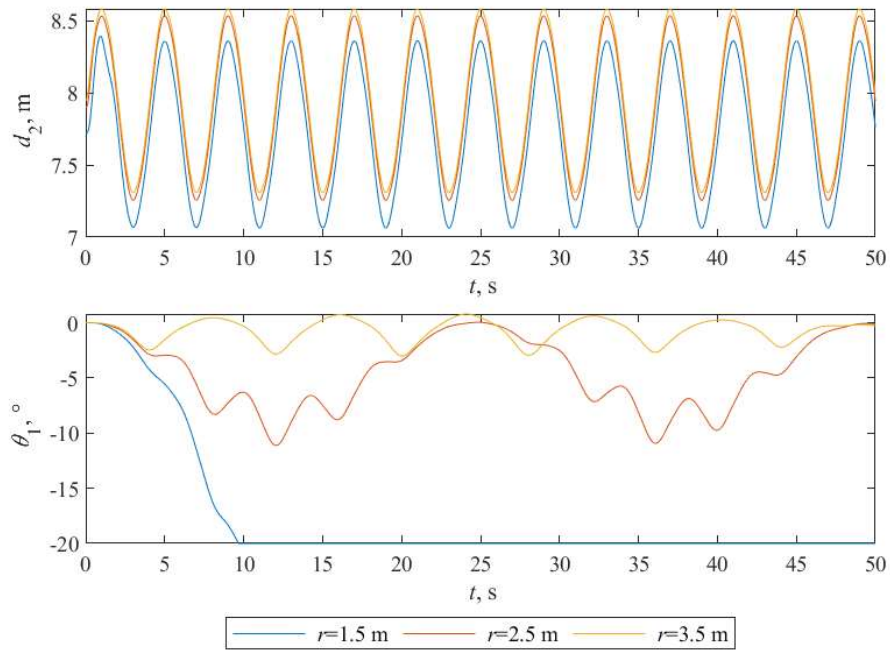
Rys. 2.7 Przeszczenie przegubów obrotowych  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  i pryzmatycznego  $d_3$  boi o 3-DoF dla różnych wartości okresu fali  $T_f$ .



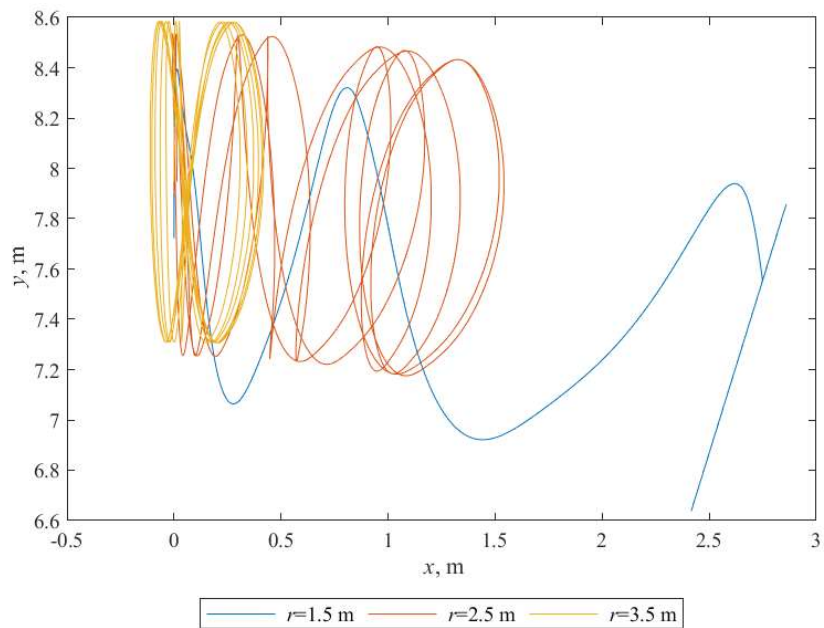
Rys. 2.8 Trajektoria ruchu środka ciężkości boi o 3-DoF dla różnych wartości okresu fali  $T_f$ .

### Badanie 3

Dla boi o każdym rozpatrywanym stopniu swobody badany był wpływ zmiany promienia podstawy boi  $r$  na jej ruch.

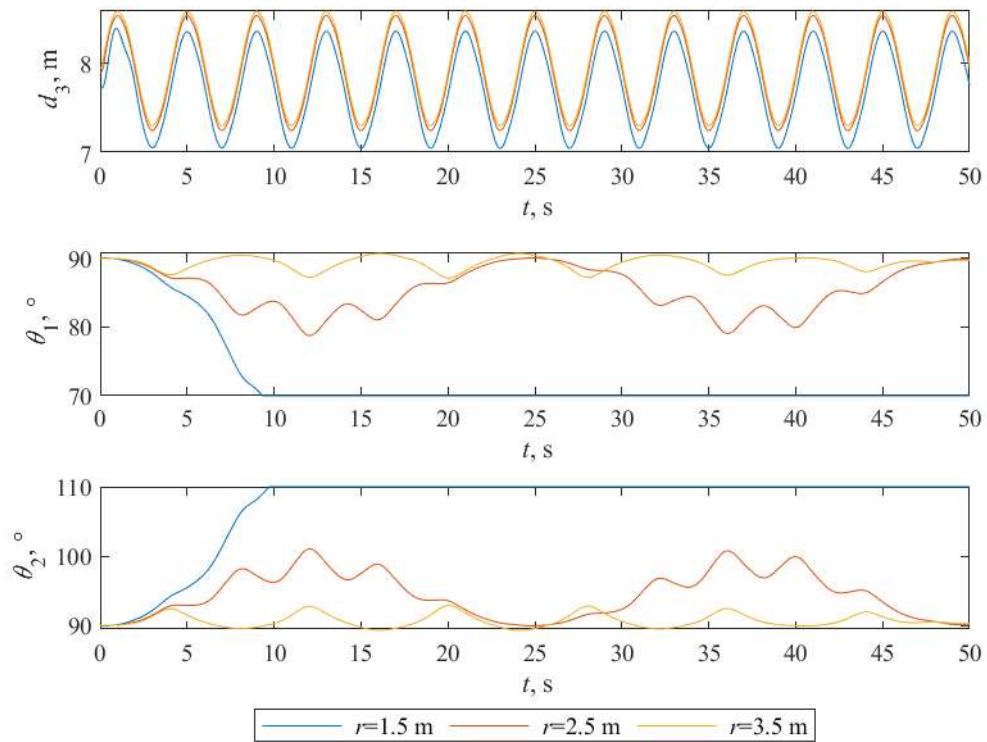


Rys. 2.9 Przesunięcie przegubu obrotowego  $\theta_1$  i pryzmatycznego  $d_2$  boi o 2-DoF dla różnych wartości promienia boi  $r$ .

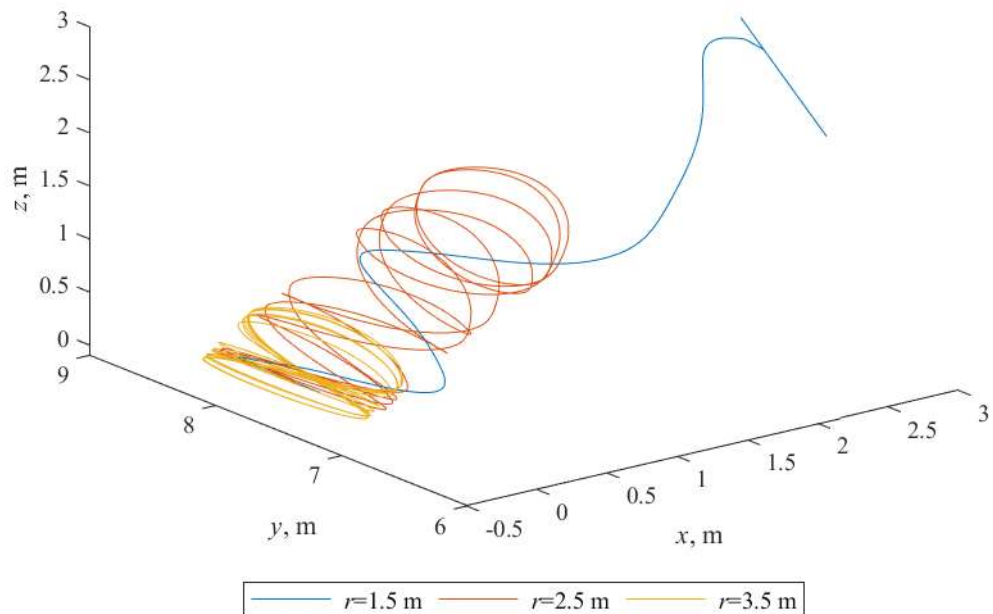


Rys. 2.10 Trajektoria ruchu środka ciężkości boi o 2-DoF dla różnych wartości promienia boi  $r$ .





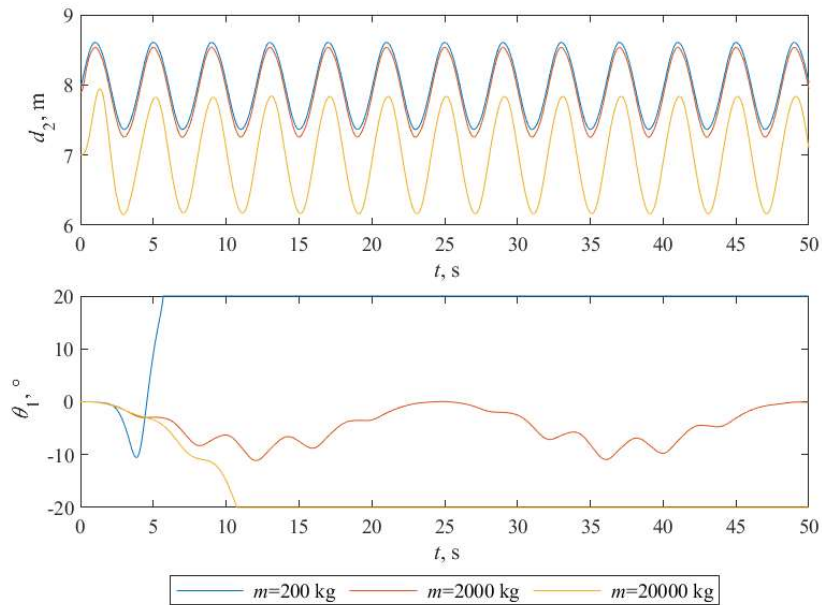
Rys. 2.11 Przeszyczenie przegubów obrotowych  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  i przyzmatycznego  $d_3$  boi o 3-DoF dla różnych wartości promienia boi  $r$ .



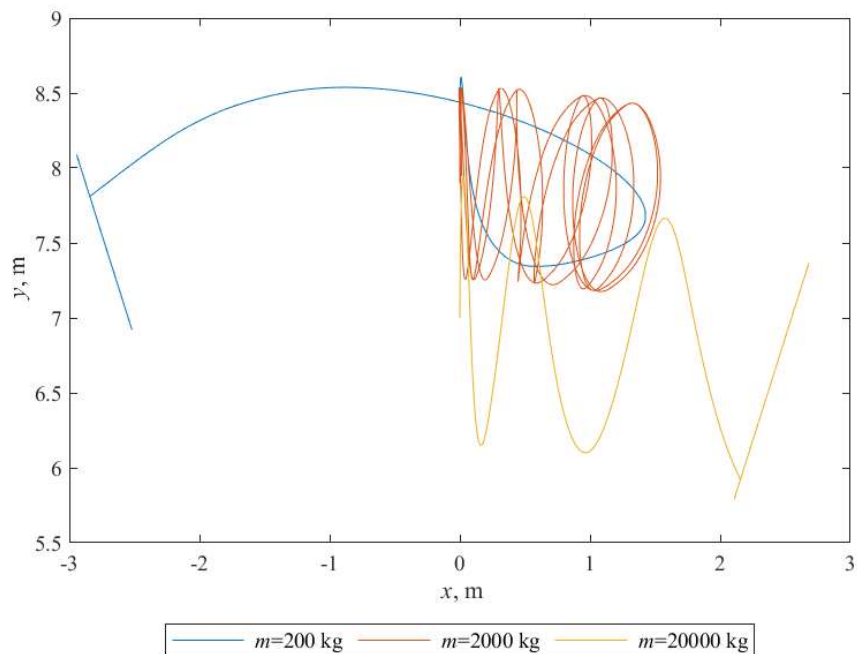
Rys. 2.12 Trajektoria ruchu środka ciężkości boi o 3-DoF dla różnych wartości promienia boi  $r$ .

## Badanie 4

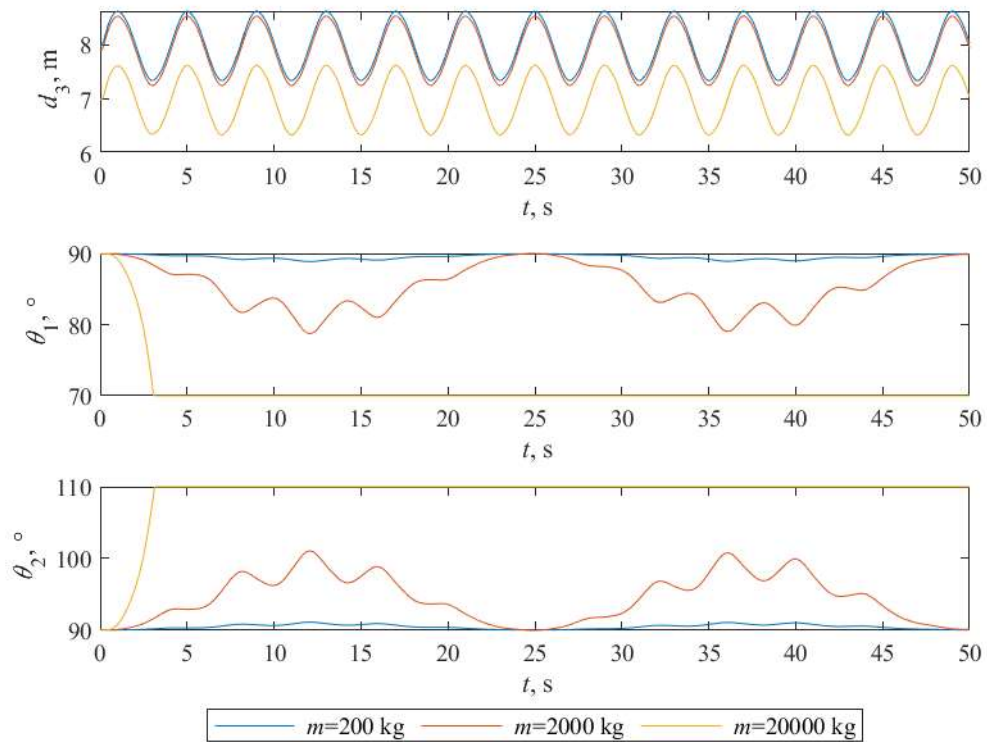
Dla boi o każdym rozpatrywanym stopniu swobody badany był wpływ zmiany mas boi  $m$  na jej ruch.



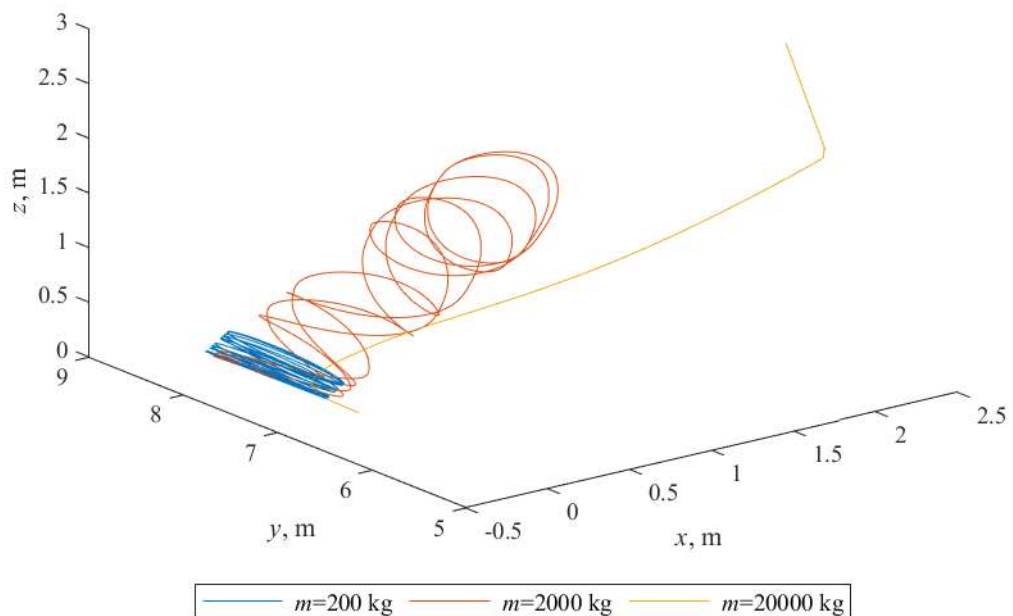
Rys. 2.13 Przemieszczenie przegubu obrotowego  $\theta_1$  i pryzmatycznego  $d_2$  boi o 2-DoF dla różnych wartości masy boi  $m$ .



Rys. 2.14 Trajektoria ruchu środka ciężkości boi o 2-DoF dla różnych wartości masy boi  $m$ .



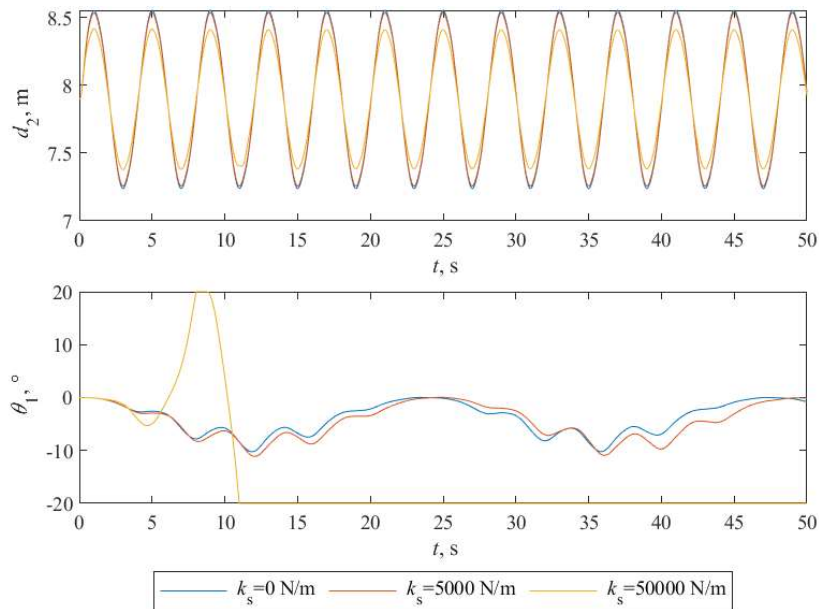
Rys. 2.15 Przeszczenie przegubów obrotowych  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  i pryzmatycznego  $d_3$  boi o 3-DoF dla różnych wartości masy boi  $m$ .



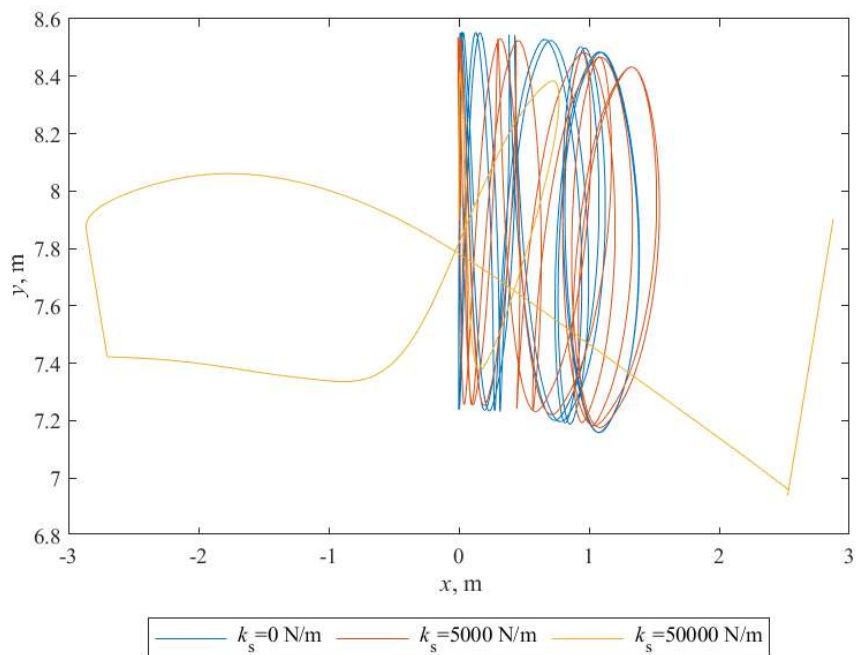
Rys. 2.16 Trajektoria ruchu środka ciężkości boi o 3-DoF dla różnych wartości masy boi  $m$ .

## Badanie 5

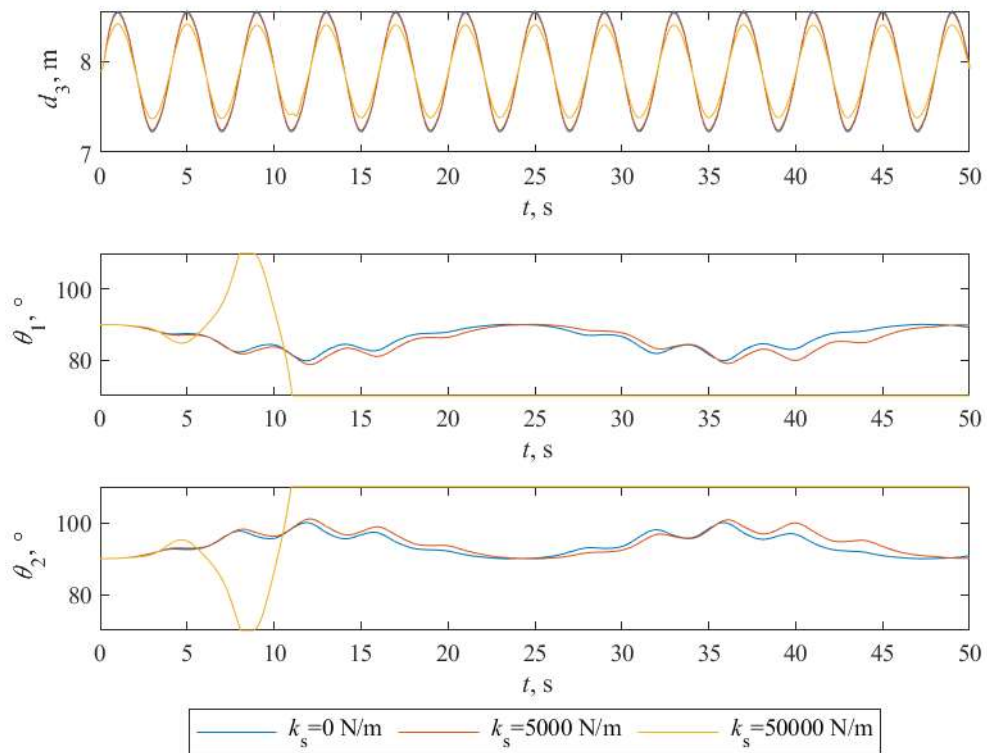
Dla boi o każdym rozpatrywanym stopniu swobody badany był wpływ zmiany współczynnika sztywności  $k_s$  sprężyny akumulującej energię na ruch boi.



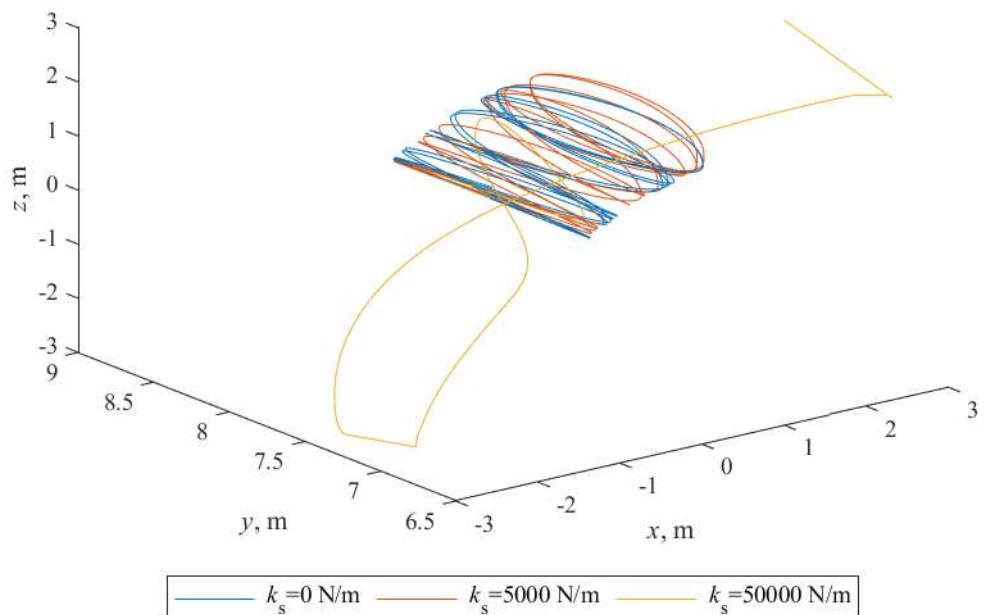
Rys. 2.17 Przemieszczenie przegubu obrotowego  $\theta_1$  i przyzmatycznego  $d_2$  boi o 2-DoF dla różnych wartości współczynnika sztywności sprężyny akumulującej energię  $k_s$ .



Rys. 2.18 Trajektoria ruchu środka ciężkości boi o 2-DoF dla różnych wartości współczynnika sztywności sprężyny akumulującej energię  $k_s$ .



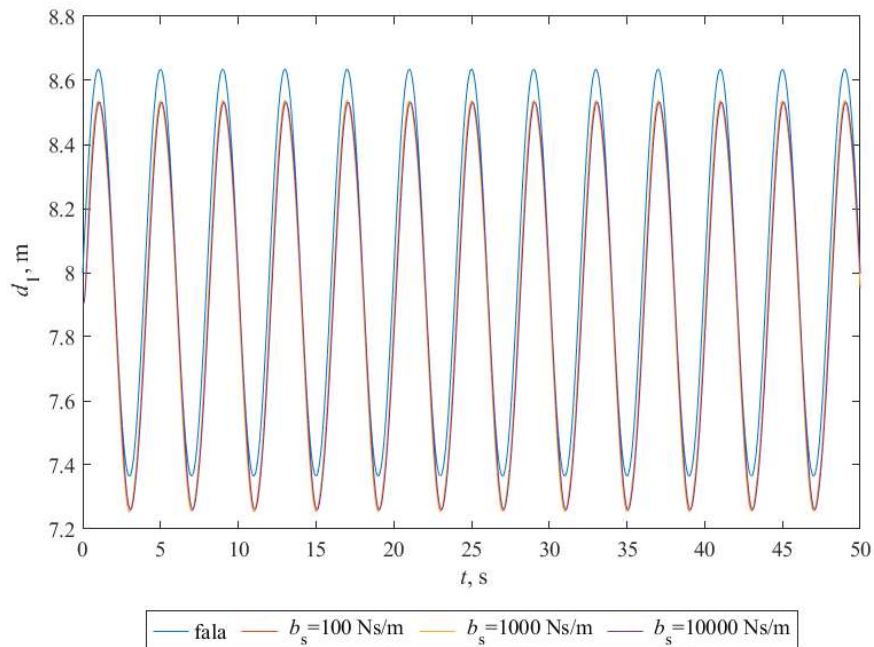
Rys. 2.19 Przesunięcie przegubów obrotowych  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  i przyrzadycznego  $d_3$  boi o 3-DoF dla różnych wartości współczynnika sztywności sprężyny akumulującej energię  $k_s$ .



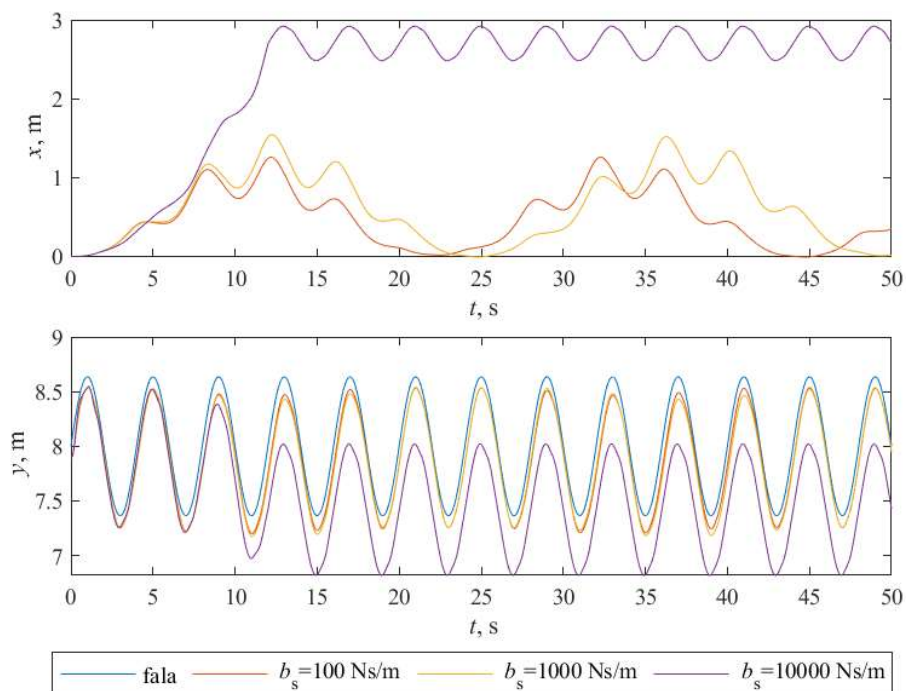
Rys. 2.20 Trajektoria ruchu środka ciężkości boi o 3-DoF dla różnych wartości współczynnika sztywności sprężyny akumulującej energię  $k_s$ .

## Badanie 6

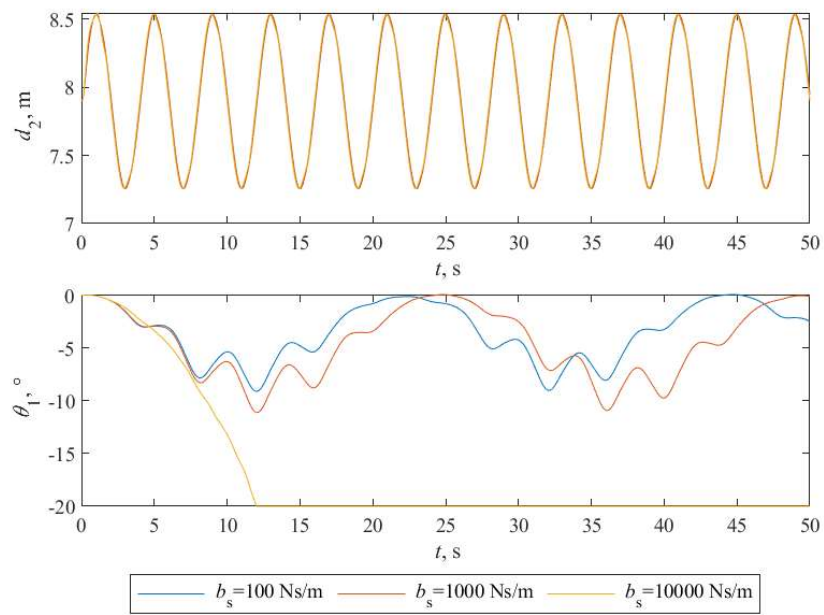
Dla boi o każdym rozpatrywanym stopniu swobody badany był wpływ zmiany współczynnika tłumienia  $b_s$  sprężyny akumulującej energię na ruch boi.



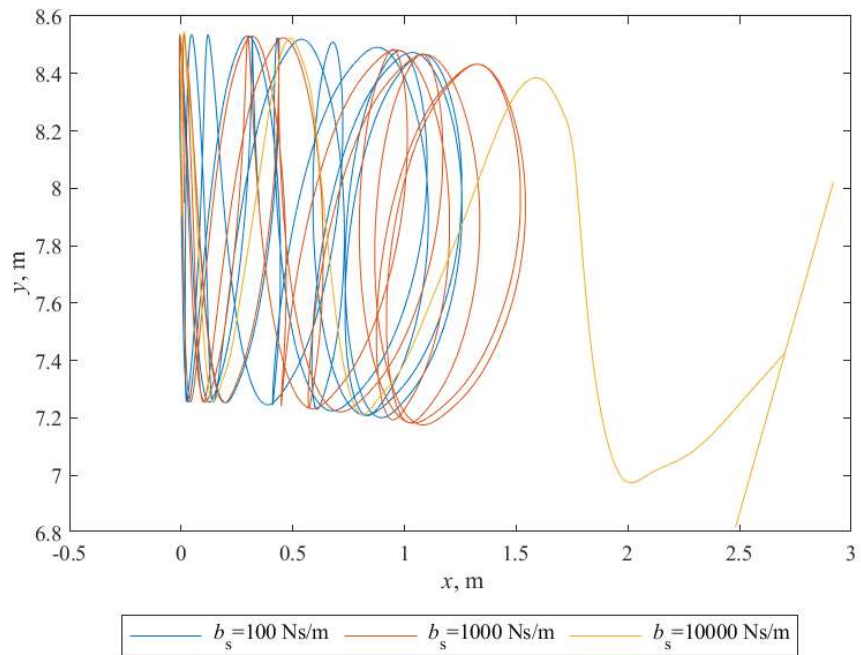
Rys. 2.21 Przesunięcie pionowe środka ciężkości boi (przegubu przyzmatycznego boi) o 1-DoF dla różnych wartości współczynnika tłumienia sprężyny  $b_s$ .



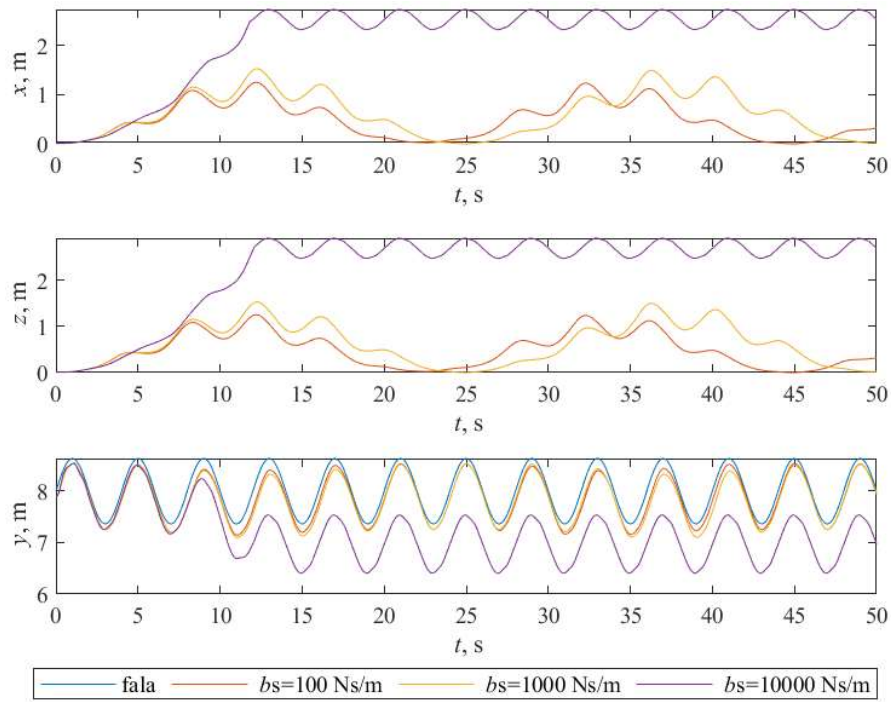
Rys. 2.22 Przesunięcie środka ciężkości boi w bazowym układzie współrzędnych o 2-DoF dla różnych wartości współczynnika tłumienia sprężyny  $b_s$ .



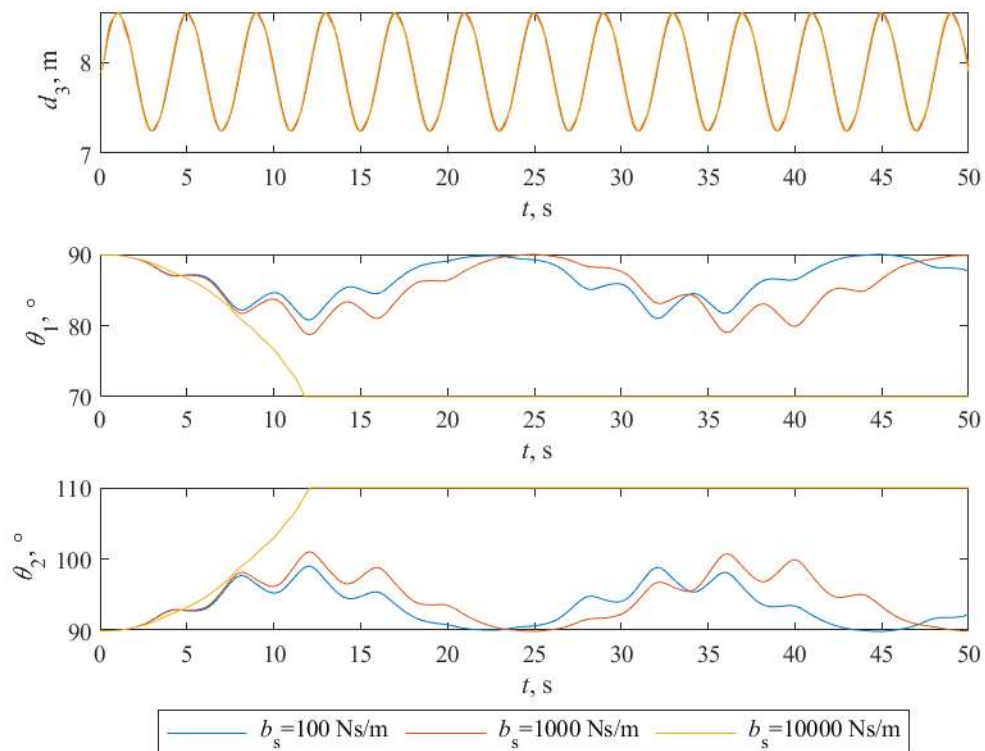
Rys. 2.23 Przeszczenie przegubu obrotowego  $\theta_1$  i przyrzmatycznego  $d_2$  boi o 2-DoF dla r3nych wartosci wsp3czynnika t3mienia spr3żyny  $b_s$ .



Rys. 2.24 Trajektoria ruchu 3rodka ci3ężkości boi o 2-DoF dla r3nych wartosci wsp3czynnika t3mienia spr3żyny  $b_s$ .

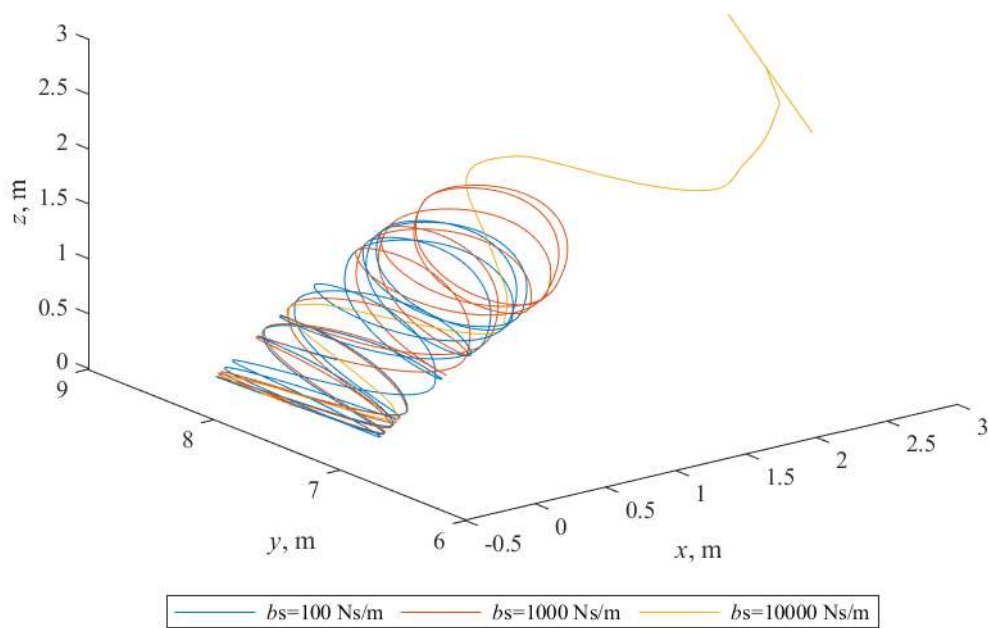


Rys. 2.25 Przemieszczenie środka ciężkości boi w bazowym układzie współrzędnych o 3-DoF dla różnych wartości współczynnika tłumienia sprężyny  $b_s$ .



Rys. 2.26 Przemieszczenie przegubów obrotowych  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  i pryzmatycznego  $d_3$  boi o 3-DoF dla różnych wartości współczynnika tłumienia sprężyny  $b_s$ .

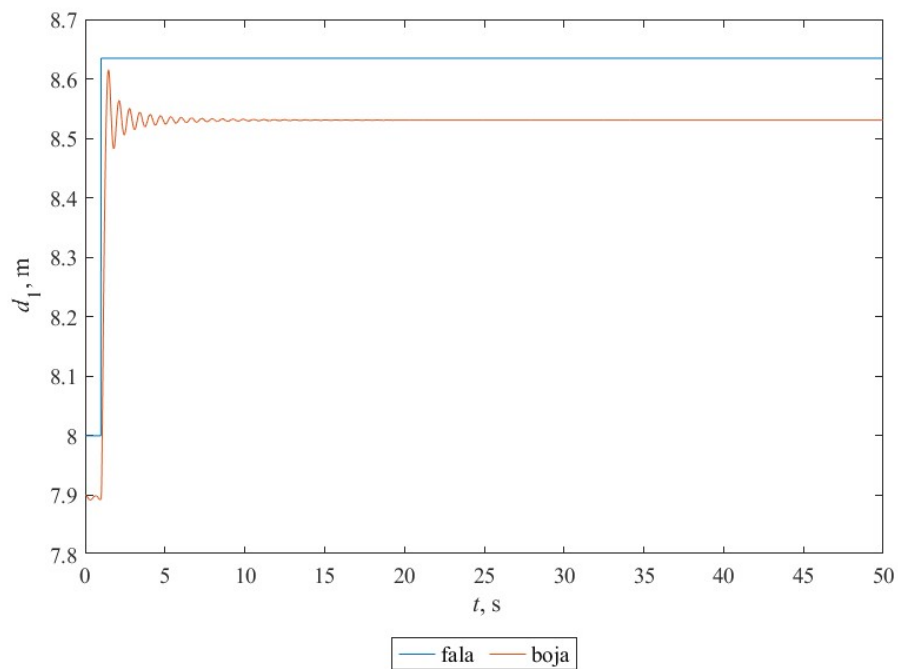




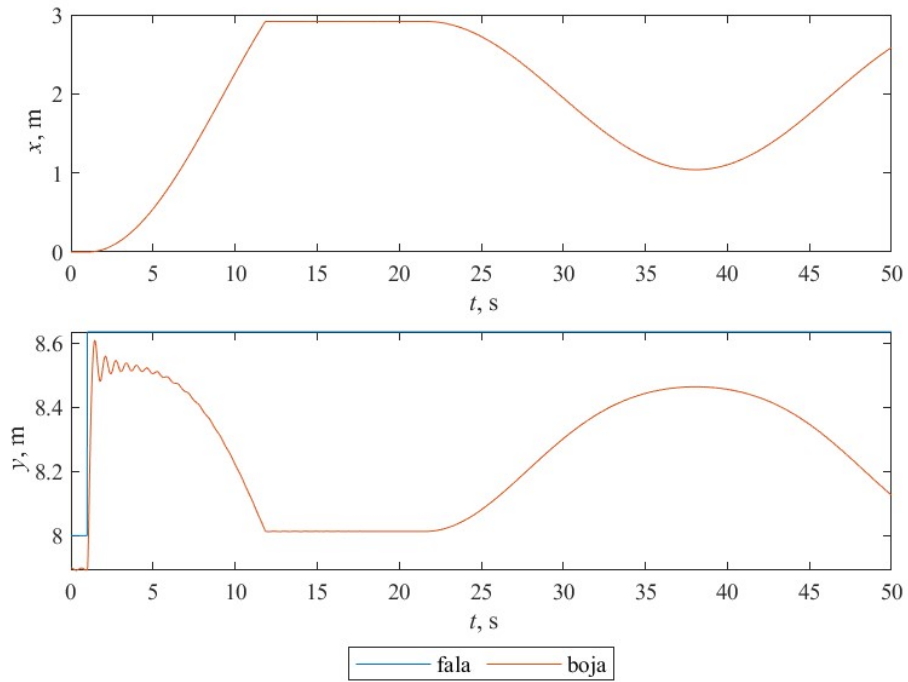
Rys. 2.27 Trajektoria ruchu środka ciężkości boi o 3-DoF dla różnych wartości współczynnika tłumienia sprężyny  $b_s$ .

### Badanie 7

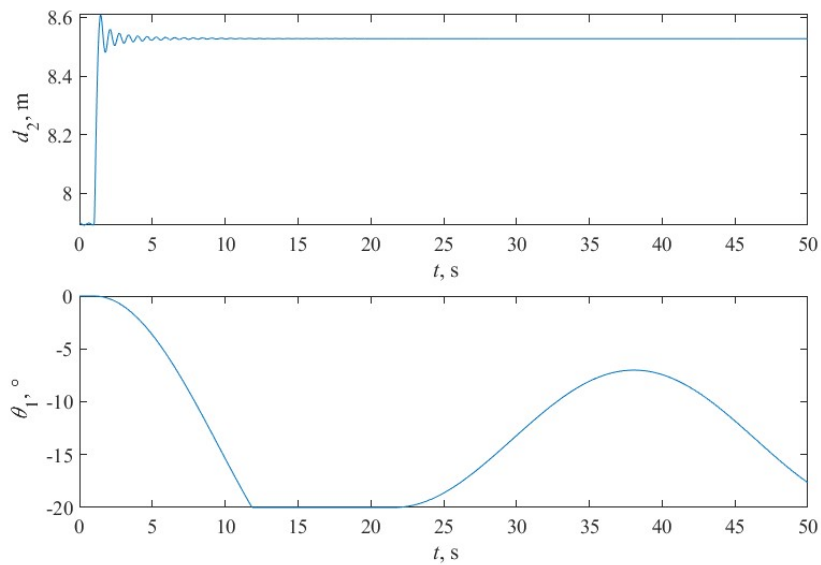
Dla boi o każdym rozpatrywanym stopniu swobody badany był wpływ działania fali w postaci skoku jednostkowego, który może być przybliżeniem fali uderzeniowej na ruch boi.



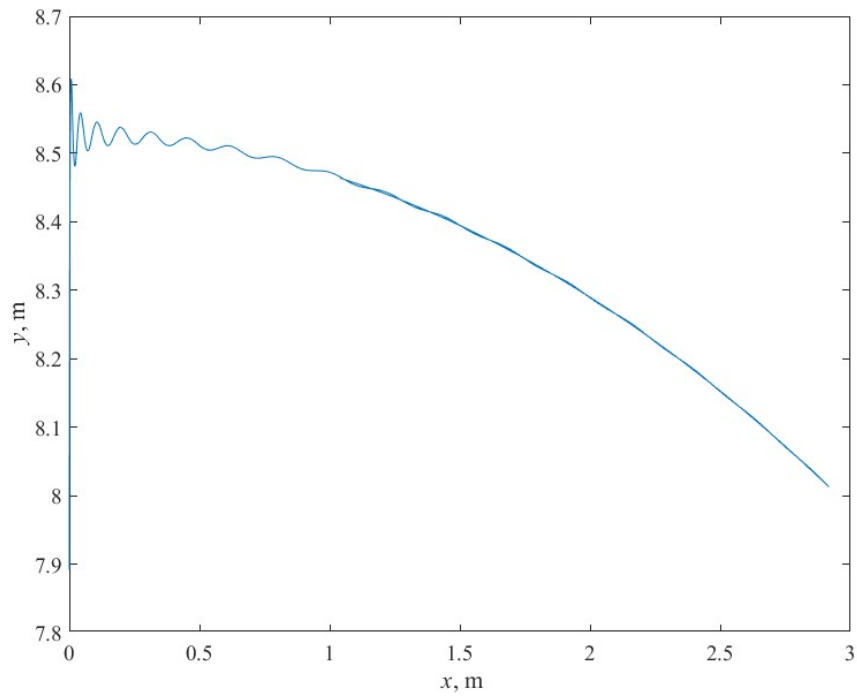
Rys. 2.28 Przemieszczenie pionowe środka ciężkości boi (przegubu pryzmatycznego boi) o 1-DoF dla fali w postaci skoku.



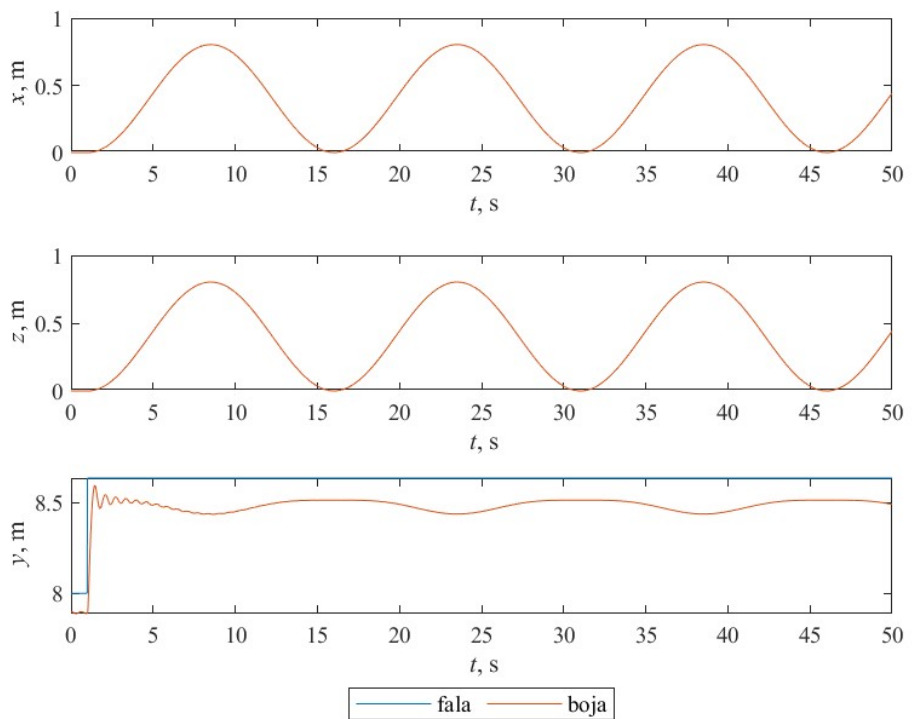
Rys. 2.29 Przemieszczenie środka ciężkości boi w bazowym układzie współrzędnych o 2-DoF dla fali w postaci skoku.



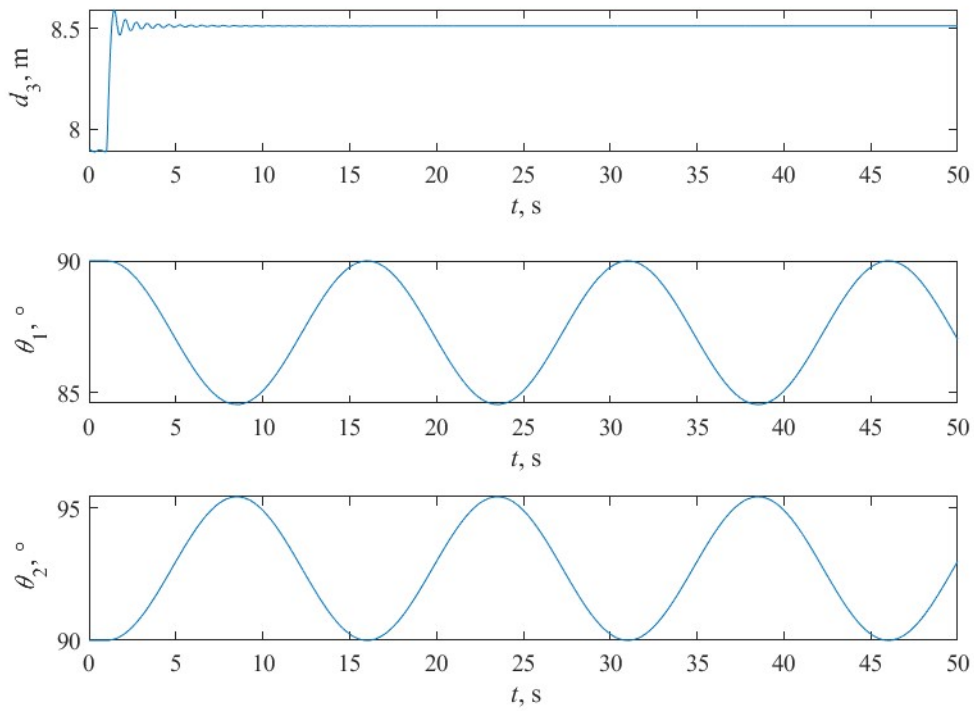
Rys. 2.30 Przemieszczenie przegubu obrotowego  $\theta_1$  i pryzmatycznego  $d_2$  boi o 2-DoF dla fali w postaci skoku.



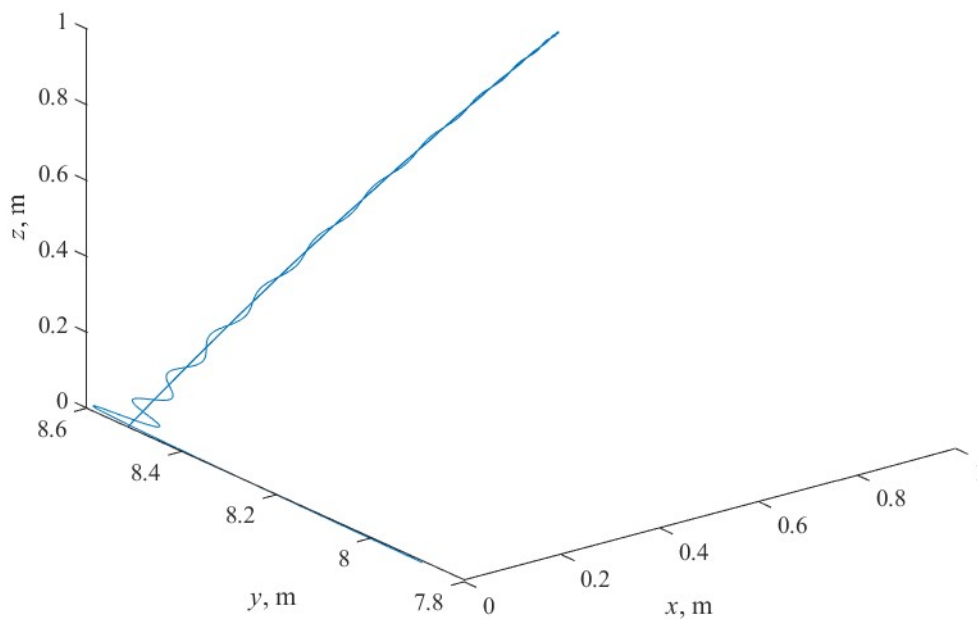
Rys. 2.31 Trajektoria ruchu środka ciężkości boi o 2-DoF dla fali w postaci skoku.



Rys. 2.32 Przesunięcie środka ciężkości boi w bazowym układzie współrzędnych o 3-DoF dla fali w postaci skoku.



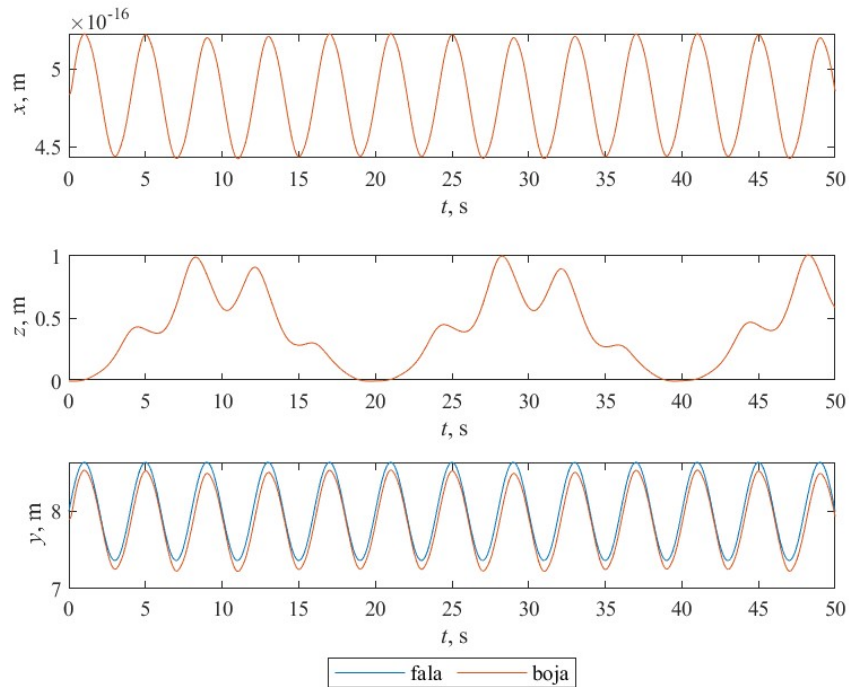
Rys. 2.33 Przesunięcie przegubów obrotowych  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  i pryzmatycznego  $d_3$  boi o 3-DoF dla fali w postaci skoku.



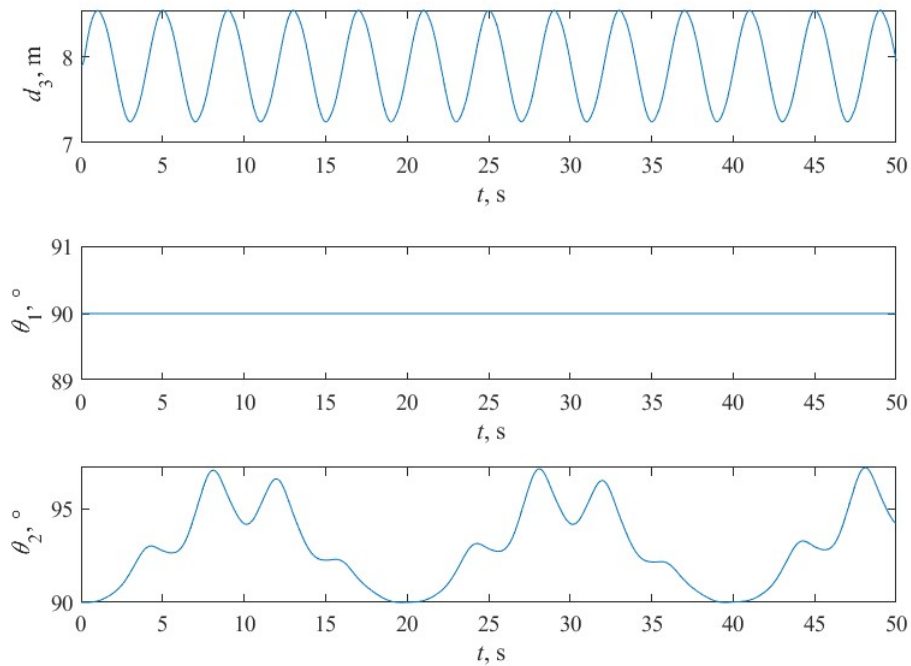
Rys. 2.34 Trajektoria ruchu środka ciężkości boi o 3-DoF dla fali w postaci skoku.

## Badanie 8

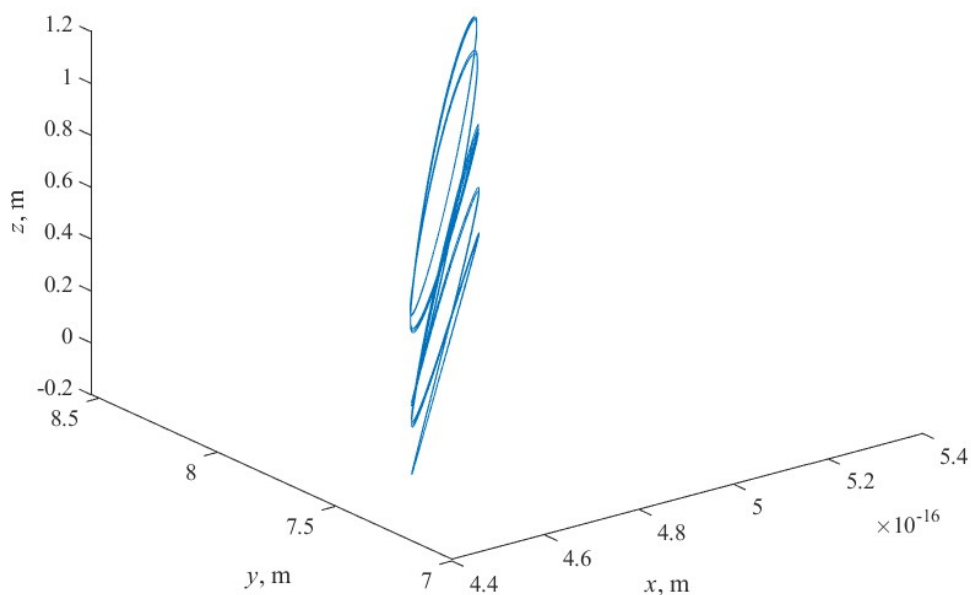
Dla boi o 3-DoF badany był wpływ braku fali działającej w osi  $x$  bazowego układu współrzędnych na ruch boi.



Rys. 2.35 Przemieszczenie środka ciężkości boi w bazowym układzie współrzędnych o 3-DoF przy braku fali działającej w osi  $x$ .



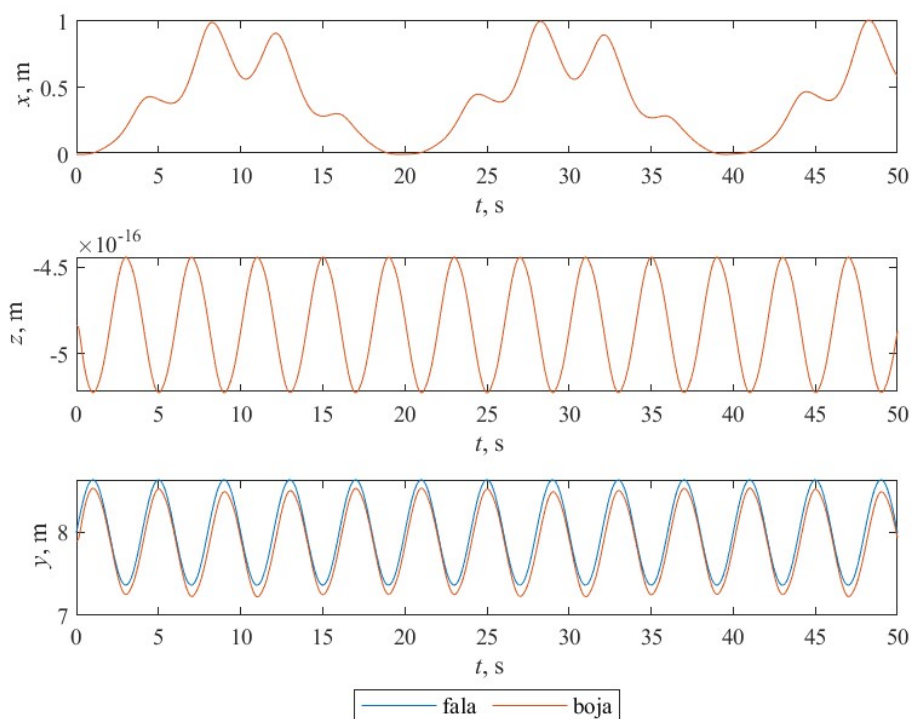
Rys. 2.36 Przemieszczenie przegubów obrotowych  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  i przyrządkowego  $d_3$  boi o 3-DoF przy braku fali działającej w osi  $x$ .



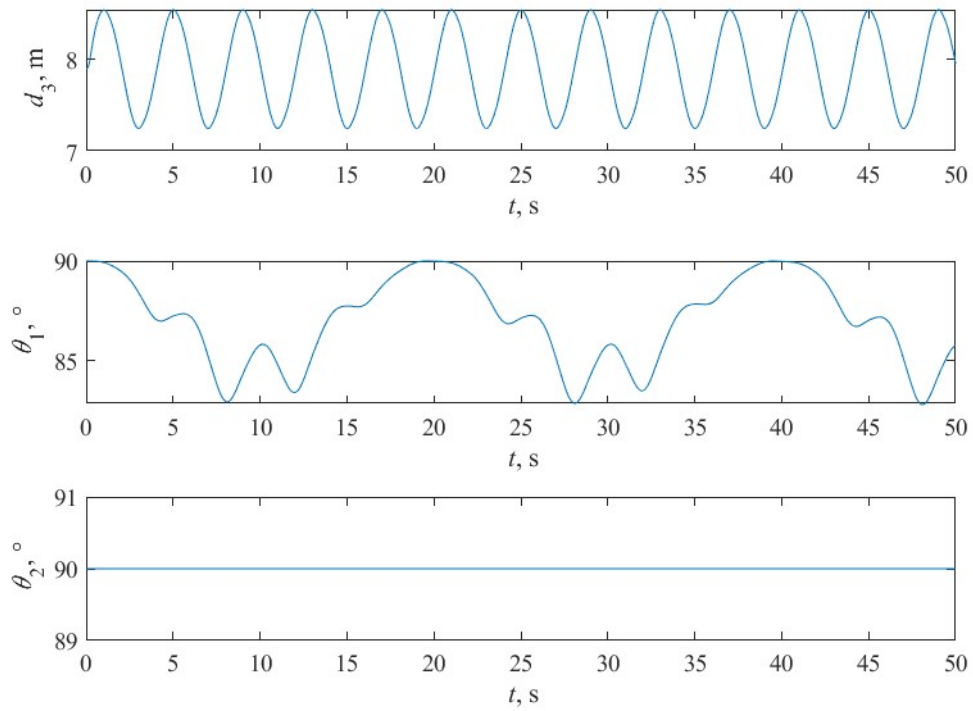
Rys. 2.37 Trajektoria ruchu środka ciężkości boi o 3-DoF przy braku fali działającej w osi  $x$ .

### Badanie 9

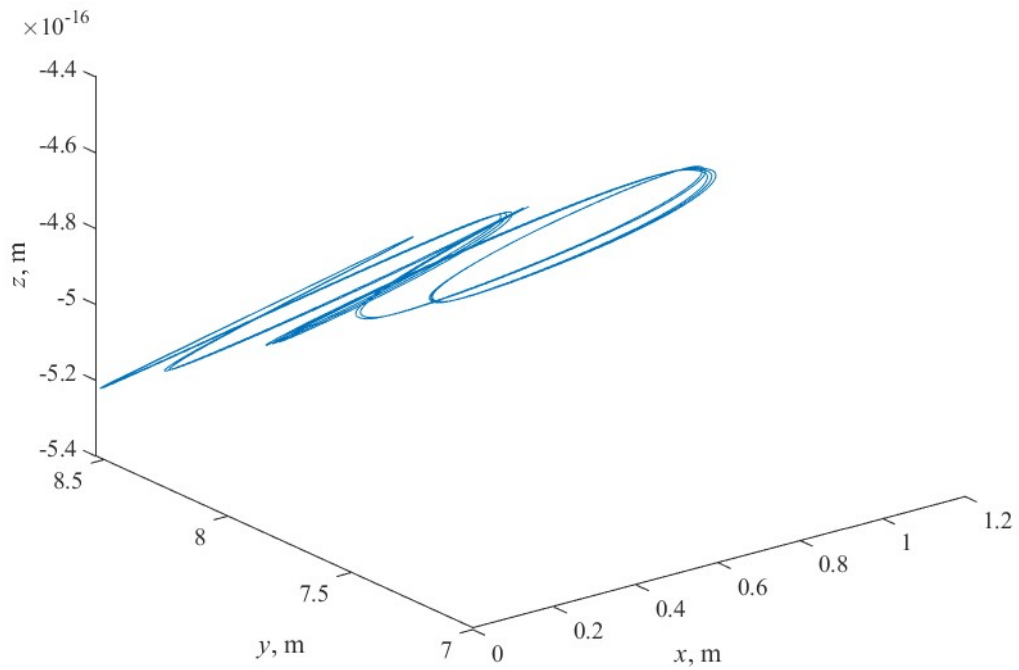
Dla boi o 3-DoF badany był wpływ braku fali działającej w osi  $y$  bazowego układu współrzędnych na ruch boi.



Rys. 2.38 Przesunięcie środka ciężkości boi w bazowym układzie współrzędnych o 3-DoF przy braku fali działającej w osi  $y$ .



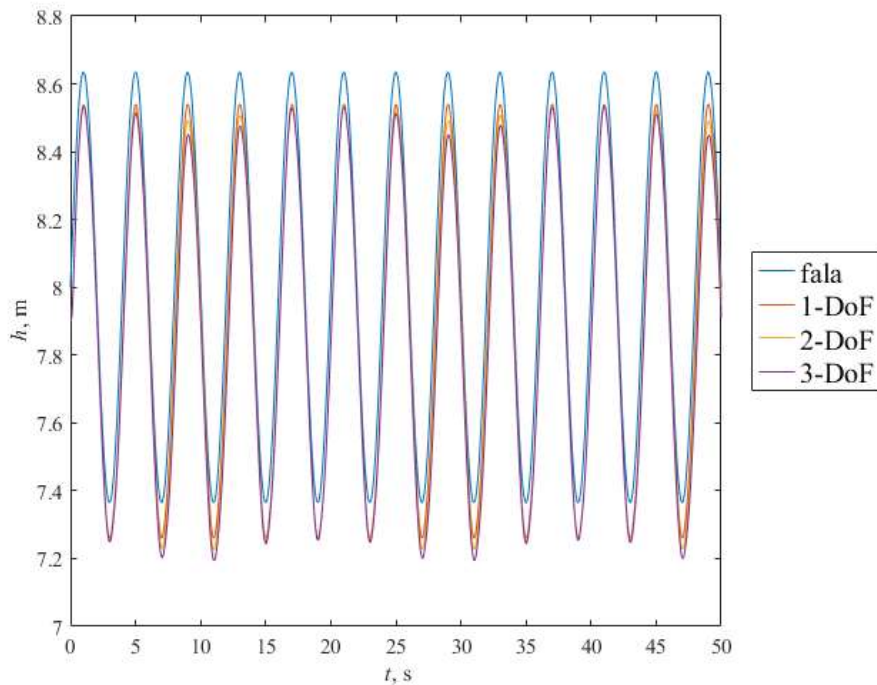
Rys. 2.39 Przeszczenie przegubów obrotowych  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  i pryzmatycznego  $d_3$  boi o 3-DoF przy braku fali działającej w osi  $y$ .



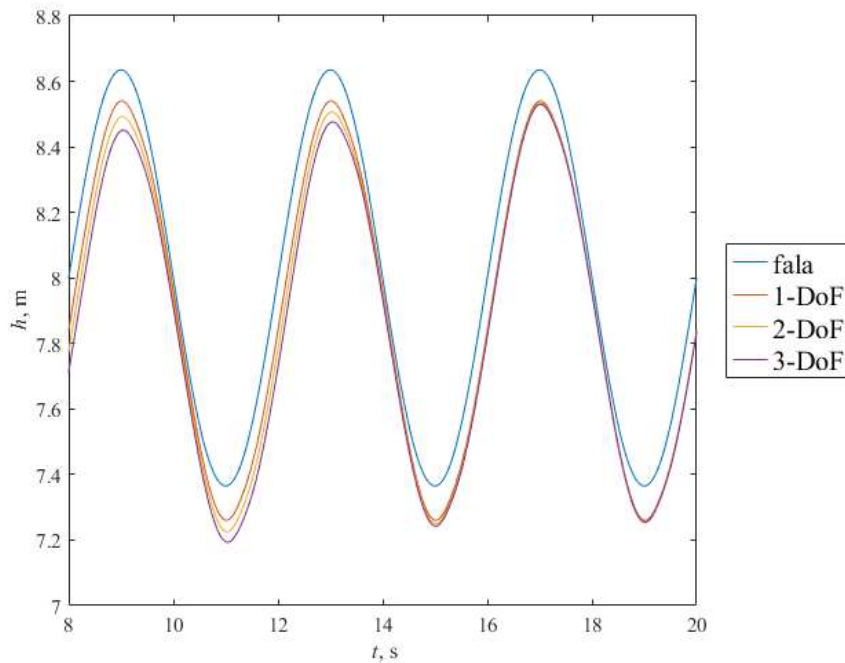
Rys. 2.40 Trajektoria ruchu środka ciężkości boi o 3-DoF przy braku fali działającej w osi  $y$ .

## Badanie 10

Dla boi o każdym rozpatrywanym stopniu swobody porównano przemieszczenia środka ciężkości boi w osi pionowej bazowego układu współrzędnych.



Rys. 2.41 Porównanie przemieszczenia w osi pionowej bazowego układu współrzędnych dla boi o 1-DoF, 2-DoF i 3-DoF.



Rys. 2.42 Fragment porównania przemieszczenia w osi pionowej bazowego układu współrzędnych dla boi o 1-DoF, 2-DoF i 3-DoF.



### Załącznik 3

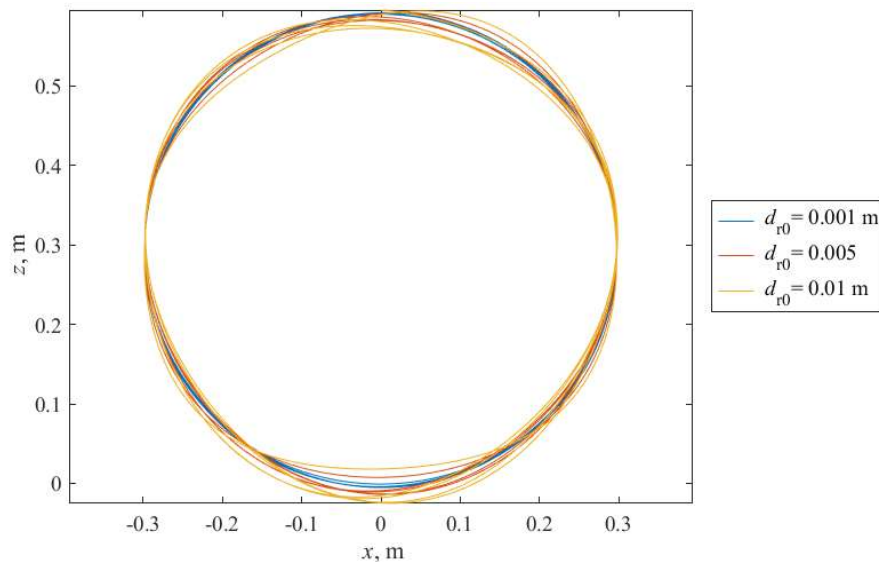
Tabela 3.1 Parametry dla koła o 3-DoF

Parametr	Wartość
Masa ćwiartki zawieszenia $m_1$ [kg]	1600/4
Masa koła $m_2$ [kg]	9
Masa elementu odzyskującego energię $m_3$ [kg]	0,001
Przyspieszenie ziemskie $g$ [m/s <sup>2</sup> ]	9,81
Promień koła $r$ [m]	0,2978
Sztywność opony $k_k$ [N/m]	$4,0123 \times 10^6$
Tłumienie opony $b_k$ [Ns/m]	$2,0061 \times 10^4$
Prędkość samochodu $v_p$ [m/s]	5,56
Prędkość kątowna koła $\omega$ [1/s]	37,3169
Nierówność drogi $d_{r0}$ [m]	0,001
Częstotliwość nierówności drogi $f$ [Hz]	10

## Załącznik 4

### Badanie 2

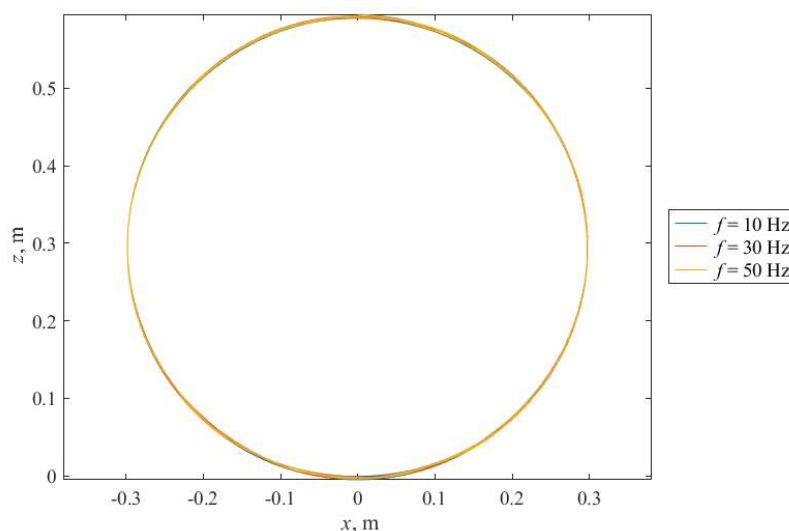
Dla koła samochodowego badany był wpływ zmiany wartości amplitudy sinusoidalnej nierówności drogi o częstotliwości 10 Hz na ruch koła i harwestera energii.



Rys. 4.1 Trajektoria ruchu środka ciężkości elementu odzyskującego energię w kole samochodowym dla sinusoidalnej nierówności drogi o różnych amplitudach.

### Badanie 3

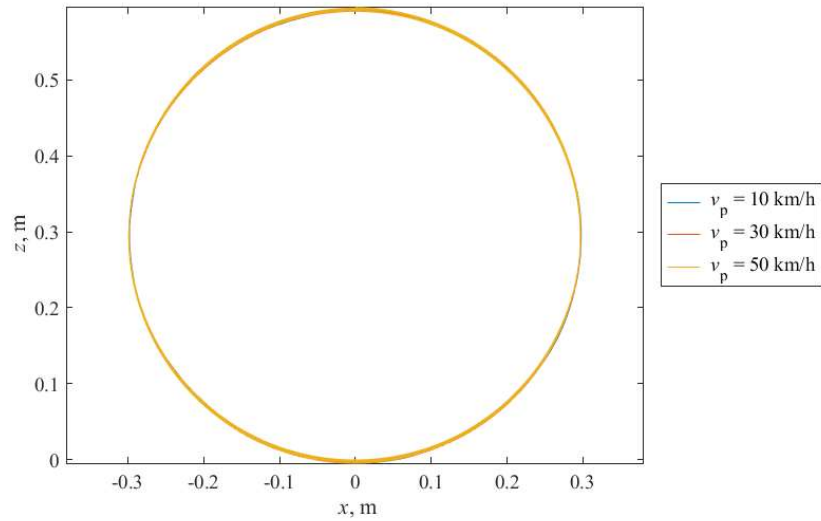
Dla koła samochodowego badany był wpływ zmiany wartości częstotliwości sinusoidalnej nierówności drogi o amplitudzie 0,001 m na ruch koła i harwestera energii.



Rys. 4.2 Trajektoria ruchu środka ciężkości elementu odzyskującego energię w kole samochodowym dla sinusoidalnej nierówności drogi o różnych częstotliwościach.

#### Badanie 4

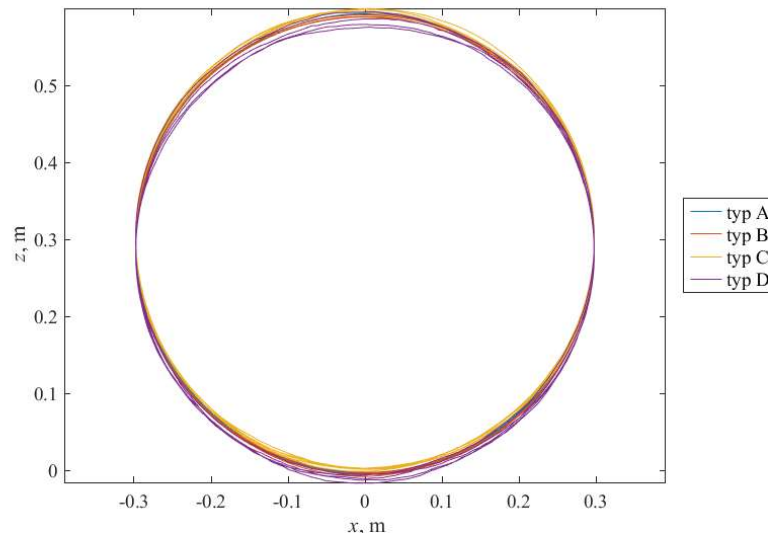
Dla koła samochodowego badany był wpływ zmiany prędkości samochodu na ruch koła i harwestera energii.



Rys. 4.3 Trajektoria ruchu środka ciężkości elementu odzyskującego energię w kole samochodowym dla różnych prędkości samochodu.

#### Badanie 5

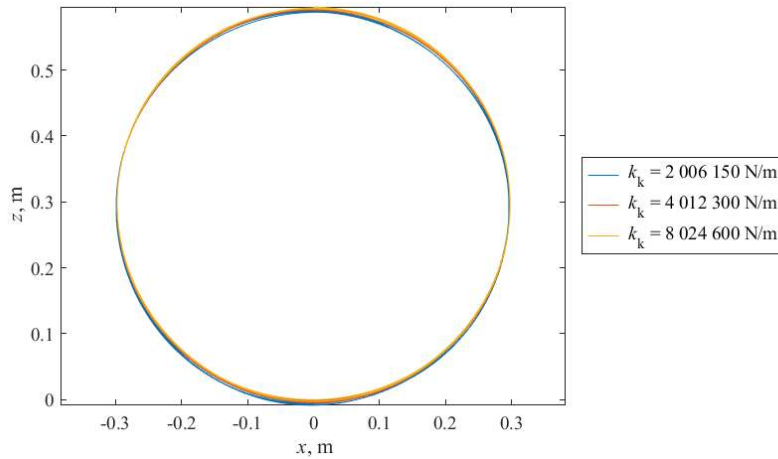
Dla koła samochodowego badany był wpływ zmiany typu drogi na ruch koła i harwestera energii.



Rys. 4.4 Trajektoria ruchu środka ciężkości elementu odzyskującego energię w kole samochodowym dla różnych typów dróg.

## Badanie 6

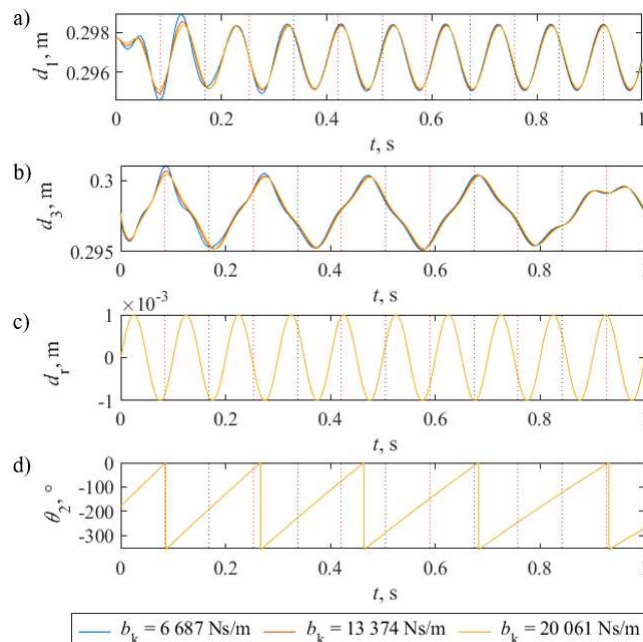
Dla koła samochodowego badany był wpływ zmiany wartości współczynnika sztywności opony na ruch koła i harwestera energii.



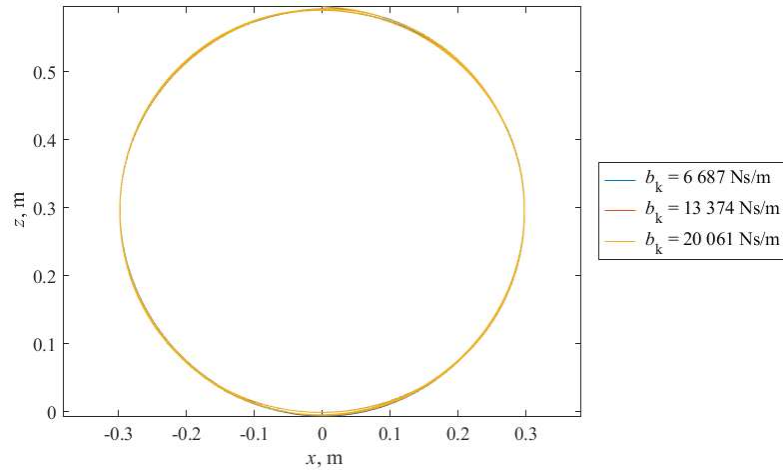
Rys. 4.5 Trajektoria ruchu środka ciężkości elementu odzyskującego energię w kole samochodowym dla różnych wartości współczynnika sztywności opony  $k_k$ .

## Badanie 7

Dla koła samochodowego badany był wpływ zmiany wartości współczynnika tłumienia opony na ruch koła i harwestera energii.



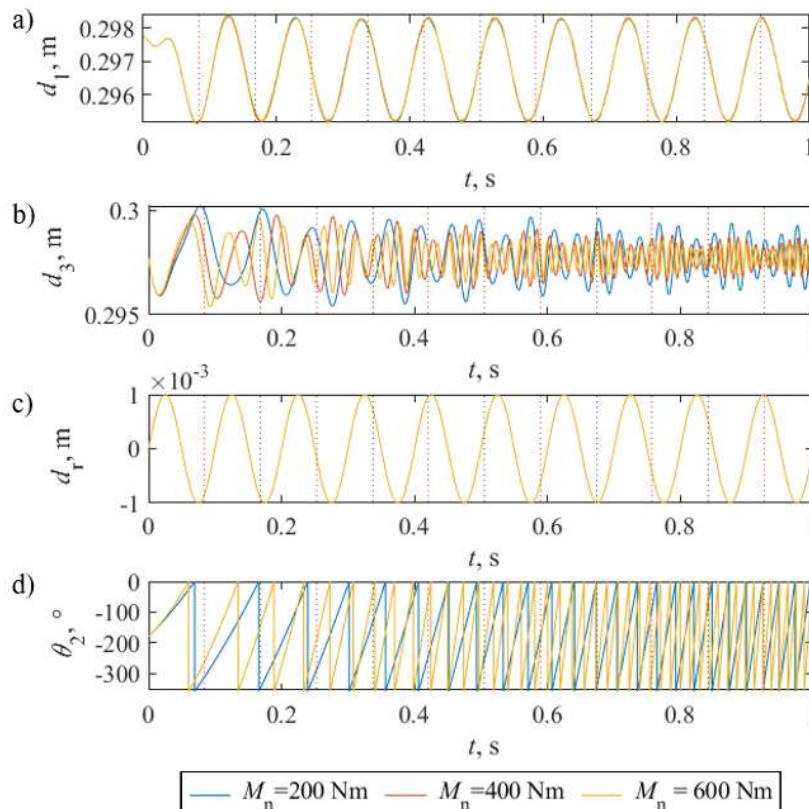
Rys. 4.6 Przebieg a) przemieszczenia przegubu pierwszego, b) przemieszczenia przegubu trzeciego, c) nierówności drogi i d) przemieszczenia drugiego przegubu dla różnych wartości współczynnika tłumienia opony  $b_k$ .



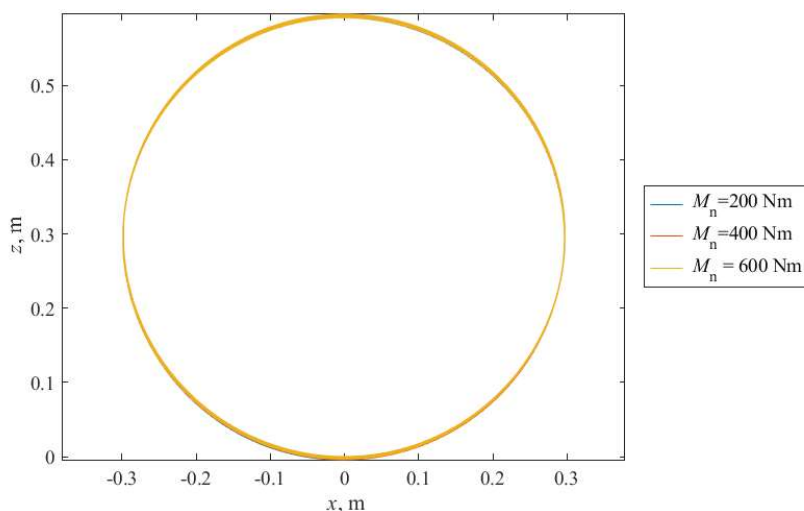
Rys. 4.7 Trajektoria ruchu środka ciężkości elementu odzyskującego energię w kole samochodowym dla różnych wartości współczynnika tłumienia opony  $b_k$ .

### Badanie 8

Dla koła samochodowego badany był wpływ zmiany wartości momentu napędowego koła na ruch koła i harwestera energii.



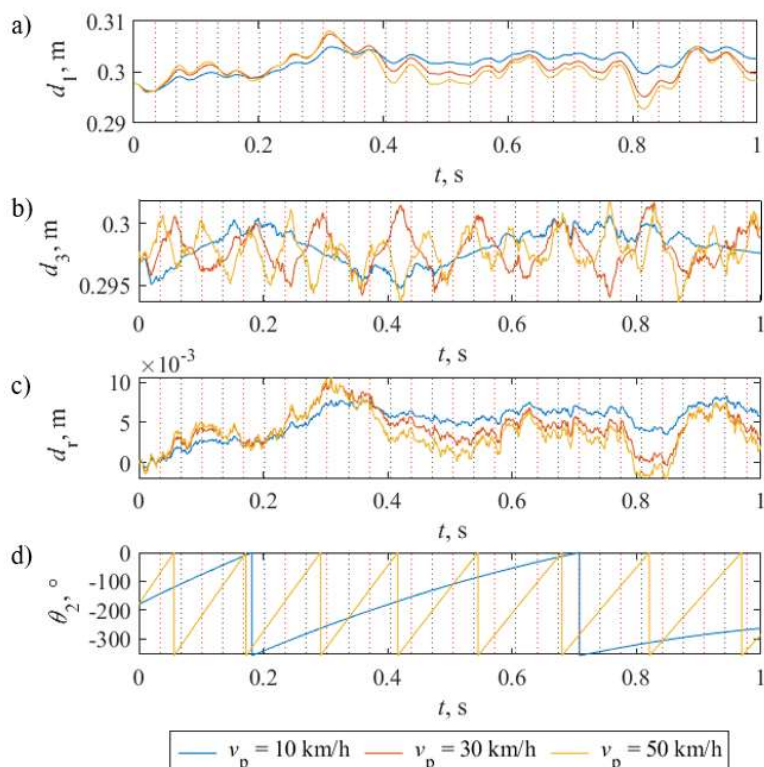
Rys. 6.4.8 Przebieg a) przesunięcia przegubu pierwszego, b) przesunięcia przegubu trzeciego, c) nierówności drogi i d) przesunięcia przegubu drugiego dla różnych wartości momentów napędowych koła  $M_n$ .



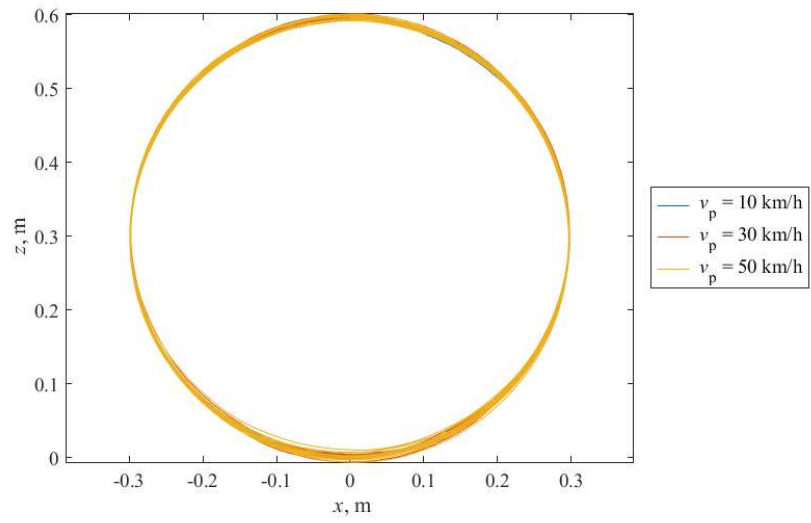
Rys. 4.9 Trajektoria ruchu środka ciężkości elementu odzyskującego energię w kole samochodowym dla różnych wartości momentów napędowych koła  $M_n$ .

### Badanie 9

Dla koła samochodowego badany był wpływ zmiany prędkości pojazdu na drodze typu C na ruch koła i harwestera energii.



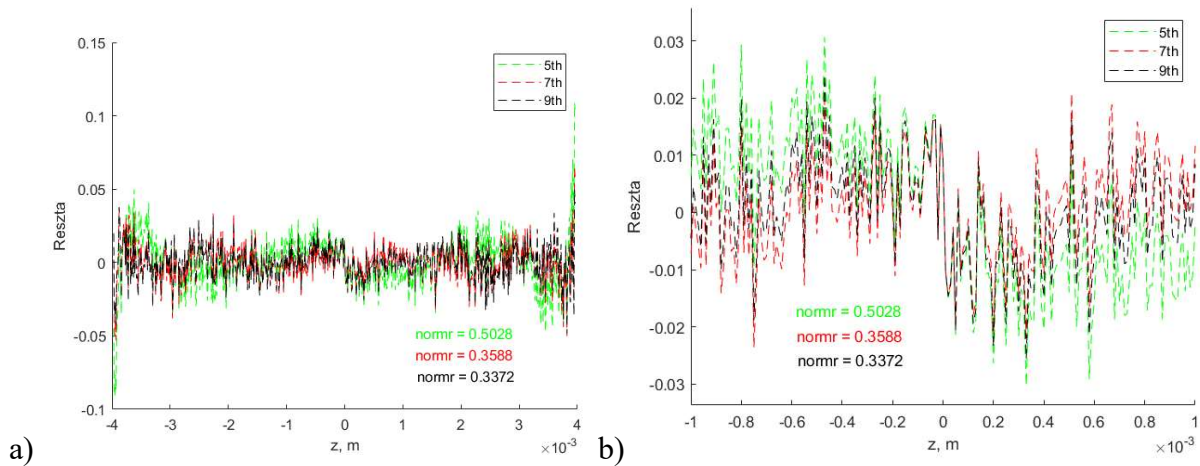
Rys.6.4.10 Przebieg a) przemieszczenia przegubu pierwszego, b) przemieszczenia przegubu trzeciego, c) nierówności drogi i d) przemieszczenia drugiego przegubu dla różnych wartości prędkości pojazdu  $v_p$  dla drogi typu C.



Rys. 4.11 Trajektoria ruchu środka ciężkości elementu odzyskującego energię w kole samochodowym dla różnych wartości prędkości pojazdu  $v_p$  dla drogi typu C.

## Załącznik 5

Dla sprężyny magnetycznej w programie typu MES ANSYS Electronics została wyznaczona siła działająca na środkowy magnes. Siła została aproksymowana, a stopień wielomianu został wybrany na podstawie analizy norm reszt regresji. Poniżej przedstawiono wykres analizy reszt regresji.



Rys. 5.1 Analiza reszt regresji a) w całym zakresie b) przewidywanym zakresie ruchu magnesu.

Na rysunku 5.1 a) można zauważyć, że wielomian 9 i 7 stopnia ma zbliżone wartości reszt regresji, jednak norma reszt jest niższa dla wielomianu 9 stopnia. Na rysunku 5.1 b) można zauważyć, że w zakresie ruchu magnesu wydaje się on być bliżej wartości siły wynikającej z symulacji, dlatego do aproksymacji siły wybrano wielomian 9 stopnia.



## Załącznik 6

Tabela 6.1 Parametry dla sprężyny magnetycznej i wstrząsarki elektromagnetycznej.

Parametr	Wartość
Gęstość magnesów $\rho_m$ [kg/m <sup>3</sup> ]	7500
Masa magnesu ruchomego $m_h$ [kg]	0,00177
Typ magnesu []	neodymowy
Oznaczenie materiału magnetycznego []	N38
Kierunek magnesowania []	osiowy
Indukcja remanencji $B_r$ [T]	1,21-1,25
Koercja $H_cB$ [kA/m]	min. 899
Koercja $H_J$ [kA/m]	min. 955
Gęstość energii magnetycznej (BH)max [kJ/m <sup>3</sup> ]	286-302
Przyspieszenie ziemskie $g$ [m/s <sup>2</sup> ]	9,81
Masa pierwszego elementu wstrząsarki $m_{v1}$ [kg]	0,0356
Masa drugiego elementu wstrząsarki $m_{v2}$ [kg]	0,1067
Masa trzeciego elementu wstrząsarki $m_{v3}$ [kg]	0,1778
Pierwszy współczynnik sztywności wstrząsarki $k_{v1}$ [N/m]	10064
Drugi współczynnik sztywności wstrząsarki $k_{v2}$ [N/m]	571
Trzeci współczynnik sztywności wstrząsarki $k_{v3}$ [N/m]	5601
Pierwszy współczynnik tłumienia wstrząsarki $b_{v1}$ [Ns/m]	0,3211
Drugi współczynnik tłumienia wstrząsarki $b_{v2}$ [Ns/m]	0,0243
Trzeci współczynnik tłumienia wstrząsarki $b_{v3}$ [Ns/m]	0,4115
Współczynnik sztywności sprężyny magnetycznej do obliczenia częstotliwości rezonansowej $k_{h1} = k_{h2}$ [Ns/m]	958,72
Współczynnik tłumienia sprężyny magnetycznej $b_{h1} = b_{h2}$ [Ns/m]	0,0225
Początkowe ugięcie pierwszej sprężyny wstrząsarki $d_{10}$ [m]	$3,47 \times 10^{-5}$
Początkowe ugięcie drugiej sprężyny wstrząsarki $d_{20}$ [m]	$1,8 \times 10^{-3}$
Początkowe ugięcie trzeciej sprężyny wstrząsarki $d_{30}$ [m]	$3,11 \times 10^{-4}$
Początkowe ugięcie sprężyny magnetycznej $d_{40}$ [m]	$1,81 \times 10^{-6}$
Wartość sinusoidalnego prądu zasilania $i_t$ [A]	0,6
Promień cewki $r_c$ [mm]	7,5
Promień drutu z którego nawinięta jest cewka $r_{dc}$ [mm]	0,1
Liczba zwojów jednej cewki $N$ []	400
Rezystancja jednej cewki $R_{tc}$ [ $\Omega$ ]	10,32

## Załącznik 7

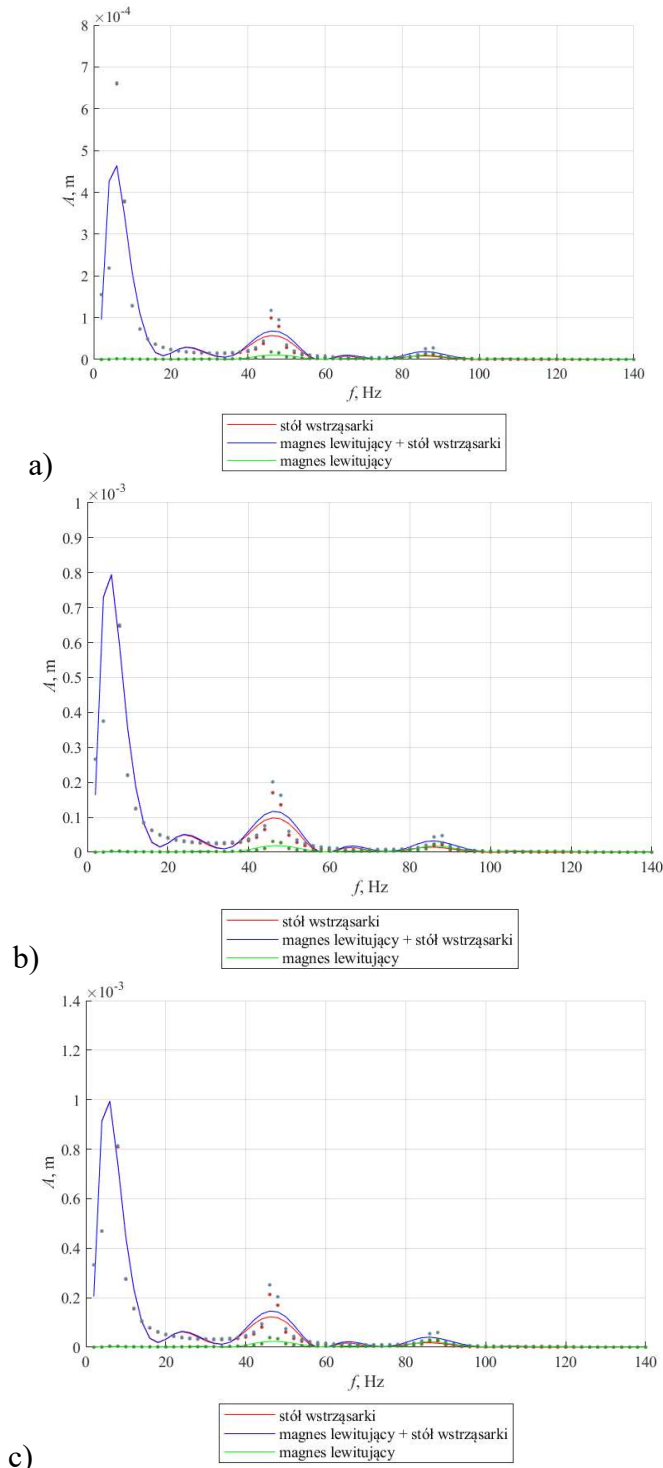
Tabela 7.1 Współczynniki aproksymacji wielomianowej siły odpychania magnesów.

Nr	w9	w8	w7	w6	w5	w4	w3	w2	w1
1,3,4	$-7.34 \times 10^{21}$	$-3.16 \times 10^{17}$	$1.61 \times 10^{17}$	$6.66 \times 10^{12}$	$-1.88 \times 10^{12}$	$-2.66 \times 10^7$	$1.91 \times 10^7$	60.24	958.72
2,5 a)	$-4.24 \times 10^{21}$	$-2.35 \times 10^{17}$	$5.48 \times 10^{16}$	$9.59 \times 10^{12}$	$-5.16 \times 10^{11}$	$-1.32 \times 10^8$	$1.29 \times 10^7$	615.98	921.08
2,5 b)	$-4.64 \times 10^{21}$	$4.38 \times 10^{17}$	$5.47 \times 10^{16}$	$-1.07 \times 10^{13}$	$-3.32 \times 10^{11}$	$2.80 \times 10^7$	$1.19 \times 10^7$	469.85	805.51
2,5 c)	$-5.84 \times 10^{21}$	$5.59 \times 10^{17}$	$9.08 \times 10^{16}$	$-1.09 \times 10^{13}$	$-4.69 \times 10^{11}$	$7.11 \times 10^7$	$1.05 \times 10^7$	-433.71	608.81

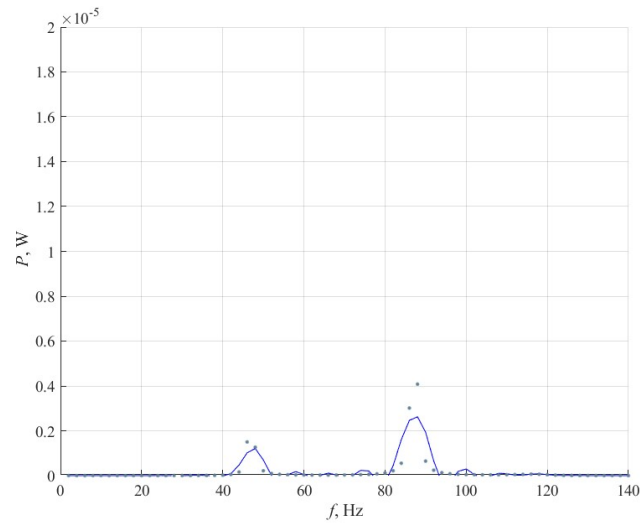
## Załącznik 8

### Badanie 3

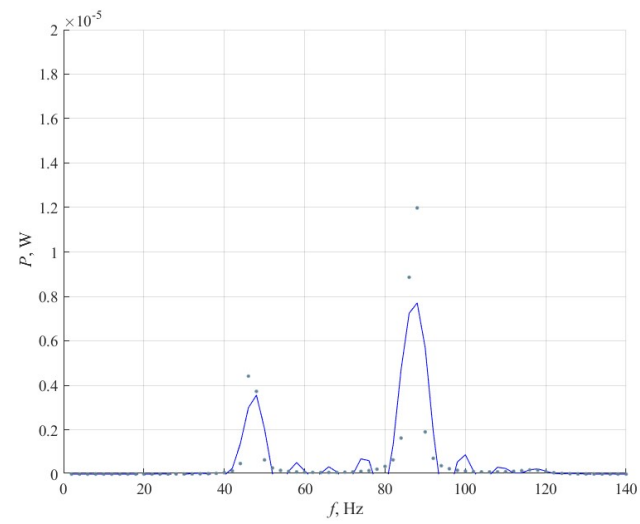
Dla sprężyny magnetycznej z nawiniętymi cewkami badany był wpływ zmiany natężenia prądu płynącego w cewce wstrząsarki.



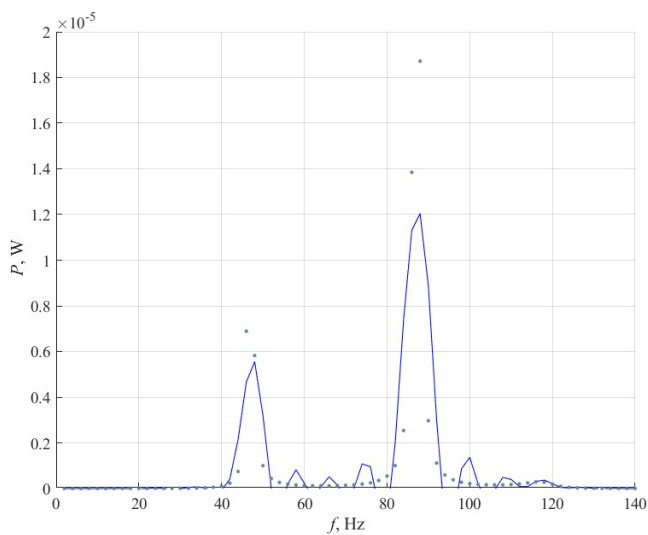
Rys. 8.1 Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa symulacji ruchu magnesu lewitującego w harvesterze - sprężynie magnetycznej z nawiniętymi cewkami dla prądu płynącego w cewce wstrząsarki o amplitudzie a) 0,35 A, b) 0,6 A, c) 0,75 A.



a)



b)

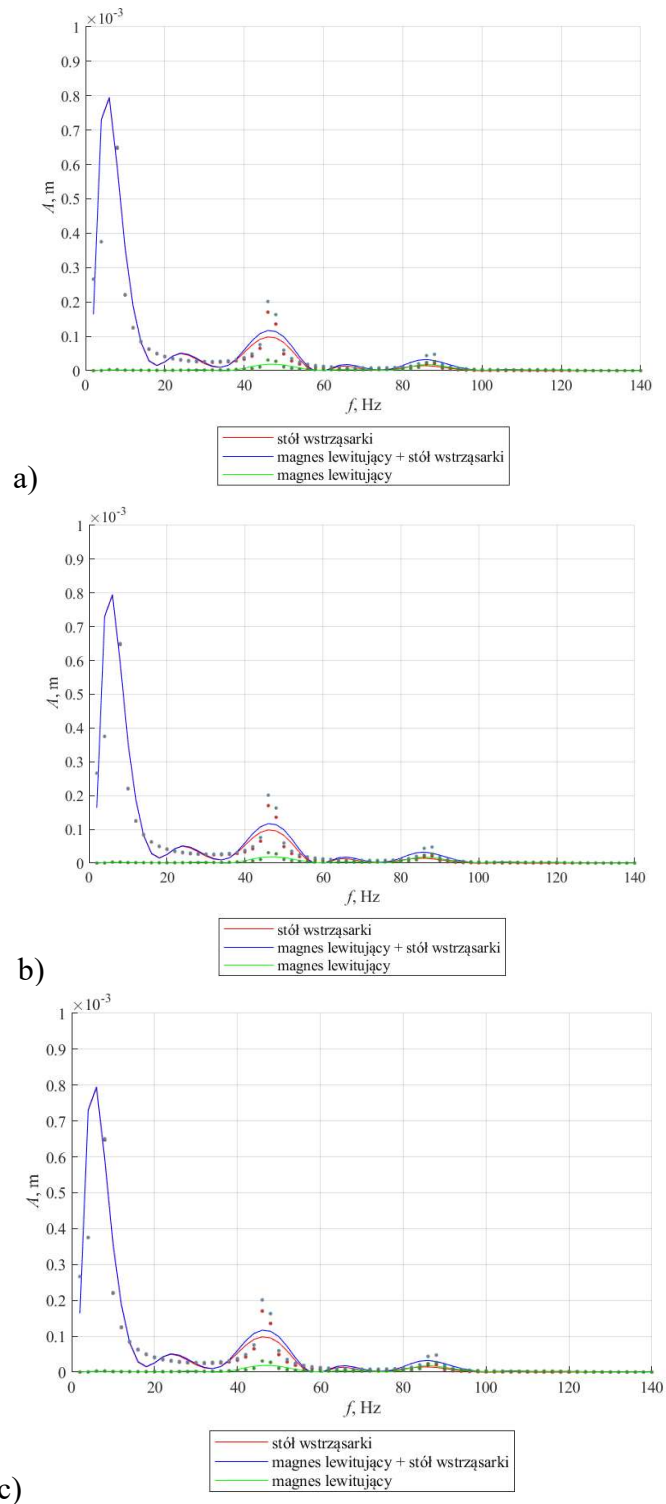


c)

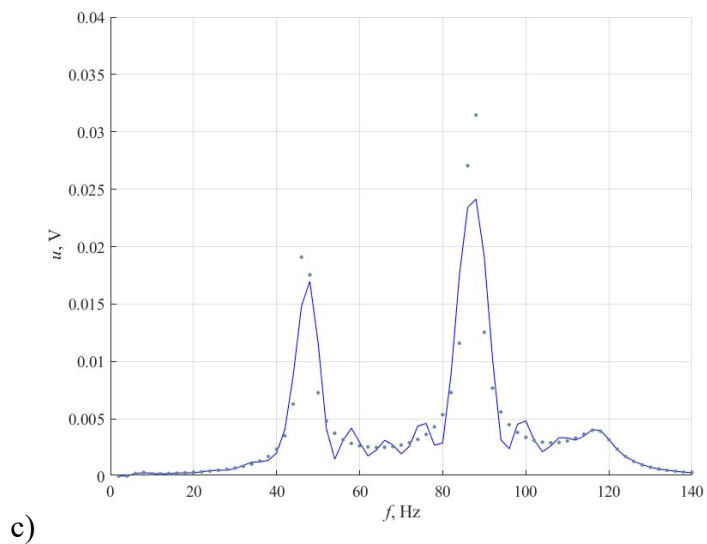
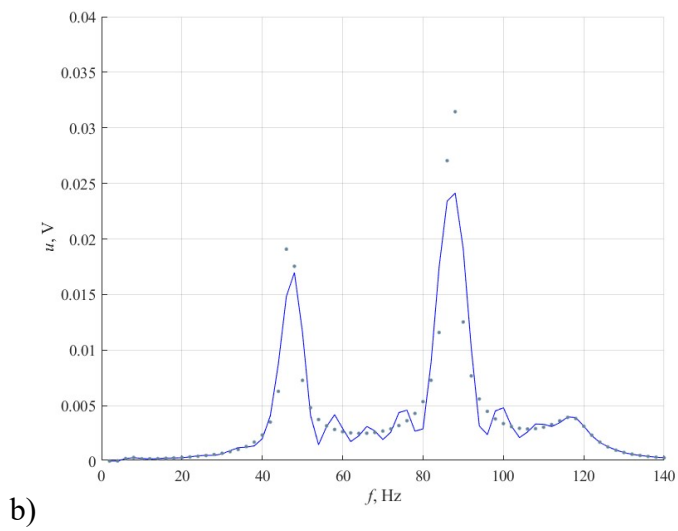
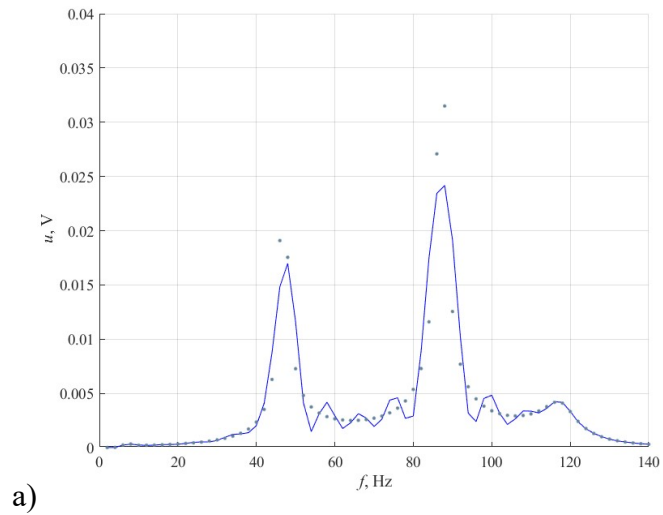
Rys. 8.2 Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa mocy generowanej przez harvester dla natężenia prądu płynącego w cewce wstrząsarki o amplitudzie a) 0,35 A, b) 0,6 A, c) 0,75 A.

## Badanie 4

Dla sprężyny magnetycznej z nawiniętymi cewkami badany był wpływ zmiany obciążenia cewki.



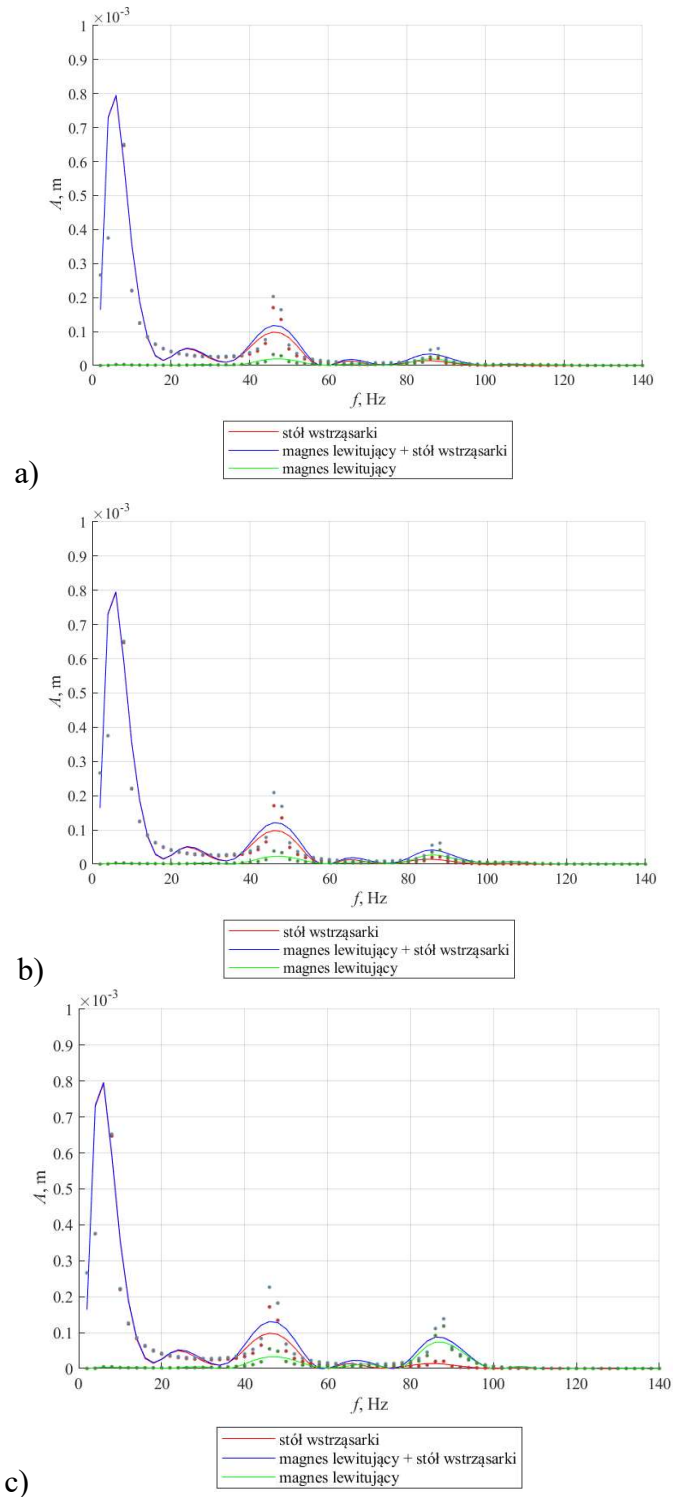
Rys. 8.3 Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa symulacji ruchu magnesu lewitującego w harwesterze - sprężynie magnetycznej z nawiniętymi cewkami obciążonych rezystancją a) 10  $\Omega$ , b) 20  $\Omega$ , c) 30  $\Omega$ .



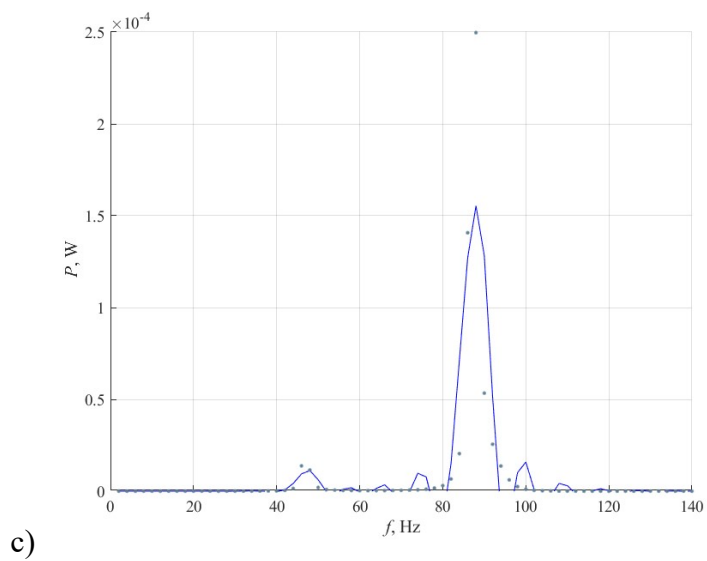
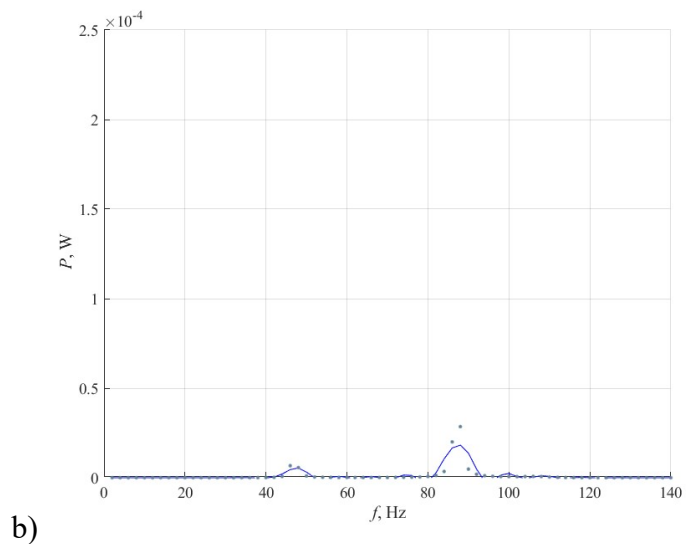
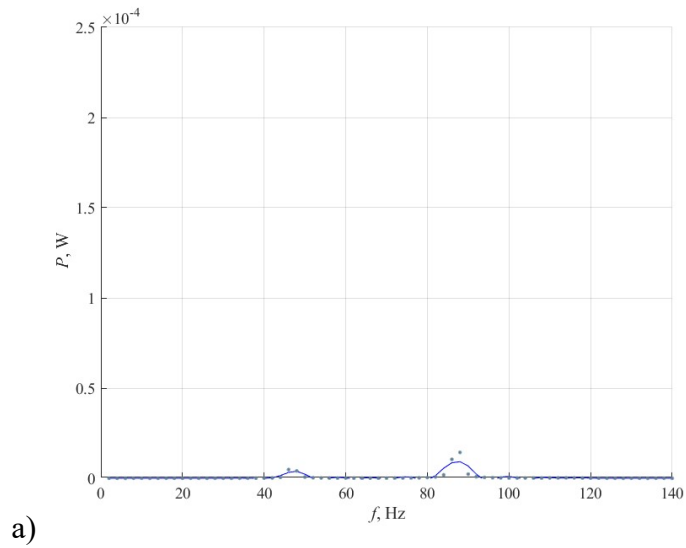
Rys. 8.4 Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa napięcia indukowanego w cewkach nawiniętych na sprężynie magnetycznej obciążonych rezystancją a) 10  $\Omega$ , b) 20  $\Omega$ , c) 30  $\Omega$ .

## Badanie 5

Dla sprężyny magnetycznej z nawiniętymi cewkami badany był wpływ zmiany geometrii magnesów zewnętrznych.



Rys. 8.5 Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa symulacji ruchu magnesu lewitującego w harwesterze - sprężynie magnetycznej z nawiniętymi cewkami dla magnesów zewnętrznych pierścieniowych o promieniu wewnętrznym a) 0,0005 m, b) 0,001 m, c) 0,0015 m.



Rys. 8.6 Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa mocy generowanej przez harwester dla magnesów zewnętrznych pierścieniowych o promieniu wewnętrznym a) 0,0005 m, b) 0,001 m, c) 0,0015 m.



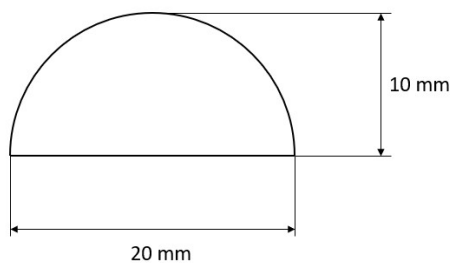
## Załącznik 9

Tabela 9.1 Parametry boi i fali w basenie.

Parametr	Wartość
Masa boi, kg	1,9
Promień boi $r$ , m	0,12
Wysokość zanurzenia boi $hw$ , m	0,0799
Masa liny, kg	0,005
Długość liny nienapężonej, m	1,7
Współczynnik sztywności, N/m	6,73
Współczynnik tłumienia, Ns/m	0,0135
Gęstość słonej wody $\rho$ , kg/m <sup>3</sup>	1020
Przyspieszenie ziemskie $g$ , m/s <sup>2</sup>	9,81
Amplituda fali, m	0,03
Głębokość zbiornika $d_p$ , m	2

## Załącznik 10

Na rysunku 10.1 przedstawiono wymiary progu akrylowego, który odzwierciedla nierówności drogi.



Rys. 10.1 Próg akrylowy – wymiary.

## Załącznik 11

Tabela 11.1 Parametry dla stanowiska pomiarowego z kołem samochodowym.

Parametr	Wartość	
Masa ćwiartki zawieszenia $m_1$ [kg]	0	
Masa koła $m_2$ [kg]	5,10	
Promień koła $r$ [m]	0,2659	
Sztywność opony $k_k$ [N/m]	$5,004 \times 10^5$	
Tłumienie opony $b_k$ [Ns/m]	$2,502 \times 10^3$	
Częstotliwość silnika $f_s$ [Hz]	10	15
Prędkość wałka $v_w$ [m/s]	2,69	6,11
Prędkość kątowna wałka $\omega_w$ [1/s]	48,9	111,15
Prędkość koła $v_k$ [m/s]	2,69	6,11
Prędkość kątowna koła $\omega$ [1/s]	10,12	22,99